## Formulação de elementos finitos de equilíbrio para a análise geometricamente exacta de estruturas porticadas

Equilibrium finite element model for the geometrically exact analysis of structural frames

Hugo A. F. A. Santos J. P. Moitinho de Almeida

## Resumo

Este artigo apresenta uma formulação híbrida-mista de elementos finitos desenvolvida para a análise geometricamente exacta de estruturas porticadas com comportamento elástico linear e em regime quasi-estático. A formulação é derivada a partir de um princípio modificado de energia complementar total, envolvendo, como variáveis independentes, os campos generalizados de esforços e de deslocamentos e ainda um conjunto de multiplicadores de Lagrange definidos nas fronteiras elementares. A discretização de elementos finitos adoptada conduz a soluções numéricas que satisfazem de forma forte tanto as equações diferenciais de equilíbrio definidas ao nível dos elementos, como as condições de fronteira estáticas, consistindo, por conseguinte, numa formulação de equilíbrio válida para grandes deslocamentos e grandes rotações. Não sendo afectada por quaisquer fenómenos numéricos de "locking", a formulação pode ser encarada como uma alternativa à formulação convencional de elementos finitos de deslocamento. Apresenta-se a aplicação desta formulação a diversos problemas tipo, incluindo a análise comparativa da sua resposta relativamente à da formulação de elementos finitos de deslocamento de 2 nós.

Palavras-chav

Estruturas porticadas / Análise geometricamente nãolinear / Elementos finitos / Formulação híbrida-mista / / Princípios energéticos complementares

## **Abstract**

This paper addresses the development of a hybrid-mixed finite element formulation for the quasi-static geometrically exact analysis of linear elastic framed structures. The formulation is derived from a modified principle of total complementary energy, which involves, as independent variables, the generalized vectors of stress-resultants and displacements and, in addition, a set of Lagrange multipliers defined on the element boundaries. The adopted finite element discretization produces numerical solutions that strongly satisfy the equilibrium differential equations in the elements, as well as the static boundary conditions, consisting, therefore, in a true equilibrium formulation for large displacements and rotations. As this formulation does not suffer from shear-locking or any other artificial stiffening phenomena, it may be regarded as an alternative to the standard displacement-based finite element formulation. To validate and assess the accuracy of the proposed formulation, some benchmark problems are analyzed and their solutions compared with those obtained using the standard two-node displacement-based formulation.

Keywords: Framed structures / Geometrically nonlinear analysis / Finite elements / Hybrid-mixed formulation / Energy principles