

revista portuguesa de engenharia de estruturas

portuguese journal of structural engineering

- Otimização de cascas reforçadas assegurando fiabilidade de nível I e II
- Análise de estabilidade de vigas pultrudidas de GFRP: soluções analíticas para a encurvadura lateral
- Avaliação do desempenho de amortecedores de líquido sintonizado na mitigação de vibrações sísmicas em estruturas
- Avaliação experimental e numérica de blocos de concreto armado sobre duas estacas
- Análise de paredes de tabique: estudo numérico
- Influência da utilização de agregados reciclados com diferentes origens em betão estrutural
- Identificação de dano baseada em métodos numéricos e de inteligência artificial
- Estudo experimental do comportamento sísmico de pilares de betão armado sujeitos à flexão biaxial





Associação Portuguesa de Engenharia de Estruturas



po tuguês Betão rutural

SOCIEDADE PORTUGUESA DE ENGENHARIA SÍSMICA



SérieIII número1

julho 2016

índice

editorial	3	Editorial
artigos científicos ^(*)	5	Otimização de cascas reforçadas assegurando fiabilidade de nível I e II Luís M. C. Simões ∞ József Farkas ∞ Károly Jármai
	17	Análise de estabilidade de vigas pultrudidas de GFRP: soluções analíticas para a encurvadura lateral Mário Sá ∞ Nuno Silvestre ∞ Augusto Gomes ∞ João Correia
	31	Avaliação do desempenho de amortecedores de líquido sintonizado na mitigação de vibrações sísmicas em estruturas Maria João Falcão Silva
	43	Avaliação experimental e numérica de blocos de concreto armado sobre duas estacas Rodrigo Barros ∞ Rodrigo Gustavo Delalibera ∞ Iosé Samuel Giongo
	55	Análise de paredes de tabique: estudo numérico André Pires ∞ João Miranda Guedes ∞ Tiago Ilharco
	67	Influência da utilização de agregados reciclados com diferentes origens em betão estrutural Diogo Pedro ∞ Jorge de Brito ∞ Luís Evangelista
	81	Identificação de dano baseada em métodos numéricos e de inteligência artificial
	91	Estudo experimental do comportamento sísmico de pilares de betão armado sujeitos à flexão biaxial Hugo Rodrigues ∞ André Eurtado ∞ António Arêde ∞ Humberto Varum
divulgação		Entidades apoiantes e parceiros



Administração

José Manuel Catarino (LNEC - Laboratório Nacional de Engenharia Civil)

João Almeida Fernandes (APEE - Associação Portuguesa de Engenharia de Estruturas)

Manuel Pipa (GPBE - Grupo Português de Betão Estrutural)

Aníbal Costa (SPES - Sociedade Portuguesa de Engenharia Sísmica)

Coordenação Científica

Helena Cruz (LNEC - Laboratório Nacional de Engenharia Civil) Humberto Varum

(FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto)

Direção Executiva: Sandra Neves Secretariado: Marta Rodrigues Design Gráfico: Helder David

Administração

LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL, I. P. Departamento de Estruturas Av. Brasil 101 | 1700-066 LISBOA tel: (+351) 21 844 32 60 | fax: (+351) 21 844 30 25 rpee@lnec.pt | http://rpee.lnec.pt

Edição e divulgação eletrónica

LNEC | Divisão de Divulgação Científica e Técnica Av. Brasil 101 | 1700-066 LISBOA tel: (+351) 21 844 36 95 | fax: (+351) 21 844 30 18 livraria@lnec.pt | www.lnec.pt

ISSN 2183-8488

Painel de Revisores (*)

Alfredo Campos Costa LNEC, Portugal Álvaro Cunha

FEUP, Portugal Alvaro Viviescas Jaimes Univ. Industrial de Santander, Colômbia

André Barbosa Oregon State Univ., EUA

Aníbal Costa UA, Portugal

António Abel Henriques FEUP, Portugal

António Arêde FEUP, Portugal

António Bettencourt Ribeiro LNEC, Portugal

António M. Baptista LNEC, Portugal

Antonio Marí Univ. Politècnica de Catalunya, Espanha

António Santos Silva LNEC, Portugal

Artur Pinto ELSA Laboratory - JRC, Itália

Baldomiro Xavier Teixeira Duarte, SA, Portugal

Carlito Calil Júnior Univ. de São Paulo, Brasil

Dinar Camotim IST, Portugal Eduardo Iúlio

IST, Portugal Emil de Souza Sánchez Filho Univ. Federal Fluminense, Brasil

Enrico Spacone

Univ. Chieti Pescara, Itália Fernando Branco IST. Portugal

Filipe Teixeira-Dias Univ. of Edinburgh, Reino Unido Francisco Antônio Rocco Lahr

Univ. de São Paulo, Brasil Francisco Javier Crisafulli

Univ. Nacional de Cuyo, Argentina

Galo Valdebenito Univ. Austral de Chile, Chile

Giorgio Monti Univ. di Roma, Itália

Giuseppe Mancini Politecnico di Torino, Itália

Gustavo Ayala Univ. Nacional Autónoma do México, México

Halil Sezen Ohio State Univ., EUA

Hugo Corres Peiretti FHECOR Ingenieros Consultores, Espanha

Hugo Rodrigues IPLeiria, Portugal

Joan Ramon Casas Univ. Politècnica de Catalunya, Espanha

João Casaca LNEC, Portugal

João Correia IST, Portugal

João Henrique Negrão FCTUC, Portugal João Miranda Guedes

FEUP, Portugal

João Pires da Fonseca UBI, Portugal Jorge de Brito IST, Portugal José Calavera

INTEMAC, Espanha

José Jara Univ. Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México

José Luiz Rangel Paes Univ. Federal de Viçosa, Brasil

José Vieira de Lemos LNEC, Portugal

Júlio Flórez-López

Univ. de los Andes, Venezuela

Ka-Veng Yuen Univ. of Macau, Républica Popular da China

Lídia Shehata Univ. Federal do Rio de Janeiro, Brasil

Luís Guerreiro IST, Portugal

Luís Oliveira Santos LNEC, Portugal

Luiz Carlos Pinto da Silva Filho Univ. Federal do Rio Grande do Sul, Brasil

Manuel Pipa LNEC, Portugal

Marcial Blondet Pontificia Univ. Católica del Perú, Peru

Mário Castanheta LNEC. Portugal

Mario Ordaz

Univ. Nacional Autónoma do México, México Mary Mun

LNEC, Portugal

Maurizio Piazza Univ. di Trento, Itália

Oscar A. López Univ. Central de Venezuela, Venezuela

Paulo Candeias LNEC, Portugal

Paulo Lourenço UM, Portugal

Paulo Roberto Lopes Lima Univ. Estadual de Feira de Santana, Brasil

Paulo Vila Real UA, Portugal

Pedro Pontífice de Sousa LNEC, Portugal

Petr Stepanek Univ. Brno, República Checa

Rui Calçada

Rui Faria FEUP, Portugal

Rui Pinho Univ. di Pavia, Itália

Sérgio Hampshire Santos

Univ. Federal do Rio de Janeiro, Brasil Sérgio Lopes

FCTUC, Portugal

Sergio Lagomarsino Univ. di Genova, Itália

Válter Lúcio UNL, Portugal

Vanderley M. John Univ. de São Paulo, Brasil Vítor Leitão IST, Portugal

(*) A Coordenação Científica da rpee poderá recorrer a outros revisores quando necessário

editorial

A rpee começou a ser publicada em janeiro de 1978, tendo o Eng.º Artur Ravara como seu primeiro diretor. A série I da rpee incluiu 55 números, com um total de 231 artigos científicos publicados. Quando do 25.º aniversário da rpee, sendo diretor da revista o Eng.º Mário Castanheta, foi introduzido o painel de revisores, para garantia da qualidade, atualidade e interesse dos artigos publicados.

Em julho de 2007 a rp**ee** evoluiu para a série II, com a direção do Eng.º João Almeida Fernandes, tendo sido ampliado o painel de revisores e passando a alternar números temáticos com generalistas. Foi também criado um portal da revista que, nesta série, publicou 15 números com o total de 79 artigos científicos e notas técnicas.

Começa agora a série III da rp**ee**, retomando a parceria inicial entre o LNEC, a APEE, o GPBE e a SPES, com a vantagem de assim garantir maior potencial de mobilização do meio técnico e científico, nacional e internacional, relacionado com a engenharia de estruturas. A administração da revista passa a ser partilhada pelos representantes dessas entidades e conta com a importante colaboração da Eng.ª Helena Cruz e do Prof. Humberto Varum na coordenação da comissão científica, que integra um painel de revisores reformulado, com maior participação de especialistas internacionais. A rp**ee** passa a dispor de uma direção executiva responsável pela produção, continuando o LNEC a disponibilizar o secretariado e a edição da revista.

Optou-se pela publicação digital da série III da rp**ee** e sua divulgação por via eletrónica, em exclusivo, passando a revista a ser de livre acesso, com periodicidade quadrimestral, e a dispor de um portal para a submissão e apreciação de artigos científicos, em português, castelhano ou inglês. Para além destes artigos, os números da rp**ee** poderão incluir notas técnicas sobre realizações, memórias, entrevistas e informação relacionada com os parceiros deste projeto. Estas opções permitirão que a rp**ee** tenha grande impacto na comunidade técnica e científica da engenharia de estruturas, nacional e dos países com os idiomas referidos.

São grandes objetivos da administração da rp**ee** a obtenção a curto prazo da indexação internacional da revista e, em seguida, um elevado factor de impacto.

Para que este projeto tenha sucesso é necessário obter, para além dos contributos das quatro entidades parceiras, patrocinadores relacionados com a engenharia de estruturas, que poderão divulgar na revista as suas atividades e publicar notas técnicas sobre realizações a que estejam associados. Este primeiro número da série III conta já com o apoio da Infraestruturas de Portugal, da Pretensa e da AOF, ficando aqui expresso o reconhecimento da rp**ee**.

A rpee expressa aqui também o reconhecimento a todos os membros do painel de revisores da série II que garantiram a qualidade dos artigos publicados.

Estando para muito breve o dia da comemoração do 50.º aniversário da Ponte 25 de Abril, entendeu-se escolher uma imagem desta obra para a capa deste número, disponibilizada por Infraestruturas de Portugal.

Julho de 2016

a administração da rp**ee** José Manuel Catarino (LNEC) João Almeida Fernandes (APEE) Manuel Pipa (GPBE) Aníbal Costa (SPES)

Otimização de cascas reforçadas assegurando fiabilidade de nível I e II

Level I and II reliability-based optimum design of stiffened shells

Luís M. C. Simões József Farkas Károly Jármai

Resumo

O presente trabalho centra-se na otimização para restrições determinísticas (nível I) e em alternativa com restrições de fiabilidade (nível II) de cascas cónicas metálicas com reforços soldados anelares de secção quadrada. Estes reforços podem ser colocados à mesma distância (espessura variável) ou não (espessura constante). Utilizamse as regras do Det Norske Veritas para as restrições de encurvadura da casca e reforços. O custo inclui o material, montagem, soldadura e pintura, sendo formulado de acordo com a sequência de fabrico. A mesma metodologia é aplicada a cascas cilíndricas apoiadas na base e livres no topo submetidas a uma força axial de compressão e uma força horizontal atuando no cimo da casca. A casca é reforçada no exterior através de reforços soldados com cordões de soldadura longitudinais. Os reforços são meios perfis em I (UB). No problema de nível II consideram-se aleatórios o carregamento e as propriedades dos materiais. As restrições de fiabilidade individuais estão associadas à encurvadura da casca, instabilidade dos reforços e limite imposto ao deslocamento horizontal.

Abstract

This work concerns the optimization both deterministic (Level I) and involving reliability constraints (Level II) of a slightly conical steel shell. The ring-stiffeners are welded square box section, equidistant (associated with variable shell thickness) and nonequidistant (associated with constant shell thickness) stiffening, external pressure, welding. Design roles of Det Norske Veritas are applied for shell and stiffener buckling constraints. The cost function includes the cost of material, assembly welding and painting and is formulated according with the fabrication sequence. The optimum design problem involves both discrete and continuous design variables. The same methodology is applied to cylindrical shell columns fixed at the bottom and free at the top subject to axial compression and horizontal force acting on the top of the column. The shell is stiffened outside with stringers welded by longitudinal fillet welds. Half rolled I section (UB) stiffeners are used to reduce welding cost. In the Level II problem randomness is considered both in loading and material properties. Individual reliability constraints related with shell buckling, stringer panel buckling and the limitation of the horizontal displacement of the column top are considered.

Palavras-chave: Cascas cilíndricas reforçadas / Cascas cónicas reforçadas / / Otimização de estruturas / Fiabilidade / Custo Keywords: Stiffened cylindrical shells / Stiffened conical shells / Structural optimization / Reliability-based design

Luís M. C. Simões

Universidade de Coimbra Coimbra, Portugal Icsimoes@dec.uc.pt

József Farkas

Universidade de Miskolc Miskolc, Hungria altjar@uni-miskolc.hu

Károly Jármai

Universidade de Miskolc Miskolc, Hungria altjar@uni-miskolc.hu

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

SIMÕES, L. M. C. [et al.] – Otimização de cascas reforçadas assegurando fiabilidade de nível I e II. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 05-16.

1 Introdução

Klöppel e Motzel [1] realizaram trabalhos experimentais em cascas tronco-cónicas com e sem reforços anelares, propondo fórmulas simplificadas para determinar a carga crítica de encurvadura.

Rao e Reddy [2] desenvolveram um método de otimização, minimizando o peso de cascas tronco-cónicas. Foram utilizados reforços anelares e impostas restrições à encurvadura da casca e frequências angulares próprias. No livro de Ellinas *et al.* [3] são apresentados resultados experimentais e resolvidos problemas de cascas cónicas reforçadas. Spagnoli *et al.* analisaram a encurvadura e o dimensionamento de cascas cónicas com reforços retangulares submetidas a cargas axiais [4, 5, 6, 7]. Chryssanthopoulos *et al.* [8] utilizaram o método dos elementos finitos para resolver o mesmo problema. Singer *et al.* [9] descreveram detalhadamente ensaios experimentais realizados neste tipo de estruturas.

Neste trabalho escolhem-se as seguintes características da estrutura: aço, casca ligeiramente cónica, reforços quadrados de secção em caixão, afastamento regular ou não equidistante entre reforços, a ação da pressão exterior e soldadura. As regras de dimensionamento da Det Norske Veritas [10, 11] são aplicadas às restrições de encurvadura da casca e reforços. As variáveis de decisão são o número de segmentos da casca, dimensões dos reforços anelares e espessuras da casca nos segmentos com reforços equidistantes ou a espessura e a distância entre reforços.

As tensões e os deslocamentos podem ser calculados em função de valores determinísticos das cargas, geometria e comportamento material. Alguns códigos especificam probabilidades de rotura máximas num determinado período de referência. Esta probabilidade de rotura é traduzida em coeficientes de segurança e coeficientes para combinação de ações que dividem ou multiplicam, respetivamente, os valores característicos das resistências e ações, de modo a serem obtidos os valores de cálculo (nível I). Pressupõese que a estrutura garante a fiabilidade desejada se os estados limites não forem ultrapassados. A vantagem de utilizar um método do nível I (valores determinísticos especificados em regulamentos ou códigos) é que os estados limites são verificados para um número reduzido de combinações. Os coeficientes de segurança são muitas vezes obtidos para os membros sem se avaliar a segurança da estrutura. Este problema pode ser ultrapassado utilizando métodos de fiabilidade mais sofisticados de nível II (método dos segundos momentos de 1.ª e 2.ª ordem) e nível III (simulação de Monte-Carlo, amostragem mais representativa). Neste trabalho foi utilizado o método dos segundos momentos de 1.ª ordem [12].

Os modos de fiabilidade individuais estão associados à tensão normal provocada pela pressão exterior no segmento da casca e a encurvadura local do banzo comprimido do reforço. Por esse motivo o problema de otimização tem variáveis discretas e contínuas. Utilizase uma estratégia *branch and bound* para resolver os problemas de otimização com variáveis determinísticas (nível I) e aleatórias (nível II). As variáveis de decisão que conduzem a subestimativas são obtidas iterativamente ou através de otimização com variáveis contínuas. As soluções discretas pretendidas são determinadas por enumeração implícita. São comparados os custos da casca com reforços equidistantes e variáveis.

A otimização do custo de cascas cilíndricas reforçadas depende de um conjunto de parâmetros: carga (compressão axial, flexão, pressão externa ou combinação de cargas), tipo de reforço (anelar, longitudinal, ortogonal) e perfis do reforço (plano, I, meio I, L, secção oca ou trapezoidal). Foi demonstrado que os reforços anelares são económicos para pressão exterior [13-14]. Neste estudo considera--se uma casca fixa na base e livre no topo sujeita a uma carga axial de compressão e urna força horizontal que atua no topo. Na ref. [15] é otimizada uma casca reforçada longitudinalmente no exterior sendo impostos limites ao deslocamento horizontal. Neste problema é estudada uma casca reforçada com secção constante. As restrições têm a ver com encurvadura local, encurvadura dos reforços e limites impostos aos deslocamentos horizontais. A função custo que é minimizada inclui o custo do material, transformação dos elementos de casca para geometria cilíndrica, montagem, soldadura e pintura. Para resolver os problemas de otimização com variáveis determinísticas (nível I) e aleatórias (nível II) foi adotada uma estratégia branch and bound em conjunto com um algoritmo de otimização baseado em entropia de informação [16]. Este algoritmo determina variáveis de decisão contínuas que constituem limites inferiores associados aos nós da árvore combinatória, sendo obtidas as soluções discretas por enumeração implícita. Comparam-se as soluções otimizadas obtidas com base determinística e fiabilidade, sendo referida a influência dos limites impostos ao deslocamento horizontal.

2 Formulação do problema

2.1 Casca cónica

As variáveis que permitem dimensionar com reforços não equidistantes são: comprimento do segmento de casca (L_i) para uma espessura especificada (t), dimensões dos reforços anelares (h_i, t_{ii}) . Se for igual a distância entre reforços é necessário determinar a espessura dos segmentos (t_i) e as dimensões dos reforços (h_i, t_{ii}) .

Os reforços são colocados nas extremidades, mas tem de existir uma distância mínima entre eles (representada na Figura 1 a tracejado) para permitir a inspeção das soldaduras, O número de segmentos (n) é determinado em função da espessura da casca. Os símbolos A, G e 1 indicados na figura não vão ser utilizados diretamente neste trabalho.

2.2 Casca cilíndrica reforçada

A estrutura estudada é uma coluna apoiada atuada por uma carga vertical e outra horizontal. São impostos limites ao deslocamento no topo da coluna, sendo utilizados reforços longitudinais de meia secção UB. O custo da estrutura é formulado de acordo com a sequência de fabrico.



Figura 1 Casca cilíndrica reforçada submetida a uma carga vertical N_r e força horizontal H_r . Secção que inclui os reforços externos em meia secção em l

Quadro 1	Características	dos perfis l	JB (Arbed	[17])
----------	-----------------	--------------	-----------	-------

Perfil UB	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	A _s mm²	$I_y \times 10^{-4}$ mm
152×89116	152,4	88,7	4,5	7,7	2032	834
168×102×19	177,8	101,2	4,8	7,9	2426	1356
203×133×25	203.2	133,2	5,7	7,8	3187	2340
254×102×25	257,2	101,9	6,0	8,4	3204	3415
305×102×28	308,7	101,8	6,0	8,8	3588	5366
356×127×39	353.4	126,0	6,6	10,7	4977	10 172
406×140×46	403,2	142,2	6,8	11,2	5864	15 685
457×152×60	454,6	152,9	8,1	13,3	7623	25 500
533×210×92	533,1	209,3	10,1	15,6	11740	55230
610×229×113	607,6	228,2	11,1	17,3	14390	87320
686×254×140	683,5	253,7	12.4	19,0	17840	136300
762×267×173	762,2	266,7	14,3	21,6	22040	205300
838×292×194	840,7	292,4	14,7	21,7	24680	279200
914×305×224	910,4	304,1	15,9	23,9	28 560	376 400

Os dados são a altura de coluna *L*, o raio médio da casca *R*, força axial de compressão N_p , força horizontal H_p tensão de cedência no aço $f_{y'}$ fatores de custo para o material, fabrico e pintura k_m , k_p , k_p . As incógnitas são a espessura da casca *t*, bem como a altura *h* e o número de reforços n_s . A distância entre eles é obtida a partir de n_s . As características dos perfis UB são reproduzidas na Quadro 1, onde se verifica que $h = h_1 + 2t_r$.

3 Restrições

3.1 Casca cónica

3.1.1 Restrição à encurvadura global

De acordo com as regras DNV [18], para segmentos entre dois reforços com os raios $R_{,\nu} \in R_{,\mu,1}$ a restrição relativa à encurvadura obtém-se a partir de uma casca cilíndrica com raio equivalente,

$$R_{ei} = \frac{R_{i+1} + R_i}{2\cos\alpha}, \ \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{\tan^2\alpha + 1}} \tag{1}$$

$$\tan \alpha = \frac{R_{n+1} - R_1}{L_0}, R_{i+1} = L_i \tan \alpha + R_i$$
(2)

No problema equidistante é necessário definir o número n de segmentos entre reforços L_n

$$L_i = \frac{L_0}{n} \tag{3}$$

e a variável de decisão t, está associada com a espessura equivalente,

$$t_{ei} = t_i \cos \alpha \tag{4}$$



Figura 2 Casca cónica

Para reforços com espaçamentos diferentes $t_i = t e L_i$ é uma variável de decisão. Se os espaçamentos forem idênticos determina-se a espessura t e verifica-se que a soma das variáveis L_i é igual a L_0 . Eq. (1)-(2) são válidas em ambos os casos.

A tensão normal num segmento provocada pela pressão exterior tem de ser inferior à tensão crítica de encurvadura:

$$\sigma_{i} = \frac{\gamma_{b} \rho R_{i}}{t_{ei}} \le \sigma_{cri} = \frac{f_{y1}}{\sqrt{1 + \lambda_{i}^{4}}}, \quad \lambda_{i} = \sqrt{\frac{f_{y1}}{\sigma_{Ei}}}$$
(5)

$$\sigma_{Ei} = \frac{C_i \pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t_{ei}}{L_{ei}} \right)^2, \ L_{ei} = \frac{L_i}{\cos \alpha}$$
(6)

е

$$C_{i} = 4\sqrt{1+0.023214\frac{L_{ei}^{2}}{R_{ei}t_{ei}}}$$

$$(7)$$

$$R_{i+1} = h_{i}$$

$$R_{i} = h_{i}$$

R_{Ei}



As incógnitas t_i ou L_i são calculadas a partir da restrição de encurvadura da casca (5), γ_h é o coeficiente de majoração das cargas.

3.1.2 Restrição à encurvadura no reforço

.....

Para os reforços foi escolhida uma secção em caixão quadrada soldada a partir de 3 componentes. Deste modo é garantido um comportamento mais eficaz do que utilizando reforços com secção aberta (Figura 1).

De acordo com o Eurocódigo [19], a restrição à encurvadura da alma comprimida é

$$t_{i} \ge \delta h_i$$
 , $1/\delta = 42\epsilon$, $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$ (8)

para $f_y = 355$ MPa e $1/\delta = 34$. A Eq. (8) conduz a $t_{n'}$ uma vez conhecido h_i . A altura é determinada a partir da restrição à encurvadura do reforço que exige um momento mínimo de inércia em *E* em relação ao eixo *x*. *E* é o centro de gravidade da secção constituída pelo reforço e secção efetiva da casca (Figura 1) e y_{Ei} é a distância da secção efetiva *i* da casca ao centro de gravidade *E*:

$$I_{xi} \ge I_{reqi} = \frac{\gamma_b p R_i R_{ii}^2 L_{efi}}{3E} \left[2 + \frac{2E y_{Ei} 0,005 R_i}{R_{Ei}^2 \left(f_{y1} / 2 - \sigma_i \right)} \right]$$
(9)

е

$$I_{xi} = \frac{\delta h_i^4}{6} + 3\delta h_i^2 y_{ii}^2 \frac{L_{efi} t_i}{3\delta h_i^2 + L_{efi} t_i} + \frac{L_{efi} t_i^3}{12}; \ y_{ii} = \frac{2h_i}{3} + \frac{t_i}{2}$$
(10)

$$y_{Ei} = \frac{2\delta h_i^3}{3\delta h_i^2 + L_{efi}t_i}$$
(11)

$$L_{efi} = \min(L_i, L_{ef0i})$$
, $L_{ef0i} = 1,56\sqrt{R_i t_i}$ (12)

$$R_{Ei} = R_i - \left(h_i + \frac{t_i}{2} + \frac{\delta h_i}{2} - y_{Ei}\right)$$
(13)

O valor de h_i pretendido vai ser calculado a partir da Eq. (9).

3.2 Casca cilíndrica

3.2.1 Restrição à encurvadura da casca (painel curvo sem reforços)

$$\sigma_a + \sigma_b = \frac{N_F}{2R\pi t_e} + \frac{H_F L}{R^2 \pi t_e} \le \sigma_{cr} = \frac{f_y}{\sqrt{1 + \lambda^4}}$$
(14)

$$\lambda^{2} = \frac{f_{y}}{\sigma_{a} + \sigma_{b}} \left[\frac{\sigma_{a}}{\sigma_{\epsilon a}} + \frac{\sigma_{b}}{\sigma_{\epsilon b}} \right] ; \quad t_{e} = t + \frac{A_{s}}{2_{s}} ; \quad s = \frac{2R\pi}{n_{s}}$$
(15)

t_e é a espessura equivalente.

$$\sigma_{eA} = c_a \left(1, 5 - 50\beta\right) \frac{\pi^2 E}{10,92} \left(\frac{t}{s}\right)^2 \tag{16}$$

$$C_a = 4\sqrt{1 + \left(\frac{\rho_a \xi}{4}\right)^2}; Z = \frac{s^2}{Rt}0,9539$$
 (17)

$$\rho_a = 0.5 \left(1 + \frac{R}{150t} \right)^{-0.5}; \ \xi = 0.702Z \tag{18}$$

$$\sigma_{Eb} = C_b \left(1, 5 - 50\beta\right) \frac{\pi^2 E}{10,92} \left(\frac{t}{s}\right)^2 \tag{19}$$

$$C_b = 4\sqrt{1 + \left(\frac{\rho_b \xi}{4}\right)}$$
; $\rho_b = 0.5 \left(1 + \frac{R}{300t}\right)^{-0.5}$ (20)

O fator de distorção devido à soldadura é 1,5 – 50 β = 1 quando t > 9 mm

3.2.2 Restrição à encurvadura do painel de reforço

$$\sigma_a + \sigma_b \le \sigma_{ccp} = \frac{f_y}{\sqrt{1 + \lambda_p^4}}$$
(21)

$$\lambda_{\rho}^{2} = \frac{f_{y}}{\sigma_{\epsilon\rho}} ; \quad \sigma_{\epsilon\rho} = C_{\rho} \frac{\pi^{2} E}{10,92} \left(\frac{t}{L}\right)^{2}$$
(22)

 $C_{_{D}}$ é função de $\xi_{_{P}}$ e $\psi_{_{P}}$

$$C_{\rho} = \Psi_{\rho} \sqrt{1 + \left(\frac{0.5\xi_{\rho}}{\Psi_{\rho}}\right)^2}; \quad Z_{\rho} = 0.9539 \frac{l^2}{Rt}$$
 (23)

Por sua vez ξ_{o} é função de Z_{o} e ψ_{o} depende de γ_{s}

$$\xi_{\rho} = 0.702 Z_{\rho} ; \gamma_s = 10.92 \frac{I_{sef}}{st^3}$$
 (24)

onde I_{sef} é o momento de inércia de uma secção contendo o reforço e parte da casca com largura S_e (Figura 1). Para um reforço cuja secção é metade de um I

$$I_{sef} = s_e t z_G^2 + \frac{t_w}{12} \left(\frac{h_1}{2}\right)^3 + \frac{h_1 t_w}{2} \left(\frac{h_1}{4} - z_G\right)^2 + b t_f \left(\frac{h_1}{2} - z_G\right)^2$$
(25)

$$z_{c} = \frac{h_{i}^{2} t_{w} / 8 + h_{i} b t_{f} / 2}{h_{i} t_{w} / 2 + b t_{f} + s_{e} t}$$
(26)

$$h_1 = h - 2t_f \tag{27}$$

$$\psi_{\rho} = \frac{1 + \gamma_s}{1 + \frac{A_s}{2se_e t}} \tag{28}$$

Como o valor efetivo S_e (Figura 1) da casca pelas regras DNV é obtido através de um processo iterativo, foi escolhido o método simplificado do ECCS [20]:

$$s_{\varepsilon} = 1.9t \sqrt{\frac{E}{f_y}} S_{\varepsilon} < S \quad S_e = S_{\varepsilon} \quad ; \quad \text{se } S_{\varepsilon} > s \quad S_e = S \tag{29}$$

3.2.3 Restrição ao deslocamento horizontal

$$w_h = \frac{ML^2}{3EI_{\times 0}} \le w_{allow} = \frac{L}{\phi}$$
(30)

 ϕ varia entre 400 e 1000.

O cálculo exato do momento de inércia para o deslocamento horizontal utiliza o seguinte formulário (Figura 1):

A distância ao centro de gravidade da meia secção UB é

$$Z_{A} = \frac{h_{1}t_{w}/2(h_{1}/4 + t_{f}/2)}{h_{1}t_{w}/2 + bt_{f}}$$
(31)

Momento de inércia de meia secção UB

$$I_{x} = bt_{f} z_{A}^{2} + \frac{t_{w}}{12} \left(\frac{h_{1}}{2}\right)^{3} + \frac{h_{1} t_{w}}{2} \left(\frac{h_{1}}{4} - z_{A}\right)^{2}$$
(32)

Momento de inércia de uma secção de casca reforçada

$$I_{x0} = \pi R^3 t + I_x \sum_{i=1}^{n_1} \sin^2 \left(\frac{2\pi i}{n_s}\right) + \left(\frac{h_1 t_w}{2} + bt_f\right) \left(R + \frac{h_1 + t_f}{2} - Z_A\right)^2 \sum_{i=1}^{n_1} \sin^2 \left(\frac{2\pi i}{n_s}\right)$$
(33)

4 Função custo

4.1 Casca cónica

A função custo é formulada de acordo com a sequência de fabrico.

- a. Modificar 3 elementos de placa em elementos casca ligeiramente cónicos ($K_{_{FO}}$).
- b. Soldadura de 3 elementos curvos numa casca com GMAW-C (soldadura em arco gás-metal com CO_2) usando soldaduras de topo ($K_{_{F1}}$).
- c. Soldadura de n + 1 reforços anelares, cada qual a partir de 3 elementos com 2 cordões de soldadura GMAW-C (K_{r_2}).

- d. Soldadura de um reforço anelar em cada segmento de casca com 2 cordões de soldadura GMAW-C ($K_{_{F3}}$).
- e. Montagem da estrutura reforçada a partir de *n* segmentos (K_{ran}),
- f. Soldadura *n* segmentos de casca para formar o conjunto da estrutura com *n* 1 soldaduras de topo anelares GMAW-C (K_{exu})
- g. Pintura exterior e interior da estrutura (K_{p}) .

O custo total inclui o custo do material, montagem soldadura e pintura,

$$K = K_M + K_{F0} + K_{F1} + K_{F2} + K_{F3} + K_{F4} + K_P$$
(34)

$$K_{M} = k_{M} \rho V, k_{M} = 1,0 \in /kg$$
 (35)

€ representa um custo de referência.

O volume do conjunto da estrutura inclui o volume dos segmentos da casca (V_{y}) e reforços anelares (V_{y})

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_{1i} + \sum_{i=1}^{n+1} V_{ii}$$
(36)

 $K_{F0i} = k_F \Theta e^{\mu}$, $\mu = 6.8582513 - 4.527217 t_i^{-0.5} + 0.009541996 (2R_{ei})^{0.5}$ (37)

$$K_{F0} = \sum_{i=1}^{n} K_{F0i}$$
(38)

onde o fator de dificuldade de fabrico é Θ = 3 e a massa volúrnica do aço é ρ = 7,85 \times 10^{-6} kg/mm³,

$$K_{F1i} = k_F \left[\Theta \sqrt{3\rho V_{1i}} + 1.3 \times 0.152 \times 10^{-3} t_i^{1.9358} \times 3L_{ei} \right]$$
(39)

$$K_{F1} = \sum_{i=1}^{n} K_{F1i} \tag{40}$$

$$V_{1i} = 2\pi R_{ei} L_{ei} t_i \tag{41}$$

$$K_{F2i} = k_F \left[\Theta \sqrt{3\rho V_{ii}} + 1,3 \times 0,3394 \times 10^{-3} a_{wi}^2 \times 4\pi (R_i - h_i) \right]$$
(42)

е

$$V_{ri} = 4\pi t t_{ri} h_i (R_i - h_i / 2) + 2\pi t_{ri} h_i (R_i - h_i)$$
(43)

A dimensão do cordão de soldadura é $a_{wi} = 0.7 \delta h_{i}$

$$K_{F3i} = k_F \left[\Theta \sqrt{2\rho V_{3i}} + 1.3 \times 0.3394 \times 10^{-3} a_{wi}^2 \times 4\pi R_i \right]$$

$$V_{3i} = V_{1i} + V_{ri}$$
(44)

$$K_{F4} = K_{F4A} + K_{F4W}, \ K_{F4A} = k_F \Theta \sqrt{n\rho V}, \ K_{F4W} = \sum_{i=2}^{n} K_{F4Wi}$$
(45)

 $K_{F4Wi} = 1,3k_F \times 0,152 \times 10^{-3} t_i^{1,9358} \times 2\pi R_i$

$$K_{\rho} = K_{\rho 1} + \sum_{i=1}^{n+1} K_{\rho i} , \quad K_{\rho 1} = k_{\rho} 4\pi \frac{R_{\max} + R_1}{2} L_0$$
(47)

$$K_{pi} = k_p 4\pi h_i (R_i - h_i / 2)$$
, $k_p = 2 \times 14.4 \times 10^{-6} \in /\,\mathrm{mm}^2$ (48)

4.2 Casca cilíndrica

- a. Fabrico de n_{se} = 5 segmentos de casca com 3 m de comprimento sem reforços. Para cada segmento da casca são necessários dois cordões de soldadura de topo axiais (GMAW-C) (K_{F1}). Está incluído o custo de modificar cada segmento da casca na geometria cilíndrica (K_{F1}).
- b. Soldadura de toda a casca não reforçada a partir de n_{se} elementos $n_{se} 1$ com soldaduras de topo circunferenciais (K_{sp}).
- c. Soldadura de n_s reforços à casca com dois cordões de soldadura GMAW-C, totalizando $2n_s (K_{_{F3}})$.

Custo do material

$$K_{M} = K_{M1} n_{se} \rho V_{1} + K_{M2} \rho n_{s} A_{s} L/2$$
(49)

 $V_1 = 3000 \times 2R \pi t$; $\rho = 7.85 \times 10^{-6} \text{ kg mm}^{-3}$; $k_F = 1.0 \notin /\text{min}$; $K_{M1} = 1.0 \notin /\text{kg}$ (50)

O custo de modificar os elementos da casca na forma cilíndrica é

$$K_{F0} = k_F \Theta e^u$$
; $u = 6.8582513 - 4.527217t^{-0.5} + 0.009541996(2R)^{0.5}$ (51)

$$K_{F1} = k_F \left[\Theta \sqrt{k \rho V_1} + 1.3 \times 0.1520 \times 10^{-3} t^{1.9358} (2 \times 3000) \right]$$
(52)

Em que Θ é um fator de dificuldade que traduz a complexidade do fabrico e k o número de elementos que constituem a estrutura.

$$k=2$$
; $V_1=2R\pi t \times 3000$; $\Theta=2$ (53)

$$K_{F2} = k_F \left(\Theta \sqrt{n_{se}^2 \rho V_1} + 1.3 \times 0.1520 \times 10^{-3} t^{1.9358} \times 4 \times 2R\pi \right)$$
(54)

$$K_{F3} = k_F \left(\Theta \sqrt{(n_s + 1)\rho V_2} + 1.3 \times 0.3394 \times 10^{-3} a_w^2 2L n_s \right)$$
(55)

Dimensão do cordão de soldadura $a_w = 0.3 t_w, a_{wmin} = 3 \text{ mm.}$

$$V_2 = n_{se} V_1 + n_s A_s L/2$$
 (56)

Custo da pintura

$$K_{p} = k_{p} \left(4R\pi L + n_{s} A_{L} L/2 \right) ; k_{p} = 14,4 \times 10^{-6} \, \text{e/mm}^{2}$$
(57)

Área do reforço pintada

$$A_{L}/2 = h + 2b \tag{58}$$

Custo total

2

(46)

$$K = K_{M} + n_{se} K_{F1} + n_{se} K_{F0} + K_{F2} + K_{F3} + K_{\rho}$$
(59)

5 Fiabilidade

A rotura pode ser descrita através de uma relação funcional designada função de estado limite,

$$F = \left\{ g(x) \le 0 \right\} \tag{60}$$

A probabilidade de rotura é calculada a partir do integral

$$P_{F} = \int_{g(x) < 0} f_{x}(X) dx \tag{61}$$

onde $f_x(X)$ é a função de densidade probabilística conjunta das variáveis aleatórias. Como o integral não é fácil de calcular, têm sido propostas diversas metodologias que incluem técnicas numéricas de integração, simulação de Monte Carlo e desenvolvimentos assintóticos de Laplace [21]. As técnicas de integração numérica não são eficientes para um número significativo de variáveis aleatórias <u>x</u>. Apesar de poderem ser utilizadas as técnicas de Monte Carlo (nível III), neste trabalho foi seguido o Método dos segundos momentos (nível II). Se a função de estado limite $g(\underline{x})$ for linear em relação às variáveis aleatórias x que seguem a distribuição normal, a probabilidade de rotura pode ser expressa em função da margem de segurança *M*:

$$P_{F} = P\{g(x) \le 0\} = P(M \le 0)$$
(62)

que pode ser obtida a partir da variável normal padronizada

$$P_F = \Phi(-\beta) \tag{63}$$

em que β é o índice de fiabilidade que representa o quociente

$$\beta = \mu_M / \sigma_M \tag{64}$$

O índice de fiabilidade tem a interpretação geométrica da distância da linha (ou hiperplano) que constitui a fronteira entre o domínio seguro e a rotura. Neste caso, a determinação da probabilidade de rotura reduz-se a um conjunto simples de cálculos que envolvem as médias e desvios padrões das variáveis aleatórias básicas. Se as variáveis aleatórias não seguirem a distribuição normal utiliza--se a transformação de Rosenblatt para obter variáveis normais equivalentes.

Se a função de estado limite não for linear em relação às variáveis aleatórias x, tem de se linearizar a superfície de rotura representada no espaço das variáveis padronizadas *u*.

$$u_i = (x_i - \mu_{x_i}) / \sigma_{x_i} \tag{65}$$

Como se desconhece à partida o ponto da superfície de rotura a linearizar, utiliza-se um processo iterativo. Admitindo que a função de estado limite é diferenciável, considera-se o algoritmo

$$\boldsymbol{\alpha}_{i} = -\partial g(\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\alpha}) / \partial u_{i} \left[\sum_{j=1}^{n} \partial g(\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\alpha})^{2} / \partial u_{i} \right]$$
(66)

$$G(\beta \alpha_1, \beta \alpha_2, \dots, \beta \alpha_v) \tag{67}$$

que termina no ponto de rotura u^* ao qual corresponde o índice de fiabilidade β . A probabilidade de rotura que corresponde a β é normalmente muito reduzida. Cada função de estado limite está associada a uma probabilidade de rotura correspondente a esse modo. Para obter a probabilidade de rotura da estrutura tem de se combinar os modos individuais. Os modos de rotura estão normalmente correlacionados quer pelas cargas quer pelas resistências, não sendo prático o cálculo exato numérico. O procedimento mais simples seria admitir uma dependencia estatística entre modos perfeita (limite inferior de Cornell) ou considerá-los estatisticamente independentes (limite superior de Cornell) [22]:

$$\underset{allk}{\mathsf{Max}} \Big[P_r \Big(Z_k \Big) \Big] \le P_F \le \sum_{k=1,m} P_r \Big[Z_k \le 0 \Big]$$
(68)

O intervalo entre estes limites é normalmente significativo, uma vez que não se considera nesta aproximação a correlação entre modos de rotura. O método de Ditlevsen [23] incorpora a dependência estatística entre dois modos quaisquer $P(F_i \cap F_j)$, o que significa que os modos F_i e F_j possam ocorrer em simultâneo e estreita consideravelmente os limites na fiabilidade da estrutura.

$$P_{f} \ge (F_{1}) + \sum_{i=2}^{m} Max \left\{ \left[P(F_{i}) - \sum_{j=1}^{i-1} P(F_{i} \cap F_{j}) \right]; 0 \right\}$$

$$(69)$$

$$P_{F} \leq \sum_{i=1}^{m} P(F_{i}) - \sum_{i=2}^{m} Max P(F_{i} \cap F_{j})$$

$$\tag{70}$$

Num espaço Gaussiano são determinados os valores β_1 , β_2 e o coeficiente de correlação ρ_{ij} para cada par de modos de rotura $F_i e F_j$ de modo que se $\rho_{ij} > 0$ ($F_i e F_j$ correlacionados positivamente):

$$P(F_i \cap F_j) \ge Max \left\{ \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \beta_j \rho_{ij}}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right); \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_j - \beta_i \rho_{ij}}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right) \right\}$$
(71)

$$P(F_i \cap F_j) \leq \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \beta_j \rho_{ij}}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right) + \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_j - \beta_i \rho_{ij}}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right)$$
(72)

Outras aproximações da probabilidade de rotura da estrutura excluem o cálculo das probabilidades condicionais entre modos de rotura. Refere-se a título de exemplo o PNET (Probability Network EvaluationTechnique)[24] que requer a determinação dos coeficientes de correlação entre pares de modos de rotura. O coeficiente de demarcação ρ_0 define um coeficiente de correlação entre modos. Para valores superiores ao coeficiente de demarcação ($\rho_{i,j} \ge \rho_0$) consideram-se os modos como perfeitamente correlacionados e aqueles com correlação baixa ($\rho_{i,j} < \rho_0$) são independentes. Neste caso as soluções dependem significativamente do coeficiente de demarcação ρ_0 estipulado.

6 Otimização satisfazendo níveis I e II de fiabilidade

6.1 Estratégia *branch and bound* para determinação do ótimo global

O problema é não-linear e as variáveis de decisão são discretas. Os métodos apropriados para resolver um problema deste tipo podem ser caracterizados como determinísticos (estratégias de enumeração, planos de corte, métodos de escavação), estocásticos (pesquisa aleatória, recosimento simulado) ou baseadas em analogias com a biologia (métodos genéticos, redes neuronais). Dado o reduzido número de variáveis discretas foi adotada uma estratégia de enumeração implícita (*branch and bound*) para obter a solução com menor custo. Os dois ingredientes são uma árvore combinatória com nós definidos de algum modo e limites inferiores e superiores da solução ótima associados a esse nó. Deste modo é possível eliminar um conjunto significativo de soluções potenciais sem as calcular.

Considera-se terminada uma solução parcial quando for obtida uma solução com variáveis discretas ou se o dimensionamento contendo ainda algumas das variáveis contínuas tiver um custo superior a um ótimo temporário. Se uma solução parcial for terminada, isto significa que todas as soluções discretas com base nessa solução contínua foram enumeradas implicitamente. Quando o último dos nós for terminado o algoritmo finaliza, sendo o ótimo temporário a solução pretendida. Na árvore combinatória são enumerados todos os nós de forma implícita ou explícita.

6.1.1 Casca cónica

O processo de otimização é constituído pelos passos seguintes:

- a. Determinação do comprimento de cada segmento de casca para urna espessura determinada (reforços equidistantes) ou a espessura de um segmento dado o comprimento (reforços equidistantes) a partir da restrição de fiabilidade da casca;
- b. (Determinação da altura h_i (e t_n) dos reforços para cada segmento de casca utilizando a restrição de encurvadura do reforço e a expressão do Eurocódigo;
- c. Cálculo do custo da estrutura.

Para reforços equidistantes define-se *n* no topo da árvore combinatória, correspondendo os restantes níveis a t_i a partir do qual se determina h_i e t_{i} . Quando se escolhe *n*, L_i obtém-se a partir de (3) e os valores mínimos de t_i são obtidos a partir da restrição de fiabilidade (5) iterativamente. h_i e t_i resultam das restrições (9) e (8).

Os nós da árvore combinatória estão associados ao custo da estrutura, correspondendo o segundo nível a valores discretos de t_i imediatamente acima do valor contínuo obtido. Os valores correspondentes de h_i e t_{ri} são calculados, obtendo-se uma solução discreta para h_i e t_{ri} no último nível da árvore.

No caso dos reforços não equidistantes, a espessura vai definir o nível superior da árvore combinatória. Difere do caso anterior porque a soma dos comprimentos dos segmentos tem de igualar o comprimento total da casca, não sendo nesta fase ainda conhecido *n*. Por esse motivo é definido *t* e são calculados os comprimentos máximos L_i utilizando a restrição (5). *n* é obtido quando a soma dos L_i não for inferior a L_o . As variáveis de decisão que correspondem aos reforços h_i e t_n dependem dos valores de *t* e L_i . Este procedimento foi seguido duas vezes escolhendo o valor inicial de L_i em cada extremidade. Os resultados de ambas as metodologias diferiram menos de 0,5%. Em alternativa foram otimizadas as n - 1 variáveis de decisão L_i utilizando o método das direções conjugadas. Foi minimizado o custo uma vez que não havia restrições dependendo de $h_i e t_n$ conduzindo a melhores resultados. A estratégia "branch and bound" descrita mantém-se válida para escolher o ótimo discreto.

6.1.2 Casca cilíndrica

O número de níveis da árvore combinatória é igual ao número de variáveis discretas. Utiliza-se uma regra de ramificação forte no topo

da árvore permitindo especificar o número de reforços. Cada nó é ramificado em n_c nós, cada qual associado a variáveis de decisão contínuas representando a espessura da casca t e a altura do reforco h. Este procedimento requer a utilização de valores contínuos próximos das características das secções em UB ($A_{a}, b_{a}, t_{a}, t_{a}$) que são obtidas em função de h. Por sua vez a altura h também tem um valor contínuo determinado utilizando as alturas dos diversos perfis UB. Contudo, é necessário que estas propriedades geométricas subestimem as características geométricas verdadeiras de modo que a solução obtida, utilizando as propriedades reais dos perfis, deem resultados superiores aos encontrados utilizando as aproximações contínuas. No segundo nível da árvore os ramos correspondem aos diferentes perfis UB. Deste modo é calculada a espessura contínua mínima de casca necessária. À solução mínima discreta corresponde a solução ótima temporária. Cada nó está associado a uma subestimativa até ao 2.º nível. Cada nó cujo valor seja inferior ou igual à solução óptima temporária mantém-se ativo. Caso contrário consideram-se terminados. Todos os nós da árvore combinatória têm de ser analisados até terminarem. A estratégia de ramificação adotada foi escolher sempre o nó associado ao menor custo.

Consideram-se três níveis na árvore combinatória. Estipula-se no topo da árvore o número de reforços, correspondendo os dois níveis restantes aos perfis UB e à espessura t da coluna em caixão de secção quadrada. B_o será obtido uma vez que sejam conhecidas as variáveis restantes.

Os mesmos níveis foram adotados na placa celular apoiada, sendo determinados $t_1 e t_2$ no terceiro nível. Foi seguida uma regra forte para obter os nós do nível inferior, ou seja: cada nó pode ser ramificado em n_s nós, cada qual associado ao número de reforços na direção x. Este procedimento exige a utilização de valores contínuos próximos das características dos perfis UB ($b_1 t_p t_w$). Estas aproximações que dependem da altura são determinadas a partir dos dados correspondentes a todos os perfis. Do mesmo modo obtém-se uma expressão contínua para h. É necessário ter em atenção que as propriedades geométricas assim calculadas sejam subestimativas convexas das propriedades reais, de modo a que a solução obtida utilizando os valores reais dos perfis UB seja mais dispendiosa do que as obtidas utilizando as aproximações contínuas.

6.2 Subestimativa convexa: otimização com variáveis de decisão contínuas

Uma subestimativa consiste em resolver o problema de otimização admitindo variáveis contínuas em lugar das discretas. Para minimizar o custo e satisfazer as restrições define-se um problema com objetivos múltiplos. Todos os objetivos são normalizados atribuindo-se o peso a cada um associado à entropia de informação. Se for especificado um custo de referência $K_{o'}$, a redução deste objetivo consiste em

$$g_1(t,h) = K(t,h) / K_0 - 1 \le 0 \tag{73}$$

Outros dois objetivos resultam da restrição à encurvadura global e dos painéis de reforço:

$$g_2(t,h) = (\sigma_a + \sigma_b) / \sigma_{cp} - 1 \le 0$$
(74)

$$g_3(t,h) = (\sigma_a + \sigma_b) / \sigma_{crp} - 1 \le 0$$
(75)

É necessário acrescentar no caso da casca cilíndrica um objetivo relacionado com a redução do deslocamento horizontal máximo:

$$g_4(t,h) = w_h / w_{allow} - 1 \le 0 \tag{76}$$

A otimização de Pareto melhora o dimensionamento, sendo obtidas soluções através da otimização da função escalar convexa [25]:

$$F(t,h) = \frac{1}{\rho} \cdot \ln \left[\sum_{j=1}^{3} \exp \left(g(t,h) \right) \right]$$
(77)

Esta função constitui uma aproximação convexa dos objetivos. Como alguns destes objetivos não têm uma expressão algébrica explícita, a estratégia adotada consiste em resolver uma sequência de modelos aproximados. Utilizam-se os dois primeiros termos das séries de Taylor, daí resultando o problema de otimização:

$$\operatorname{Min}F(t,h) = \frac{1}{\rho} \cdot \ln \left[\sum_{j=1}^{3} \exp\left(g_0(t,h) + \frac{\partial g_{0j}(t,h)}{\partial t} dt + \frac{\partial g_{0j}(t,h)}{\partial h} dh\right) \right] (78)$$

Este problema possui uma solução analítica em termos das modificações das variáveis de decisão dt e dh. A resolução para um valor numérico particular de g_{oj} constitui uma iteração de (77). Impõem-se limites para as alterações nos valores das variáveis de decisão de modo a garantir a precisão das aproximações. Neste exemplo e como é diminuto o número de variáveis de decisão é possível determinar a solução analítica dos problemas de otimização (78). No decurso das iterações aumenta-se o parâmetro de controlo ρ de modo a melhorar a qualidade da aproximação.

7 Resultados numéricos e discussão

7.1 Casca cónica

Considera-se a casca cónica atuada por uma pressão exterior e com reforços anelares de secção quadrada em caixão. A otimização minimiza o custo total, garantindo a fiabilidade de nível I (problema deterrninístico) e de nível II sendo comparados os resultados, designadamente custo e variáveis de dimensionamento. As dimensões dos reforços em cada segmento são obtidas com base na fiabilidade do reforço à encurvadura neste último problema e nas expressões determinísticas para o cálculo baseado em valores regulamentares (nível I). Comprimento total da casca L = 15000, raios laterais $R_{min} = R_1 = 1850$ e $R_{max} = R_{n+i} = 2850$ mm, coeficiente de Poisson v = 0,3, módulo de elasticidade $E = 2,1 \times 10^5$ MPa. De acordo com o dimensionamento tradicional por estados limites (nível I) consideram-se os valores de cálculo da tensão $f_v = 355$ MPa e da pressão exterior p = 0,75 MPa. Considera-se o coeficiente de majoração das cargas γ_b = 1,5 para as restrições de encurvadura da carga e do reforço. Para o problema de nível II consideram-se variáveis aleatórias a tensão média μ_{fv} = 440 MPa e um coeficiente de variação de 0,10 e a média da pressão exterior $\mu_{a} = 0,3765$ MPa e um coeficiente de variação de 0,20. Em ambos os casos foi adotada a distribuição normal. Apesar de a aleatoriedade do módulo de elasticidade poder desempenhar um papel significativo, não foi aqui considerado. A probabilidade de rotura calculada está associada a estados limites que correspondem a tensões de encurvadura na estrutura e a encurvadura dos painéis de reforço. Em primeira análise, as restrições são limites impostos à probabilidade de rotura devida à encurvadura da casca e dos painéis de reforço.

A espessura (para reforços equidistantes) ou o comprimento de cada segmento da casca (reforços não equidistantes) são calculados de modo a garantir a fiabilidade da casca à encurvadura. No caso dos reforços equidistantes utilizam-se valores de *n* entre 4 e 8. Foram obtidas soluções com diferentes coeficientes de variação do carregamento e valores de p_r . Em cada caso a probabilidade de rotura foi definida para a equação de estado limite definida quando as tensões normais devidas à pressão exterior em cada segmento de casca se aproximam da carga crítica de encurvadura. A equação de estado limite relacionada com o dimensionamento dos reforços anelares está altamente correlacionada com a encurvadura global da casca e a probabilidade de rotura mais alta representa ambos os modos. Os custos totais são representados na Quadro 2.

Estes resultados são idênticos aos encontrados quando a casca está submetida a cargas determinísticas. Justificam-se devido à predominância das restrições de encurvadura global. Os dimensionamentos que correspondem a estas soluções são representados na Quadro 3.

Quadro 2 Custo × 10³. Os valores ótimos são indicados a negrito

	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 6	n = 7	<i>n</i> = 8
$Cov = 0,15 p_F = 10^{-3}$		73,5	73,0	72,7	73,6
$Cov = 0,20 p_F = 10^{-4}$	80,0	78,4	79,2	79,1	
$Cov = 0,25 p_F = 10^{-5}$	85,4	84,9	84,2	84,5	

Quadro 3 Dimensões principais (em mm) dos ótimos

<i>n</i> = 7 Custo = 72,7 10 ³			Cus	<i>n</i> = 5 to = 78,4	- 10³	Cust	<i>n</i> = 6 Custo = 84,2 10 ³			
t,	h _i	tr _i	t,	h,	h _i tr _i		h,	tr,		
15	110	4	19	119	4	19	131	4		
16	118	4	20	133	4	20	143	5		
16	128	4	21	146	5	21	156	5		
17	136	4	22	160	5	22	169	5		
17	146	5	23	174	6	22	184	6		
18	155	5	24	188	6	23	198	6		
18	164	5				24	211	7		
19	173	6								

Soluções ótimas para reforços não equidistantes estão representadas na Quadro 4.

Quadro 4 Custo × 10³. Os valores ótimos são indicados a negrito

	<i>t</i> = 16	t = 17	<i>t</i> = 18	<i>t</i> = 19
$Cov = 0,15 p_F = 10^{-3}$	74,2	73,8	72,8	75,0
$Cov = 0,20 p_F = 10^{-4}$	80,1	78,2	78,2	80,5
$Cov = 0,25 p_F = 10^{-5}$	103,2	86,6	90,0	90,9

Os dimensionamentos que correspondem a estas soluções são representados na Quadro 5.

Quadro 5 Dimensões principais (em mm) dos elementos correspondentes às soluções ótimas

<i>t</i> = 18, <i>n</i> = 6 Custo 72,8 10 ³		= 6 10 ³	<i>t</i> = 18, <i>n</i> = 7 Custo 78,2 10 ³			t = 18, n = 7 Custo 78,2 10 ³			<i>t</i> = 17 n = 9 Custo 86,6 10 ³		
L _i	h _i	tr _i	L _i	h _i	tr _i	L _i	h _i	tr _i	L _i	h _i	tr _i
2433	108	4	2628	120	4	2415	120	4	2055	134	4
3012	118	4	2458	133	4	2190	133	4	1896	147	5
2686	131	4	2246	145	5	2022	144	5	1772	160	5
2452	142	5	2085	157	5	1892	155	5	1670	174	6
2277	154	5	1958	169	5	1787	167	5	1588	189	6
2140	164	5	1856	181	6	1700	178	6	1518	205	7
			1769	194	6	1627	190	6	1456	224	7
						1042	203	6	1404	248	8
									1315	279	9

Para reforços equidistantes não há conclusões relativas ao número ótimo de reforços ou como o dimensionamento é alterado alterando os requisitos de fiabilidade. Há um elevado número de soluções discretas próximas, sendo a mais económica selecionada através da enumeração implícita.

Quando os reforços são não equidistantes, a conclusão geral indica a necessidade de mais reforços quando aumenta o cov do carregamento ou se reduz p_F . Há soluções ótimas muito próximas (menos do que 1% de diferença) para um cov do carregamento igual a 0,2 e $p_F = 10^{-4}$. Neste caso o quociente entre o custo do material e o custo de fabrico é menor porque são necessários mais reforços para garantir a estabilidade de uma casca mais fina.

As soluções com reforços equidistantes são normalmente mais económicas que as obtidas com reforços não equidistantes para valores superiores da carga e menor p_F por necessitarem de um menor número de reforços. É possível reduzir o número de reforços na carga com reforços não equidistantes quando se reduz a carga e aumenta p_F . Os custos não diferem muito para os dois tipos de reforço ainda que os dimensionamentos sejam substancialmente diferentes.

7.2 Casca cilíndrica

Dados numéricos:

 $N_r = 34\ 000\ \text{kN}, f_v = 355\ \text{MPa}, R = 1850\ \text{mm}, L = 15\ \text{m}.$

 $M = H_{E}L; H_{E} = 0,1 N_{E}$

De acordo com o dimensionamento tradicional por estados limites com cargas determinísticas (nível I) considera-se a tensão $f_{\rm e} = 355$ MPa e a carga vertical $N_r = 22,67$ MN. O coeficiente de majoração da carga vertical e horizontal para os estados limites últimos relacionados com a encurvadura da casca e do painel de reforço é 1,5. Não se considera este coeficiente de majoração no estado limite de utilização decorrente do limite imposto ao deslocamento horizontal. Para o problema nível II consideram-se variáveis aleatórias a tensão média $\mu_{f_{e}} = 440$ MPa e um coeficiente de variação 0,10 e a média do carregamento vertical $\mu_{\rm ME}$ = 20 MN e um coeficiente de variação 0,20. Em ambos os casos foi adotada a distribuição normal. Apesar de a aleatoriedade do módulo de elasticidade poder desempenhar um papel significativo, não foi aqui considerado. Em primeira análise, as restrições são limites impostos à probabilidade de rotura devida à encurvadura da casca e dos painéis de reforço e de o deslocamento horizontal máximo poder ser ultrapassado.

Admite-se a probabilidade de rotura máxima $p_F \le 1,0E-4$ (β maior que 3,72). Como se verifica que as encurvaduras da casca e do reforço são altamente correlacionadas, a probabilidade de rotura mais elevada representa ambos os modos. A correlação entre estes modos e o deslocamento horizontal é mais fraca (0,6) o que significa que os limites de 2.ª ordem de p_F são superiores em cerca de 6% à probabilidade de rotura do modo mais elevado. Os resultados da otimização são indicados nas Quadro 6.

Quadro 6 Resultados da otimização da casca com reforços soldados

Cargas determinísticas (Nivel I)							Método dos segundos momentos (Nivel II)					
ф	UB	n _s	t mm	P _F	Custo €	UB	n _s	t mm	P _F	Custo €		
500	305	19	20	3,5E-5	53729	168	19	20	1,0E-4	51887		
600	457	18	18	1,2E-4	54450	457	16	19	8,5E-5	55019		
700	610	19	14	1,8E-4	56501	686	14	16	9,2E-5	58111		
800	914	10	16	1,5E-4	60347	838	13	15	7,8E-5	61480		
900	914	14	13	2,0E-4	63616	914	14	14	8,2E-5	65599		
1000	914	17	12	2,0E-4	68569	914	17	13	8,8E-5	70548		

A comparação entre soluções ótimas utilizando a fiabilidade e soluções determinísticas demonstra que as primeiras são normalmente menos económicas quando os deslocamentos horizontais são menores, mas são mais seguras. Para L/1000, L/900 e L/700 obtêm-se soluções 3% mais caras mas com o dobro da segurança; L/800: 5% mais caras mas com o dobro da segurança; L/600: 1% mais caras mas 40% mais segura. L/500: 3% mais barata, mas menos segura. Na Quadro 7 verifica-se que o aumento de segurança é em larga medida devido ao aumento da espessura. Os dimensionamentos com base probabilística utilizam menores reforços se não for ativo o estado limite associado aos deslocamentos horizontais máximos (L/500 e L/600).

Quadro 7 Otimização com restrições de fiabilidade para diferentes *P_r*

			pr '	1,0E-3	py < 1,0E-5					
ф	UB	n _s	t mm	Custo €	Dif cust. %	UB	n _s	t mm	Custo €	Dif cust. %
500	152	17	19	48574	- 6,4	168	19	22	56021	8,0
600	457	19	16	51152	- 7,0	457	15	21	58392	6,1
700	610	17	14	54054	- 7,0	914	6	21	61273	5,4
800	914	9	16	58036	- 5,6	914	11	17	64667	5,2
900	914	13	13	61305	- 6,5	838	19	13	69615	6,1
1000	914	16	12	66259	- 2,8	914	18	14	74842	6,0

Quadro 8 Otimização com restrições de fiabilidade para diferentes coeficientes de variação das cargas

		de	Coef varia	icientes Ição = 0	Coeficientes de variação = 0,25					
¢	UB	n _s	t mm	Custo €	Dif cust. %	UB	n _s	t mm	Custo €	Dif cust. %
500	152	19	19	49194	- 5,2	152	18	20	55063	6,1
600	406	19	17	50895	- 7,5	533	18	17	57579	4,7
700	838	5	19	53396	- 8,1	838	10	18	61455	5,8
800	762	12	15	57094	- 7,1	914	13	15	65279	6,1
900	914	11	15	60658	- 7,5	914	17	13	70548	6,1
1000	914	15	12	63948	- 9,3	914	19	14	77153	9,3

As soluções determinísticas coincidem com as soluções com base probabilística quando se especifica a probabilidade de rotura máxima indicada na 5.ª coluna da Quadro 6.

As Quadros 7 e 8 apresentam soluções ótimas com base probabilística quando se modifica $p_{\rm F}$ e o coeficiente de variação do carregamento. Quando se reduzem os deslocamentos máximos permitidos (*L*/1000 e *L*/900) aumenta o número e dimensão dos reforços.

8 Conclusões

O presente trabalho centra-se na otimização para restrições determinísticas e em alternativa com restrições de fiabilidade de cascas cónicas metálicas com reforços soldados anelares de secção quadrada. Estes reforços podem ser colocados à mesma distância (espessura variável) ou não (espessura constante). A mesma metodologia é aplicada a cascas cilíndricas apoiadas na base e livres no topo submetidas a uma força axial de compressão e uma força horizontal atuando no cimo da casca. A casca é reforçada no exterior através de reforços soldados com cordões de soldadura longitudinais. Os reforços são meios perfis em I (UB). A função custo que é minimizada inclui o custo do material, transformação dos elementos de casca para geometria cilíndrica, montagem, soldadura e pintura Para resolver os problemas de otimização com variáveis determinísticas (nível I) e aleatórias (nível II) foi adotada uma estratégia branch and bound em conjunto com um algoritmo de otimização baseado em entropia de informação. Este algoritmo determina variáveis de decisão contínuas que constituem limites inferiores associados aos nós da árvore combinatória, sendo obtidas as soluções discretas por enumeração implícita. Foram comparadas na discussão anterior as soluções otimizadas obtidas com base determinística e fiabilidade. Nas cascas tronco-cónicas os custos não diferem muito para os dois tipos de reforço ainda que os dimensionamentos sejam substancialmente diferentes. Nas cascas cilíndricas reforçadas é referida a influência dos limites impostos ao deslocamento horizontal. Como seria de esperar, as soluções determinísticas coincidem com as obtidas com restrições de fiabilidade se for dominante um dos estados limites, mas podem divergir se a probabilidade de rotura da estrutura depender de vários estados limites com uma correlação pequena e associados a probabilidades de rotura da mesma ordem de grandeza.

Referências

- Klöppel; Motzel, E. Traglastversuche an stählernen, unversteiften und ringversteiften Kegelstumpfschalen. Teil 1. Versuchsbericht. Stahlbau 45 (10), 289-301, 1976.
- [2] Rao, S.S.; Reddy, E.S. Optimum design of stiffened conical shells with natural frequency constraints. *Computers & Structures* 14 (1-2), 103-110, 1981.
- [3] Ellinas, C.P.; Supple, W.J.; Walker, A.C. *Buckling of offshore structures*. London, etc. Granada Publ., 1984.
- Spagnoli, A. Buckling behaviour and design of stiffened conical shells under axial compression. PhD thesis, University of London, London, 1997.
- [5] Spagnoli, A.; Chryssanthopoulos, M.K. Buckling design of stringerstiffened conical shells in compression. J. Struct. Eng. ASCE 125 (1), 40-48, 1999a.
- [6] Spagnoli A.; Chryssanthopoulos, M.K. Elastic buckling and postbuckling behaviour of widely-stiffened conical shells under axial compression. *Eng. Struct.* 21 (9), 845-855.
- [7] Spagnoli, A. Different buckling modes in axially stiffened conical shells. *Eng. Struct.* 23 (8), 957-965, 2001

- [8] Chryssanthopoulos, M.K.; Poggi, C.; Spagnoli, A. Buckling design of conical shells based on validated numerical models. *Thin-walled Struct.* 31 (1-3), 257-270, 1998.
- [9] Singer, J.; Arbocz, J.; Weller, T. Buckling experiments: experimental methods in buckling of thin-walled structures. Vol.2. Shells, built-up structures, composites and additional topics. New York, Wiley & Sons, 2002.
- [10] Det Norske Veritas (DNV) Buckling strength analysis. Classification Notes No.30.1. Høvik, Norway, 1995.
- Det Norske Ventas (DNV) Buckling strength of shells. Recommended Practice DNV-RP-C202. Høvik, Norway, 2002.
- [12] Hasofer, A.M.; Lind, N.C. Exact and invariant second moment code format, *J.Eng Mech Div.* ASCE, 100(1), 111-121.
- Farkas, J.; Jármai, K. Economic design of metal structures, Rotterdam, Millpress, 2003.
- [14] Farkas, J.; Jármai, K.; Snyman, J.A.; Gondos, Gy Minimum cost design of ring-stiffened welded steel cylindrical shells subject to external pressure. *Proc. 3rd European Conf. Steel Structures*, Coimbra, 2002, Universidade de Coimbra, 2002. 513- 522.
- [15] Farkas, J.; Jármai, K. Optimum design of a welded stringer-stiffened steel cylindrical shell subject to axial compression and bending, 57th Annual Assembly of International Instituto of Welding, July 12-16, 2004, Osaka, Japan, IIW-Doo. XV-1167-04, XV-WG9-26-04, 24 p.
- [16] Simões, L.M.C.; Farkas, J.; Jarmai, K. Reliability-based optimum design of a welded stringer-stiffened steel cylindrical shell subject to axial compression and bending, *Struct. and Multidls. Optim.*, 31 (2), 147-155, 2006.
- [17] *Profil Arbed Sales program*, Structural shapes. Arcelor Long Commercial, 2001.
- [18] Farkas, J. Thickness design of axially compressed unstiffened cylindrical shells with circumferential welds. Welding in the World, 46 (2002) No. 11/12. 26-29.
- [19] Eurocode 3 Design of steel structures. Part 1-1: General structural rules. Brussels, CEN, 2002.
- [20] European Convention of Constructional Steelwork (ECCS) Recommendations for Construction, Buckling of steel shells. No. 56. Brussels, 1988.
- [21] Bjerager, P. Probability integration by directional simulation, J. Eng. Mech. ASCE, 114 (8), 1288-1302, 1988.
- [22] Cornell, C. Bounds on the reliability of structural systems, J. Struct Div., ASCE, 93(1), 171-200, 1967.
- [23] Ditlevsen, O. Narrow reliability bounds for structural systems, J. Struct. Mech, 7 (4), 453-472, 1979.
- [24] Zhao, Y.G.; Ang, A.H.S. Methods for Sustem Reliability in *Reliability and Optimization of Structural Systems*. Maes M. & Huyse L. Ed., Taylor and Francis, 2004.
- [25] Simões, L.M.C.; Templeman, A.B. Entropy-based synthesis of pretensioned cable net structures, Engineering Optimization, 15, 121-140, 1989.

Análise de estabilidade de vigas pultrudidas de GFRP: soluções analíticas para a encurvadura lateral

Stability analysis of pultruded GFRP beams: analytical solutions for lateral-torsional buckling

Mário Sá Nuno Silvestre Augusto Gomes João Correia

Resumo

A utilização de perfis poliméricos reforçados com fibra de vidro (GFRP, Glass Fibre Reinforced Polymer) em aplicações estruturais tem vindo a crescer continuadamente. No entanto, permanecem algumas reservas inerentes à utilização destes elementos estruturais devido, entre outros aspetos, à sua suscetibilidade a fenómenos de instabilidade. Neste artigo apresentam-se os resultados de um estudo numérico, analítico e experimental sobre o comportamento de encurvadura lateral de vigas de GFRP. É desenvolvida e implementada numericamente uma formulação que permite analisar qualquer tipo de instabilidade em vigas com secção em I ou H solicitadas à flexão em 3- e 4-pontos. Particulariza-se para o caso da encurvadura lateral (flexão--torção) e obtém-se uma expressão simplificada que permite estimar cargas críticas considerando a influência das condições de apoio e contraventamento. Os resultados numéricos da formulação e os resultados analíticos da expressão simplificada são validados por comparação com valores experimentais e valores numéricos existentes na literatura, mostrando uma boa concordância.

Abstract

The use of glass fibre reinforced polymer (GFRP) pultruded profiles in structural applications has been increasing consistently. However, there is still some reluctance about the use of such elements due to several aspects, among which their susceptibility to instability phenomena. This paper presents the results of a numerical, analytical and experimental study on the behaviour of lateral-torsional buckling of GFRP beams. A formulation is developed and implemented numerically, which allows analysing any type of instability on I or H-section beams under 3- and 4-point bending. The lateral buckling (flexural-torsion) case is particularized and a simple expression that allows estimating critical loads considering the influence of the conditions of support and lateral bracing is derived. The numerical results of the formulation and analytical results obtained with the simplified expression are validated by comparison with experimental and numerical values from the literature, with a good agreement having been obtained.

Palavras-chave: Perfis pultrudidos de fibra de vidro (GFRP) / Vigas I de parede fina aberta / Encurvadura lateral por flexão-torção / Rayleigh-Ritz / / Princípio da estacionariedade da energia potencial (PEEP)

Keywords:

ds: Glass fibre reinforced pultruded profiles (GFRP) / Thin-walled open I-beams / Lateral-torsional buckling / Rayleigh-Ritz / Stationarity principle of potential energy (PEEP)

Mário Sá

Investigador ICIST, Instituto Superior Técnico Lisboa, Portugal sa@civil.ist.utl.pt

Nuno Silvestre

Professor Associado ICIST, Instituto Superior Técnico Lisboa, Portugal nunos@civil.ist.utl.pt

Augusto Gomes

Professor Associado ICIST, Instituto Superior Técnico Lisboa, Portugal augusto@civil.ist.utl.pt

João Correia

Professor Associado ICIST, Instituto Superior Técnico Lisboa, Portugal jcorreia@civil.ist.utl.pt

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

SÁ, M. [et al.] – Análise de estabilidade de vigas pultrudidas de GFRP: soluções analíticas para a encurvadura lateral. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 17-30.

1 Introdução

Os perfis de polímero reforcado com fibra de vidro (GFRP, Glass Fibre Reinforced Polymer) apresentam um forte potencial como materiais de construção, devido a um conjunto de vantagens que incluem a leveza, a rapidez de instalação, a resistência, a durabilidade em ambientes agressivos, as boas propriedades de isolamento e a transparência eletromagnética [1]. Atualmente, existem diversos exemplos de aplicação de perfis de GFRP com funções estruturais na construção de edifícios e pontes (novas e na reabilitação de tabuleiros antigos) [2-4]. Porém, existem algumas condicionantes nas aplicações estruturais de perfis GFRP associadas essencialmente à sua reduzida rigidez, nomeadamente (i) uma elevada deformabilidade (Estado Limite de Serviço normalmente condicionante) e (ii) uma elevada suscetibilidade aos fenómenos de instabilidade [5-7]. Devido à reduzida relação rigidez / resistência dos perfis de GFRP, estes são mais suscetíveis à encurvadura elástica que perfis similares em aço [6-8], nos quais a instabilidade pode ocorrer em regime elasto-plástico. Por isso, é fundamental efetuar análises lineares de estabilidade de perfis de GFRP sempre que estes estejam submetidos a tensões normais (compressão e/ou flexão), identificando-se os modos de encurvadura e cargas de bifurcação associadas. Comparativamente aos perfis de aço (material isotrópico), a presença de fibras de vidro na direção longitudinal dos perfis induz um comportamento ortotrópico das suas paredes, o que torna mais complexa a determinação da carga crítica de encurvadura e do modo correspondente [9]. No caso de perfis de GFRP submetidos a flexão uniforme (de agora em diante, designados simplesmente por "vigas"), existem três tipos de encurvadura: (i) local, (ii) lateral-distorcional e (iii) lateral (flexão-torção) [8-13]. Em vigas submetidas a flexão em torno do eixo de maior inércia, existe um deslocamento vertical (deslocamento V, Figura 1) na fase de pré-encurvadura. Se a viga for pouco contraventada ou longa, existe um limite para o qual a viga instabiliza lateralmente num modo de flexão-torção (designado de "bambeamento"), o qual resulta de uma combinação entre o deslocamento lateral W de flexão em torno do eixo de menor inércia e a rotação ϕ de torção da secção transversal do perfil em torno do seu eixo, como se observa na Figura 1.

Para além da complexidade associada à natureza ortotrópica das paredes dos perfis de GFRP, as secções de parede fina aberta também possuem uma reduzida rigidez de torcão e de empenamento em relação a outros tipos de secção (e.q., tubular), que faz aumentar a sua suscetibilidade a fenómenos que envolvam torção. Por outro lado, a elevada relação entre o módulo de elasticidade longitudinal E_{i} e o módulo de distorção $G_{i\tau}$ faz com que exista uma contribuição não desprezável da deformação por corte em vigas de GFRP. Todos estes fatores contribuem para a dificuldade em determinar rigorosamente o valor da carga crítica de encurvadura lateral em vigas de GFRP. Com base na adaptação da teoria da estabilidade de vigas constituídas por materiais isotrópicos (*e.q.*, vigas em aço) [14,15] para vigas constituídas por materiais ortotrópicos, diversos estudos propuseram expressões analíticas para estimar a carga de encurvadura lateral de vigas de GFRP [16-19]. No entanto, para ter em conta todos os fatores de complexidade anteriormente referidos, as expressões propostas resultaram bastante complexas.

Outras mais simples são também menos rigorosas pois dependeram do grau de aproximação.



Figura 1 Configuração deformada no modo de instabilidade lateral por flexão-torção de um perfil com secção de parede fina aberta em I [14]

No presente artigo, apresenta-se uma formulação geral que permite analisar a instabilidade (local, distorcional e global) de perfis de GFRP submetidos a quaisquer condições de carregamento. Para estabelecer as equações de equilíbrio que regem o fenómeno de instabilidade, utiliza-se o critério estático do equilíbrio adjacente, formulado em termos do Princípio da Estacionariedade da Energia Potencial (PEEP). Em particular, aplica-se a formulação ao caso de um carregamento que introduza flexão em torno do eixo de maior inércia em fase de pré-encurvadura e que conduz à instabilidade lateral da viga. Para a discretização do sistema contínuo (transformação num sistema discreto), recorre-se ao método de Rayleigh-Ritz com funções trigonométricas na direção longitudinal para cada um dos graus de liberdade de flexão-torção, W – deslocamento de flexão no plano de menor inércia, e ϕ – rotação de torção (*cf.* Figura 1). A formulação é implementada computacionalmente para um conjunto de condições de fronteira, contraventamento, localização de carga na secção e localização do(s) ponto(s) de aplicação de carga no eixo:

- 1. Condições de fronteira nos apoios de extremidade (plano X-Z);
- Condições de contraventamento lateral na secção de meio vão (plano X-Z);
- Localização do ponto de aplicação da carga na secção (banzo superior, centro de corte e banzo inferior);
- Localização do(s) ponto(s) de aplicação de carga ao longo do eixo da viga (flexão em 3-pontos; 3PB e flexão em 4-pontos; 4PB).

Posteriormente, desenvolvem-se expressões analíticas simples para o caso da carga localizada no centro de corte. Validam-se os resultados por comparação com valores obtidos por outros autores, nomeadamente resultados de índole analítica e experimental [16,17]. A formulação proposta, que visa fundamentalmente uma melhor interpretação do comportamento à rotura de vigas ensaiadas à flexão, baseia-se em princípios energéticos estudados por Ma e Hughes [9] e, posteriormente, por outros investigadores [16-19].

2 Formulação geral

2.1 Representação do campo de deslocamentos

O estudo analítico que se efetua neste artigo tem por objetivo estimar cargas críticas de instabilidade P_{cr} por flexão-torção em vigas pultrudidas de GFRP, com secção de parede fina aberta em I e fletidas em torno do eixo de maior inércia. No entanto, a formulação que se apresenta de seguida é válida para qualquer tipo de fenómeno de encurvadura. A secção transversal bissimétrica com geometria em I é discretizada num conjunto de três elementos de placa fina (laminados), solicitados nos seus próprios planos, conforme se ilustra na Figura 2. A simbologia utilizada está representada igualmente na Figura 2, onde os índices inferiores FS, W e FI dizem respeito ao banzo superior, alma e banzo inferior, respetivamente. No que diz respeito às dimensões, *b* é a largura de uma parede (alma ou banzo) e *t* é a sua espessura. Por outro lado, no que diz respeito ao sistema de eixos, Z, Y e X são as coordenadas locais na direção horizontal, vertical e axial, respetivamente. As correspondentes componentes de deslocamento são W, V e U.

O campo de deslocamentos em cada uma das paredes laminadas é caracterizado pelo vetor deslocamento, $\underline{U} = \{U, V, W\}$, o qual pode ser escrito para cada uma das paredes na forma seguinte:

Banzo superior FS (plano X-Z) Alma W (plano X-Y) Banzo inferior FI (plano X-Z)

$$\underline{U}^{FS} = \begin{cases} U^{FS} = \begin{bmatrix} U^{FS}_{(x,z)} \end{bmatrix}^{f} + u^{FS}_{(x,z)} \\ W^{FS} = \begin{bmatrix} W^{FS}_{(x,z)} \end{bmatrix}^{f} + u^{FS}_{(x,z)} \\ W^{W} = \begin{bmatrix} W^{W}_{(x,y)} \end{bmatrix}^{f} \end{bmatrix}^{f} \underline{U}^{FI} = \begin{cases} U^{FI}_{FI} = \begin{bmatrix} U^{FI}_{(x,z)} \end{bmatrix}^{f} + u^{FI}_{(x,z)} \\ W^{FI} = V^{FI}_{(x,z)} \\ W^{FI} = \begin{bmatrix} W^{FI}_{(x,z)} \end{bmatrix}^{f} + u^{FI}_{(x,z)} \end{cases}$$
(1)

onde U^{f} , V^{f} e W^{f} são designados por deslocamentos de préencurvadura, associados à trajetória de equilíbrio fundamental (estados planos de tensão – EPT), *e u*, *v* e *w* representam os deslocamentos ("acréscimos") num estado de equilíbrio adjacente (encurvadura). Como se considera a secção submetida a flexão em torno do eixo de maior inércia, tem-se $\left[V_{(x,z)}^{fs}\right]^{f} = 0$, $\left[W_{(x,y)}^{W}\right]^{f} = 0$, $\left[V_{(x,z)}^{fi}\right]^{f} = 0$. Ao longo da trajetória de equilíbrio fundamental, as tensões, deformações e deslocamentos variam proporcionalmente ao parâmetro de carga $\lambda = P$.



Figura 2 Definição de geometria, eixos coordenados e campo de deslocamentos da viga com secção em l

2.2 Relações cinemáticas

As deformações generalizadas a definir, em relação à superfície média das placas, são de dois tipos: (i) deformações de membrana (extensões $\varepsilon_{x'}$, ε_y e ε_z e distorções $\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{xy}$ e $\gamma_{xz} = 2 \cdot \varepsilon_{xz}$) e (ii) deformações de flexão/torção (curvaturas de flexão $\chi_{x'}$, χ_y e χ_z e de torção χ_{xy} e χ_{xz}). No que respeita às relações cinemáticas, estas deformações generalizadas podem ser escritas na forma geral:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (U_{i,j} + U_{j,i} + U_{k,j} \cdot U_{k,j}), \quad i, j, k, l = x, y, z$$
(2)

onde $\{U_{x^{i}}, U_{y^{j}}, U_{z}\} = \{U, V, W\}$ e o índice k é mudo (convenção de EINSTEIN) e os índices i e j são livres.

Uma vez definido o tensor das deformações, ε_{u} , para EPT em ambos os tipos de placa (banzos e alma), as relações $\varepsilon - U$ são expressas no âmbito das hipóteses da teoria de Von Karman. Para além das hipóteses fundamentais adotadas da teoria clássica formulada por LOVE, a teoria de VON KARMAN admite: (i) pequenas deformações e (ii) rotações moderadas. Sobre tais premissas, as deformações generalizadas (membrana) para o problema de estabilidade são expressas pelos termos não lineares das derivadas parciais dos deslocamentos. Com base na teoria de Von KARMAN, apenas se consideram os gradientes da deformação W_{y} e W_{y} para a alma no plano X-Y e V, e V, para os banzos no plano X-Z' (deslocamentos perpendiculares ao plano médio das placas). Nessa medida, são retidos em (2) os respetivos termos não lineares quadráticos $W_{x}^{2} \in W_{y}^{2}$ na alma, e $V_{x}^{2} \in V_{z}^{2}$ nos banzos. No presente problema de instabilidade, os gradientes de deformação V, e U, podem exibir uma contribuição considerável devido às rotações no plano da placa [9], especialmente no caso dos banzos; ao passo que os termos U_{i} e V,, em particular as suas formas quadráticas, são muito menos relevantes do que os restantes termos e, como tal, são desprezados. Nesse sentido, as relações cinemáticas vêm assim definidas para as três placas laminadas:

Deformações de membrana

Deformações de flexão/torção

$$\underline{\varepsilon}^{F5} = \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xz} \end{cases}^{F5} = \begin{cases} U_{x}^{F5} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(W_{x}^{F5} \right)^{2} + \left(V_{x}^{F5} \right)^{2} \right] \\ W_{x}^{F5} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(U_{x}^{F5} \right)^{2} + \left(V_{x}^{F5} \right)^{2} \right] \\ W_{x}^{F5} + U_{x}^{F5} + V_{x}^{F5} \cdot V_{x}^{F5} \end{cases} \left\{ \underline{\chi}^{F5} = \begin{cases} \chi_{x} \\ \chi_{z} \\ \chi_{xz} \end{cases}^{F5} = \begin{cases} V_{xx}^{F5} \\ 2 \cdot V_{xx}^{F5} \\ 2 \cdot V_{xx}^{F5} \end{cases} \right\} (3.1)$$

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{w} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \end{cases}^{w} = \begin{cases} U_{x}^{w} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(V_{x}^{w} \right)^{2} + \left(W_{x}^{w} \right)^{2} \right] \\ V_{y}^{w} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(U_{y}^{w} \right)^{2} + \left(W_{y}^{w} \right)^{2} \right] \\ V_{y}^{w} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(U_{y}^{w} \right)^{2} + \left(W_{y}^{w} \right)^{2} \right] \end{cases} \underbrace{\boldsymbol{\chi}}^{w} = \begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{x} \\ \boldsymbol{\chi}_{y} \\ \boldsymbol{\chi}_{yy} \end{cases}^{w} = \begin{cases} \boldsymbol{W}_{xx}^{w} \\ \boldsymbol{\chi}_{yy} \\ 2 \cdot W_{xy}^{w} \end{cases}$$
(3.2)

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{FI} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xz} \end{cases}^{FI} = \begin{cases} U_{x}^{FI} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(W_{x}^{FI} \right)^{2} + \left(V_{x}^{FI} \right)^{2} \right] \\ W_{z}^{FI} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(U_{z}^{FI} \right)^{2} + \left(V_{z}^{FI} \right)^{2} \right] \\ W_{x}^{FI} + U_{z}^{FI} + V_{x}^{FI} \cdot V_{z}^{FI} \end{cases} \underbrace{\mathbf{\chi}_{z}}_{z} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\chi}_{x} \\ \boldsymbol{\chi}_{z} \\ \boldsymbol{\chi}_{xz} \end{bmatrix}^{FI} = \begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{x} \\ \boldsymbol{\chi}_{xz} \\ \boldsymbol{\chi}_{x} \end{bmatrix}^{FI} = \begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{x} \end{bmatrix}^{FI} = \begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{x} \\ \boldsymbol{\chi}_{x} \end{bmatrix}^{FI} = \begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{x} \\ \boldsymbol{\chi}_{x} \end{bmatrix}^{FI} = \begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{x} \end{bmatrix}^{FI} =$$

Refira-se que as vírgulas precedentes aos índices das componentes do campo de deslocamentos designam derivadas parciais, *i.e.*, tem-se por exemplo $U_{,x}^{w} \equiv \partial U^{w}/\partial x$, $W_{,y}^{w} \equiv \partial W^{w}/\partial x \partial y$.

2.3 Relações constitutivas

As tensões generalizadas associadas às deformações generalizadas referidas anteriormente são respetivamente: (i) os esforços de membrana (esforços normais N_x , $N_y \in N_z$ e esforços tangenciais $N_x e$ N_x) e (ii) os esforços de flexão/torção (momentos fletores M_x , $M_y e$ M_z e momentos torsores $M_{xy} e M_{xz}$), em relação à superfície média das placas. Para EPT, as relações constitutivas utilizadas correspondem às descritas na *Teoria Clássica dos Compósitos Laminados* – CLT [20], sendo dadas na forma matricial:

$$\begin{cases}
\underline{N} \\
\underline{-} \\
\underline{M}
\end{cases} = \begin{bmatrix}
A_{ij} & | & B_{ij} \\
------ \\
B_{ij} & | & D_{ij}
\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}
\underline{\varepsilon} \\
-\\
\underline{\chi}
\end{bmatrix}$$
(4)

onde $A_{ij'} D_{ij} e B_{ij}$ representam, respetivamente, as matrizes de rigidez de membrana, de flexão e de ligação entre a rigidez de membrana e a rigidez de flexão. Porém, uma grande parte das secções dos elementos pultrudidos de GFRP é tratada, aproximadamente, como sendo uma estrutura laminada simétrica, cujas paredes são simétricas em relação ao seu plano médio [20]. Nesta situação, são nulas (i) as componentes tangenciais da matriz A_{ij} ($A_{16} = A_{26} = 0$), (ii) as componentes de torção da matriz D_{ij} ($D_{16} = D_{26} = 0$) e (iii) todas as componentes da matriz B_{ij} . Numa placa genérica (no plano X-Y) com espessura uniforme t, cada componente não nula das matrizes $A_{ij} e D_{ij}$ tem a forma:

Matriz de rigidez de membrana

$$A_{ii} = t \cdot \overline{Q}_{ii} \qquad \qquad D_{ii} = t^3 / 12 \cdot \overline{Q}_{ii} \qquad (5.1)$$

Matriz de rigidez de flexão

em que a matriz, \overline{Q}_{ij} , contém as constantes elásticas e pode ser escrita na forma:

$$\overline{Q}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{1 - \mathbf{v}_{xy} \cdot \mathbf{v}_{yx}} & \frac{\mathbf{v}_{yx} \cdot E_x}{1 - \mathbf{v}_{xy} \cdot \mathbf{v}_{yx}} & \mathbf{0} \\ & \frac{E_x}{1 - \mathbf{v}_{xy} \cdot \mathbf{v}_{yx}} & \mathbf{0} \\ & & G_{xy} \end{bmatrix}$$
(5.2)

onde $E_x e E_y$ são os módulos de elasticidade do laminado nas direções x e y, G_{xy} é o módulo de distorção e v_{xy} e v_{yx} são os coeficientes de Poisson. As propriedades mecânicas de painéis laminados podem ser obtidas de forma independente, quer por via experimental, quer por intermédio de teorias analíticas de previsão usando modelos micro e/ou macromecânicos [17,18]. Uma vez conhecidas as constantes elásticas para os dois tipos de placa do perfil (banzos e alma), *e.g.*, através da realização de uma campanha experimental de caracterização do material, as propriedades de rigidez (matrizes $A_{ij} \in D_{ij}$) de ambos os laminados podem ser definidas "simplificadamente" de forma análoga às representadas pela teoria elástica das placas ortotrópicas, tal como estipulado em [4] através do conceito de propriedades de rigidez equivalentes (efetivas) dos laminados. Nesse sentido, as relações constitutivas podem ser definidas por:

Esforços de membrana

Esforços de flexão/torção

$$\underline{N}^{FS} = \{N_x\}^{FS} = [A_{11}]^{FS} \cdot \{\varepsilon_x\}^{FS} \underline{M}^{FS} = \{M_x\}^{FS} = \begin{bmatrix}D_{11} & 0\\0 & D_{66}\end{bmatrix}^{FS} \cdot \{\chi_x\}^{FS}$$
(6.1)

$$\underline{N}^{w} = \begin{cases} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{yy} \end{cases}^{w} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}^{w} \cdot \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases}^{w} \begin{bmatrix} M_{x} \\ M_{y} \\ M_{yy} \end{bmatrix}^{w} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}^{w} \cdot \begin{pmatrix} \chi_{x} \\ \chi_{y} \\ \chi_{xy} \end{pmatrix}^{w}$$
(6.2)

$$\underline{N}^{FI} = \{N_x\}^{FI} = [A_{11}]^{FI} \cdot \{\varepsilon_x\}^{FI} \underline{M}^{FI} = \begin{cases} M_x \\ M_{xz} \end{cases}^{FI} = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{66} \end{bmatrix}^{FI} \cdot \begin{bmatrix} \chi_x \\ \chi_{xz} \end{bmatrix}^{FI}$$
(6.3)

Como os banzos fletem unicamente em torno do seu eixo de menor inércia, são considerados nulos os esforços de membrana $N_z = N_{xz} = 0$ e o momento fletor $M_z = 0$.

2.4 Esforços de membrana (pré-encurvadura)

Os esforços de membrana instalados na viga são linearmente dependentes das forças aplicadas (proporcionais ao parâmetro de carga, $\lambda \equiv P$). No presente estudo, estes foram obtidos com base nos princípios da elasticidade, sendo expressos pelos produtos das tensões existentes em cada parede da secção pela espessura da parede em causa. Os EPT a que estão submetidas as paredes foram definidos para duas situações distintas de carregamento transversal do perfil, nomeadamente: (i) uma carga concentrada a meio vão (*3PB* – "flexão em 3 pontos") e (ii) duas cargas concentradas a um e dois terços de vão (*4PB* – "flexão em 4 pontos"). Considera-se que a viga está sempre simplesmente apoiada no plano de flexão primária (plano *X*-*Y*) e que o momento de inércia de flexão em torno do eixo *Z* vale:

$$I_{zz} = \frac{h^3 \cdot t_w}{12} + \frac{b \cdot t_F \cdot h^2}{2}$$
(7)

onde se considera a secção reduzida à sua linha média e se despreza a inércia dos banzos em torno da sua linha média. Na Figura 3 são ilustrados os diagramas de tensões normais e tangenciais associadas à flexão da secção em torno do eixo Z. De seguida, resumem-se as expressões dos esforços de membrana, função do parâmetro de carga, para as três paredes da secção: banzos superior, inferior e alma.



Figura 3 Distribuição das tensões normais (à esq.) e tangenciais (à dir.) da secção I

Os banzos encontram-se submetidos a EPT uniaxiais definidos, respetivamente, pelas tensões normais máximas de compressão e de tração, uniformes na secção e independentes de *Z* (*cf*. Figura 3) mas variáveis ao longo do eixo da viga com *X*, *i.e.*, segundo a direção longitudinal das paredes. Neste caso, despreza-se a contribuição das tensões tangenciais nos banzos da secção, as quais têm uma variação linear em cada metade do banzo mas assumem uma resultante nula em todo o banzo. De acordo com o sistema de eixos adotado, os banzos têm os seguintes esforços de membrana na direção longitudinal $X(N_z^{FS} = N_{xz}^{FS} = N_{xz}^{FI} = N_{xz}^{FI} = 0)$:

Flexão 3PB
Flexão 4PB

$$V_{x}^{FS} = \begin{cases} -\rho \cdot \left(\frac{h \cdot t_{FS}}{4 \cdot l_{xx}}\right) \cdot x ; 0 \le x \le \frac{l}{2} \\ -\rho \cdot \left(\frac{h \cdot t_{FS}}{4 \cdot l_{xx}}\right) \cdot (l - x) ; \frac{l}{2} \le x \le l \end{cases} \begin{cases} -\rho \cdot \left(\frac{h \cdot t_{FS}}{4 \cdot l_{xx}}\right) \cdot x ; 0 \le x \le \frac{l}{3} \\ -\rho \cdot \left(\frac{h \cdot t_{FS}}{12 \cdot l_{xx}}\right) \cdot (l - x) ; \frac{l}{2} \le x \le l \end{cases} \end{cases} (8.1)$$

$$= \left\{ \begin{array}{c} \rho \cdot \left(\frac{h \cdot t_{FS}}{4 \cdot l_{xx}}\right) \cdot (l - x) ; \frac{l}{2} \le x \le l \\ \rho \cdot \left(\frac{h \cdot t_{FS}}{4 \cdot l_{xx}}\right) \cdot (l - x) ; \frac{2l}{3} \le x \le l \end{array} \right\}$$

$$N_{x}^{f_{i}} = \begin{cases} P \cdot \left(\frac{h \cdot t_{f_{i}}}{4 \cdot l_{z_{i}}}\right) \cdot x ; 0 \le x \le \frac{L}{2} \\ P \cdot \left(\frac{h \cdot t_{f_{i}}}{4 \cdot l_{z_{i}}}\right) \cdot (L - x) ; \frac{L}{2} \le x \le L \end{cases} \begin{cases} P \cdot \left(\frac{h \cdot t_{f_{i}}}{12 \cdot l_{z_{i}}}\right) \cdot x ; 0 \le x \le \frac{L}{3} \\ P \cdot \left(\frac{h \cdot t_{f_{i}}}{12 \cdot l_{z_{i}}}\right) \cdot L ; \frac{L}{3} \le x \le \frac{2L}{3} \end{cases} (8.2) \\ P \cdot \left(\frac{h \cdot t_{f_{i}}}{4 \cdot l_{z_{i}}}\right) \cdot (L - x) ; \frac{L}{2} \le x \le L \end{cases}$$

Assumindo que as tensões normais na direção longitudinal se distribuem linearmente na altura da secção, h, (Figura 3) com valor nulo ao nível de $G \approx S$, vem:

Flexão 3PB

$$N_{x}^{W} = \begin{cases}
P \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{z}}\right) \cdot x \cdot y ; 0 \le x \le \frac{L}{2} \\
P \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{z}}\right) \cdot (L - x) \cdot y ; \frac{L}{2} \le x \le L \end{cases} \begin{cases}
P \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{z}}\right) \cdot x \cdot y ; 0 \le x \le \frac{L}{3} \\
P \cdot \left(\frac{t_{W}}{6 \cdot l_{z}}\right) \cdot L \cdot y ; \frac{L}{3} \le x \le \frac{2L}{3} \\
P \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{z}}\right) \cdot (L - x) \cdot y ; \frac{L}{2} \le x \le L \end{cases} \tag{9}$$

Com o objetivo de contabilizar a influência da localização do(s) ponto(s) de aplicação da(s) carga(s) transversal(is), y^{ρ} , relativamente ao centro de corte S, o esforço de membrana normal na direção transversal, $N_{y'}^{W}$, é representado pela expressão simplificada abaixo indicada:

Flexão 3PB

$$N_{y}^{W} = P \cdot \left(\frac{1}{h}\right) \cdot \left(y + y^{p}\right)$$

$$N_{y}^{W} = \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{1}{h}\right) \cdot \left(y + y^{p}\right)$$

$$-\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2} \quad em \quad x = \frac{L}{2}$$
(10)
(10)

Segundo esta abordagem pressupõe-se que a alma do perfil absorve a totalidade da força transversal sob o ponto de aplicação desta. Realça-se que as últimas expressões (10), decorrentes do corte instalado na viga (nas secções de aplicação das cargas), incorrem numa singularidade da resolução do integral que envolve este termo e as funções de forma utilizadas. Para ultrapassar esta situação, definiu-se a integração em *X* para um intervalo relativamente pequeno, aproximadamente, entre 40% e 60% do(s) comprimento(s) do(s) tramo(s) à esquerda e à direita do(s) ponto(s) interior(es) de carga. Não obstante, refere-se que os valores obtidos utilizando este artifício revelaram uma elevada precisão (diferenças *ca.* 2%) quando comparados com os obtidos da aplicação da função de DIRAC para vãos correntes, compreendidos entre 1200 e 4000 mm.

Por fim, o esforço de membrana tangencial na alma, $N_{xy'}^w$ foi avaliado recorrendo à teoria do corte em vigas fletidas, estabelecendo o equilíbrio com $N_{x'}^w$. Note-se que se admite que a distribuição das tensões tangenciais é nula nos banzos da secção $\left(N_{xy}^{FS} = N_{xy}^{FI} = 0\right)$ e, por isso, não existe continuidade do fluxo de corte no nó de ligação banzo-alma. Os esforços de membrana tangenciais na alma, $N_{xy'}^w$ são aproximados pelas representações que se seguem, respetivamente, para flexão *3PB* e *4PB*:

$$N_{xy}^{W} = \begin{cases} \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{zz}}\right) \cdot \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{2} - y^{2}\right) + \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{b \cdot h \cdot t_{F}}{2 \cdot l_{zz}}\right); 0 \le x \le \frac{L}{2} \land -\frac{h}{2} \le y \le \frac{h}{2} \end{cases}$$
(11.1)
$$N_{xy}^{W} = \begin{cases} \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{zz}}\right) \cdot \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{2} - y^{2}\right) - \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{b \cdot h \cdot t_{F}}{2 \cdot l_{zz}}\right); \frac{L}{2} \le x \le L \land -\frac{h}{2} \le y \le \frac{h}{2} \end{cases}$$
(11.1)
$$N_{xy}^{W} = \begin{cases} \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{zz}}\right) \cdot \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{2} - y^{2}\right) + \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{b \cdot h \cdot t_{F}}{2 \cdot l_{zz}}\right); 0 \le x \le \frac{L}{3} \land -\frac{h}{2} \le y \le \frac{h}{2} \end{cases}$$
(11.2)
$$-\frac{P}{2} \cdot \left(\frac{t_{W}}{2 \cdot l_{zz}}\right) \cdot \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{2} - y^{2}\right) - \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{b \cdot h \cdot t_{F}}{2 \cdot l_{zz}}\right); \frac{2L}{3} \le x \le L \land -\frac{h}{2} \le y \le \frac{h}{2} \end{cases}$$
(11.2)

2.5 Energia potencial total

A energia potencial total do sistema estrutural, Π , é constituída pela soma da energia de deformação elástica, U, com o potencial das forças exteriores, V^{ext} . De acordo com a teoria geral da estabilidade linear, o desenvolvimento da variação da energia potencial em série, entre uma configuração de equilíbrio e uma adjacente, é controlado na vizinhança da trajetória fundamental pelo termo de 2.ª ordem, sendo condição suficiente, numa análise linear de estabilidade, reter apenas os termos quadráticos da energia potencial. No caso particular das paredes em análise, o termo linear que não figura (PEEP na trajetória fundamental) na forma escrita que segue:

$$\Delta \Pi [u, v, w, \lambda] \equiv \Pi_2 [u, v, w, \lambda] = U_2$$
⁽¹²⁾

contém a contribuição das forças exteriores para a energia potencial. Nessa medida, o potencial exterior V^{ext} em estado linear de préencurvadura (produto das cargas aplicadas pelos correspondentes deslocamentos) pode ser ignorado na análise da encurvadura lateral da viga. Por conseguinte, para vigas em I, a expressão do termo quadrático da energia de deformação total pode ser decomposta em três parcelas, correspondentes às energias de deformação elástica de cada uma das três paredes que constituem a secção transversal, resultando na seguinte forma

$$U_2 = U_2^{FS} + U_2^{W} + U_2^{FI} \tag{13}$$

A energia de deformação elástica de cada parede é constituída por duas parcelas, associadas, respetivamente, às deformações de membrana, $U_{_{N'}}$ e às deformações de flexão/torção, $U_{_{M'}}$. Tem-se, então, de acordo com a teoria de placas:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{V} (\sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}) dV = \frac{1}{2} \iiint_{V} (\sigma_{x} \cdot \varepsilon_{x} + \sigma_{y} \cdot \varepsilon_{y} + \sigma_{z} \cdot \varepsilon_{z}) dV \Leftrightarrow (=U_{N} + U_{M})$$
(14)

que, para cada parede (individualmente), vem representada por:

$$U^{FS} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[\left(N_{x}^{FS} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{FS} \right) + \left(M_{x}^{FS} \cdot \boldsymbol{\chi}_{x}^{FS} + M_{xz}^{FS} \cdot \boldsymbol{\chi}_{xz}^{FS} \right) \right] dxdz$$
(15.1)

$$U^{w} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[\left(N_{x}^{w} \cdot \varepsilon_{x}^{w} + N_{y}^{w} \cdot \varepsilon_{y}^{w} + N_{xy}^{w} \cdot \gamma_{xy}^{w} \right) + \left(M_{x}^{w} \cdot \chi_{x}^{w} + M_{y}^{w} \cdot \chi_{y}^{w} + M_{xy}^{w} \cdot \chi_{xy}^{w} \right) \right] dxdy$$
(15.2)

$$U^{FI} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[\left(N_x^{FI} \cdot \varepsilon_x^{FI} \right) + \left(M_x^{FI} \cdot \chi_x^{FI} + M_{xz}^{FI} \cdot \chi_{xz}^{FI} \right) \right] dx dz$$
(15.3)

onde *S* presente no integral duplo representa a área do plano médio da parede em causa. Os banzos foram considerados como placas laminadas submetidas à flexão no plano de menor inércia, em que as suas secções transversais rodam em torno dos seus próprios eixos e fletem lateralmente. Por aproximação dos banzos a elementos de viga, desprezaram-se segundo a direção transversal (Z), os esforços de membrana normais e tangenciais $N_z = N_{xz} = 0$ e os momentos fletores $M_z = 0$. Introduzindo as relações constitutivas (6) nas expressões (15) anteriores, obtém-se:

$$U^{FS} = \begin{cases} U_{N}^{FS} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[A_{11}^{FS} \cdot \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{FS} \right)^{2} \right] dx dz \\ + \\ U_{M}^{FS} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[D_{11}^{FS} \cdot \left(\boldsymbol{\chi}_{x}^{FS} \right)^{2} + D_{66}^{FS} \cdot \left(\boldsymbol{\chi}_{xz}^{FS} \right)^{2} \right] dx dz \end{cases}$$
(16.1)

$$U^{W} = \begin{cases} U_{N}^{W} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[A_{11}^{W} \cdot (\varepsilon_{x}^{W})^{2} + A_{22}^{W} \cdot (\varepsilon_{y}^{W})^{2} + 2 \cdot A_{12}^{W} \cdot (\varepsilon_{y}^{W}) + A_{66}^{W} \cdot (\gamma_{yy}^{W})^{2} \right] dxdy \\ + & (16.2) \\ U_{M}^{W} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[D_{11}^{W} \cdot (\chi_{x}^{W})^{2} + D_{22}^{W} \cdot (\chi_{y}^{W})^{2} + 2 \cdot D_{12}^{W} \cdot (\chi_{x}^{W}) \cdot (\chi_{y}^{W}) + D_{66}^{W} \cdot (\chi_{yy}^{W})^{2} \right] dxdy \end{cases}$$

$$U^{FI} = \begin{cases} U_{N}^{FI} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[A_{11}^{FI} \cdot (\varepsilon_{x}^{FI})^{2} \right] dxdz \\ + & (16.3) \\ U_{M}^{FI} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[D_{11}^{FI} \cdot (\chi_{x}^{FI})^{2} + D_{66}^{FI} \cdot (\chi_{x2}^{FI})^{2} \right] dxdz \end{cases}$$

De forma a ser possível exprimir a energia de deformação elástica das paredes (16) em termos dos deslocamentos, é necessário introduzir o campo de deslocamentos atrás decomposto (1) nas relações cinemáticas definidas para as três paredes (3). Conclui-se que o termo quadrático combinado das duas parcelas (membrana e flexão/torção) da energia de deformação é dado, para cada uma das paredes, por:

$$U_{2}^{FS} = \begin{cases} U_{N2}^{FS} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[A_{11}^{FS} \cdot \left(u_{x}^{FS} \right)^{2} + \left(N_{x}^{FS} \right)^{f} \cdot \left(\left(v_{x}^{FS} \right)^{2} + \left(w_{x}^{FS} \right)^{2} \right) \right] dx dz \\ + & (17.1) \end{cases}$$

$$U_{M2}^{FS} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[D_{11}^{FS} \cdot \left(v_{xx}^{FS} \right)^{2} + 4 \cdot D_{66}^{FS} \cdot \left(v_{xz}^{FS} \right)^{2} \right] dx dz \qquad (17.1)$$

$$U_{2}^{W} = \begin{cases} U_{N2}^{W} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[(N_{x}^{W})^{f} \cdot \left(w_{x}^{W} \right)^{2} + \left(N_{y}^{W} \right)^{f} \cdot \left(w_{yy}^{W} \right)^{2} + 2 \cdot \left(N_{yy}^{W} \right)^{f} \cdot \left(w_{yy}^{W} \right) \right] dx dy \\ + & (17.2) \end{cases}$$

$$U_{M2}^{W} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[D_{11}^{W} \cdot \left(w_{xx}^{W} \right)^{2} + D_{22}^{W} \cdot \left(w_{yy}^{W} \right)^{2} + 2 \cdot D_{12}^{W} \cdot \left(w_{yy}^{W} \right) + 4 \cdot D_{66}^{W} \cdot \left(w_{yy}^{W} \right)^{2} \right] dx dy \end{cases}$$

$$U_{2}^{W} = \begin{cases} U_{N2}^{FI} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[A_{11}^{FI} \cdot \left(u_{x}^{FI} \right)^{2} + \left(N_{x}^{FI} \right)^{f} \cdot \left(\left(v_{xx}^{FI} \right)^{2} + \left(w_{xx}^{FI} \right)^{2} \right) \right] dx dz$$

$$U_{2}^{FI} = \begin{cases} U_{N2}^{FI} = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[D_{11}^{FI} \cdot \left(v_{xx}^{FI} \right)^{2} + 4 \cdot D_{66}^{FI} \cdot \left(v_{xx}^{FI} \right)^{2} \right] dx dz$$

$$(17.3)$$

Conforme se referiu anteriormente, para efetuar a análise linear de estabilidade, apenas se procedeu à retenção dos termos compostos de 2.ª ordem em u, $v \in w$. São apresentadas em Anexo (A.1 a A.14) as formas finais das deformações, simplificadas pela ausência dos termos de ordem superior e pela não consideração dos termos lineares (nulos). Os esforços de membrana "fundamentais" obtidos em EPT encontram-se igualmente detalhados em Anexo (A.15).

3 Solução analítica

3.1 Configuração deformada – instabilidade lateral por flexão-torção

É reconhecido que as vigas pultrudidas com secção em I são suscetíveis a instabilizar (i) num modo local se o vão livre for curto

(distorção – Figura 4(b)), (ii) num modo lateral-distorcional se o vão livre for moderado (flexão-torção-distorção – Figura 4(c)) ou (iii) num modo lateral se o vão livre for longo (flexão-torção – Figura 4(a)).





Como se referiu anteriormente, a formulação apresentada na Secção 2 não assumiu qualquer forma relativa ao modo como a secção se pode deformar. Por esse motivo, a formulação é válida para analisar quaisquer tipos de instabilidade (local, lateral-distorcional e lateral). Por exemplo, a instabilidade lateral-distorcional caracteriza--se pela deformabilidade transversal da alma e pela rotação de "corpo rígido" dos banzos (rotação dos banzos por compatibilidade, em torno do "nó" de ligação banzo-alma). Esta situação exige um número maior de graus de liberdade para uma resolução do problema. Em algumas investigações [9,16] foi estudado este fenómeno considerando uma deformação distorcional descrita por um campo de deslocamentos com quatro graus de liberdade (w^{F5} , w^{FI} , $\phi^{F5} e \phi^{FI}$). Nesta secção, aplica-se a formulação proposta ao caso da instabilidade lateral por flexão-torção (*cf.* Figura 4(a)) [4].

Nesse sentido, e no contexto do presente estudo, particulariza--se o campo de deslocamentos para uma configuração deformada caracterizada por dois graus de liberdade: uma rotação de torção (ϕ) e um deslocamento lateral (*w*), em torno do eixo de menor inércia. Os deslocamentos nas três paredes da secção podem ser escritos na forma:

Banzo superior ^{FS} (plano X-Z) Alma^W (plano X-Y) Banzo inferior ^{FI} (plano X-Z)

$$\underline{u}^{FS} = \begin{cases} u^{FS}_{(x,z)} = z \cdot w^{FS}_{x} \\ v^{FS}_{(x,z)} = z \cdot tan \phi^{FS}_{(x)} \cong z \cdot \phi^{FS}_{(x)} \underline{u}^{W} = \begin{cases} u^{W} = 0 \\ v^{W} = 0 \\ w^{W} = w^{W}_{(x,y)} \end{cases} e^{FI} = z \cdot tan \phi^{FI}_{(x)} \cong z \cdot \phi^{FI}_{(x)} (18)$$

As expressões (18) estão escritas em função dos deslocamentos do centro de gravidade de cada parede, podendo ser rescritas em termos do deslocamento lateral W^{S} e da rotação ϕ^{S} do centro de corte S da secção. Nessa representação, despreza-se o deslocamento primário V^{S} (ou deslocamento de pré-encurvadura da secção transversal),

associado à flexão em torno do eixo de maior inércia. Desta forma, as relações entre os deslocamentos e rotações das paredes com os do centro de corte S da secção são dados por:

Deslocamentos laterais Rotações de torção

$$w_{(x)}^{FS} = w_{(x)}^{S} + \frac{h}{2} \cdot \phi_{(x)}^{S} w_{(x,y)}^{W} = w_{(x)}^{S} - y \cdot \phi_{(x)}^{S} \qquad | \phi_{(x)}^{FS} = \phi_{(x)}^{W} = \phi_{(x)}^{Fi} = \phi_{(x)}^{S}$$

$$w_{(x)}^{Fi} = w_{(x)}^{S} - \frac{h}{2} \cdot \phi_{(x)}^{S}$$

$$(19)$$

A introdução de (19) em (18) implica que todo o campo de deslocamentos fica definido em função de apenas dois graus de liberdade ($W^s e \phi^s$).

3.2 Método de Rayleigh-Ritz

Em seguida, resolve-se o comportamento do sistema estrutural "discretizado" nos dois graus de liberdade citados ($W^s \in \phi^s$). Na definição das soluções aproximadas do problema admite-se que cada componente do vetor dos deslocamentos $\underline{u}^{\kappa} \equiv \left\{ \overline{W}_{(x)}^s - \overline{\phi}_{(x)}^s \right\}$ tem a forma

$$\begin{cases} \overline{W}_{(x)}^{s} \\ \overline{\phi}_{(x)}^{s} \end{cases} = \begin{cases} W^{s} \\ \phi^{s} \end{cases} \cdot \Psi_{(x)}$$
 (20)

onde os parâmetros $W^s e \phi^s$ correspondem, efetivamente, aos graus de liberdade do sistema discretizado e $\psi_{(x)}$ é a função de forma que tem de satisfazer "apenas" as condições de fronteira cinemáticas da viga. Sublinha-se que para cada função de forma escolhida corresponderá um modelo de viga em análise, associado aos casos de estudo 1. e 2. (inicialmente referidos), assumindo o sistema (20) uma forma distinta. O mesmo será dizer que cada função $\psi_{(x)}$ "obriga" a viga a deformar-se de modo distinto, consoante uma das sete formas pretendidas, dentro das selecionadas no presente estudo, como se expõe de seguida. As condições de apoio de uma viga, relativamente a um problema de instabilidade lateral de vigas, envolvem flexão (em dois planos), torção e impedimento de empenamento. Estas condições traduzem as restrições aos deslocamentos generalizados das suas secções transversais e dependem das características dos apoios de extremidade e das condições de contraventamento lateral.

Dada a existência de um número elevado de possíveis condições de apoio de vigas, optou-se por abordar aqui, unicamente, os casos representados na Quadro 1, procurando-se reproduzir condições experimentais habituais para vigas ensaiadas à flexão. Considerando a viga simplesmente apoiada no plano X-Y, estudou-se a influência dos apoios no plano de menor inércia (X-Z) e o efeito do travamento lateral imposto na região central da viga, os quais se traduzem nas sete combinações resumidas na mesma Quadro 1.

Dentro do leque de funções de forma existentes na literatura [18,19], que permitem aproximar a deformação de elementos por encurvadura (*e.g.*, funções transcendentais, polinomiais, etc.), apenas se consideram funções trigonométricas simples (seno e cosseno) de modo a obter expressões analíticas aproximadas

também simples, *cf.* Quadro 1. Uma vez definida a energia potencial do sistema contínuo (12), a aplicação do método de RAYLEIGH-RITZ para cada caso de estudo envolve a substituição do vetor definido em (20), com as respetivas funções de forma, no funcional energia Π_2 . Esta operação "transforma-o" na função da energia potencial do sistema discretizado, a qual é uma forma quadrática dos parâmetros $W^{\rm s}$ e $\phi^{\rm s}$ que, efetuando *a posteriori* as integrações necessárias, se representa por $\Pi_2 [W^{\rm s}, \phi^{\rm s}, \lambda]$.

3.3 Sistema de equações de equilíbrio

O *Princípio da Estacionariedade da Energia Potencial* (PEEP) estabelece que a primeira variação da energia potencial em relação aos deslocamentos generalizados deve ser nula para que exista equilíbrio (critério do equilíbrio adjacente). Por isso, a condição de equilíbrio deve ser satisfeita:

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_i} = 0 \iff \frac{\partial \Pi_2}{\partial W^5} = 0 \land \frac{\partial \Pi_2}{\partial \varphi^5} = 0$$
(21)

No caso do perfil estrutural com estados lineares de pré-encurvadura, é-se conduzido ao sistema de equações lineares (dimensão 2×2) definido por:

$$\begin{bmatrix} K_{ij} + \lambda \cdot G_{ij} \end{bmatrix} \cdot q_j = 0 \quad \left\{ \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix} + \lambda \cdot \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{12} & G_{22} \end{bmatrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} W^s \\ \varphi^s \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} (22)$$

em que as matrizes de rigidez linear, $K_{ij'}$ e rigidez geométrica, $G_{ij'}$ dependem das funções de forma. Ambas as matrizes contêm termos relativos às três paredes (alma e dois banzos), e a matriz geométrica contém a influência dos esforços de membrana em cada parede. O somatório das componentes diagonais das matrizes G_{ij} relativas aos banzos resulta sempre em valores nulos em virtude da forma bissimétrica da secção. Na situação de carga aplicada ao nível do centro de corte *S*, a diagonal da matriz global G_{ij} é também nula.

A expressão (22) corresponde a um *problema de valores e vetores próprios*, cujas soluções não nulas correspondem ao anulamento do determinante. As raízes da equação característica resultante do anulamento do determinante de (22) correspondem aos dois primeiros valores do parâmetro de carga de bifurcação (λ_1, λ_2), sendo λ_1 o valor do parâmetro crítico. O presente estudo centra-se apenas na determinação de uma estimativa da carga crítica de encurvadura em vigas, reduzindo-se ao cálculo da menor raiz, λ_1 , da equação característica (22). Para a resolução do problema proposto e tendo em conta as variáveis consideradas, implementou-se a formulação descrita anteriormente num algoritmo numérico utilizando a linguagem de programação comercial MATLAB.R14[®].

3.4 Soluções analíticas aproximadas

Com o objetivo de obter expressões analíticas para a viga solicitada no centro de corte *S*, todas as variáveis de dimensão da secção, de caracterização do material, de aplicação de carga e de condições de apoio foram consideradas como variáveis simbólicas. De forma a obter a variação da solução analítica com o comprimento da viga de GFRP, também se considerou o comprimento *L* como uma





variável simbólica. Desta forma, utilizou-se a linguagem simbólica do programa MATLAB.R14[®] para obter a seguinte expressão para o cálculo da carga crítica da viga:

$$P_{cr} = \frac{C_{_PB}^{te}}{\xi \cdot l^3} \cdot \sqrt{\beta_1 \cdot \left(\pi^2 \cdot \beta_2 + l^2 \cdot \xi \cdot \beta_3\right)}$$
(23)

onde todos os parâmetros são definidos em seguida. Esta expressão, apesar de limitada à situação de carga aplicada ao nível do centro de corte *S* (*i.e.*, $y^{\rho} = 0$), abrange as soluções associadas aos sete modelos de viga, no que respeita às várias combinações de condições de apoio e de contraventamento lateral, *vd*. Quadro 2. As condições de apoio e travamento são reproduzidas por meio dos parâmetros $\xi e c^{te}_{_{\mathcal{P}B}}$ que se encontram representados na Quadro 2, onde $c^{te}_{_{\mathcal{P}B}}$ também tem em conta o tipo de flexão (*3PB* ou *4PB*).

Quanto aos parâmetros de rigidez β_i (i = 1, 2, 3), estes são fornecidos na Quadro 3 e permitem considerar a geometria da secção e as

propriedades de rigidez dos banzos e da alma. Se as propriedades da alma e dos banzos forem diferentes tem-se $Q_{ij}^{r} \neq Q_{ij}^{w}$ e se forem iguais tem-se $Q_{ij}^{r} = Q_{ij}^{w}$.

Observe-se que a Eq. (23) e os parâmetros envolvidos não dependem diretamente das espessuras dos banzos e da alma, o que se deve ao facto de se ter considerado as dimensões da secção à sua linha média (e.g., momento de inércia *I*, considerado em (7)).

Por fim, e como exemplo da aplicação geral da equação proposta, a solução correspondente à viga V1.AS em flexão a *4-pontos*, toma a seguinte forma:

$$P_{cr} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^{3}}{\left(\pi^{2} + (3/2)^{3}\right)} \cdot \left[\pi^{2} \cdot \left(h^{2} \cdot b^{3} \cdot A_{11}^{r} + 4 \cdot h^{3} \cdot D_{11}^{r} + 2 \cdot h^{2} \cdot D_{11}^{W}\right) + L^{2} \cdot \left(2 \cdot h \cdot D_{66}^{r} + h \cdot D_{66}^{W}\right)\right]}{L^{3}}$$
(24)

4 Ilustração e validação de resultados

Com o objetivo de ilustrar e validar a formulação descrita, bem como as expressões analíticas propostas, apresentam-se dois estudos comparativos. O primeiro estudo baseia-se numa viga (secção-H) testada experimentalmente e analisada numericamente por Davalos e Qiao [16,17]. O segundo estudo baseia-se numa viga com secção em I testada experimentalmente por Sá [4].

A Figura 5 apresenta o resultado da aplicação da Eq. (23) sobre o modelo de análise estudado por Davalos e Qiao [16,17] – viga simplesmente apoiada, sob flexão *3PB*, articulada nos apoios

Quadro 2 Valores das constantes $\xi e c^{te}_{PB}$ da equação proposta, *cf.* Eq. (23)

	lizas	Vão lateral		Carregamento
	vigas	ξ	C ^{te} _3PB	C ^{te} _4PB
vamento	V1.AS	1	$\frac{2}{3}\cdot\frac{\pi^3}{\left(\pi^2+2^2\right)}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^{3}}{(\pi^{2} + (3/2)^{3})}$
Sem tra	V2.ES	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{\pi^3}{\left(\pi^2+2\cdot 2^2\right)}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^3}{\left(\pi^2 + 1,75 \cdot (3/2)^3\right)}$
	V3.LR	1	$\frac{2}{3}\cdot\frac{\pi^3}{\left(\pi^2-2^2\right)}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^{3}}{(\pi^{2} - (3/2)^{3})}$
0	V4.AR	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}\cdot\pi$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^3}{\left(\pi^2 + 0.25 \cdot (3/2)^3\right)}$
om travament	V5.ER	<u>5</u> 41	$\frac{2}{3} \cdot \frac{\pi^3}{\left(\pi^2 + 0.8 \cdot 2^2\right)}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^3}{\left(\pi^2 + 1, 15 \cdot (3/2)^3\right)}$
Ŭ	V6.EF	<u>1</u> 20	$\frac{2}{3}\cdot\pi$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^3}{(\pi^2 + 0.4375 \cdot (3/2)^3)}$
	V7.LF	$\frac{6\cdot\pi-8}{(15\cdot\pi-32)}$	$\pi^2 \cdot \frac{(6 \cdot \pi - 8)}{(9 \cdot \pi^2 - 98)}$	$8 \cdot \pi^2 \cdot \frac{(6 \cdot \pi - 8)}{(4096 \cdot \pi^4 - 10368 \cdot \pi^2 - 382239)} \cdot \Omega^{-0.5^*}$

* $\Omega = 4096 \cdot \pi^4 + 46080 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{3} - 10368 \cdot \pi^2 - 58320 \cdot \sqrt{3} + 395361$

Quadro 3	Expressões	para o	parâmetro	de	rigidez	da	Eq.	(23))
----------	------------	--------	-----------	----	---------	----	-----	------	---

Constantes elásticas –	Parâmetro de rigidez					
	β	β ₂	β ₃			
$Q^{f}_{ij} \neq Q^{W}_{ij}$	$b^{3}.A_{11}^{F}+6\cdot h\cdot D_{11}^{W}$	$h^2 \cdot b^3 \cdot A_{11}^r + 4 \cdot b^3 \cdot D_{11}^r + 2 \cdot h^3 \cdot D_{11}^W$	$2 \cdot b \cdot D_{66}^{F} + h \cdot D_{66}^{W}$			
$Q_{ij}^F = Q_{ij}^W$	$6 \cdot h \cdot D_{\eta} + b^3 \cdot A_{\eta}$	$(2\cdot h^3 + 4\cdot b^3)\cdot D_{ii} + h^2\cdot b^3\cdot A_{ii}$	$(h+2\cdot b)\cdot D_{66}$			

segundo o plano de menor inércia e sem restrição lateral a meio vão (*i.e.*, correspondente ao modelo V1.AS).



Figura 5 Comparação entre cargas críticas estimadas, em função do vão, para um perfil H (*3PB*)

A comparação de resultados da Figura 5 é traduzida por meio da evolução das cargas críticas estimadas, P_{cr}, em função do vão, L, considerando as características geométricas e as propriedades mecânicas do perfil H ($304,8 \times 304,8 \times 12,7$ mm) analisado pelos autores. As curvas $P_{cr} - L$, apresentadas na Figura 5, distinguem-se quanto à posição do ponto de aplicação das cargas na altura da secção. Sobre aquelas curvas são ainda apontados os respetivos valores obtidos pelos primeiros autores, quer analiticamente (163,1 kN e 96,6 kN, para a carga aplicada no centro de corte e no banzo superior, respetivamente), quer experimentalmente (138,2 kN, para carga aplicada a meia altura entre banzo superior e centro de corte) para uma viga com 4420 mm de vão [16,17]. As reduzidas diferenças (ca. 5%) entre as estimativas daqueles autores e as obtidas com base na solução analítica (carga no centro de corte), e numérica (carga no banzo superior) do presente estudo devem-se ao processo de resolução das equações de equilíbrio resultantes das formulações energéticas, nomeadamente ao nível do processamento das funções integrais. A carga experimental com um valor, praticamente, intermédio aos resultados analítico e numérico traduz a boa correlação existente ao nível daqueles resultados de diferente índole.

De seguida, estimam-se as cargas críticas resultantes da aplicação da formulação proposta numa viga de GFRP testada experimentalmente por Sá [4]. Esta viga tem um perfil I (150 × 75 × 8 mm) e um vão de 1800 mm. As componentes de rigidez dos banzos (iguais) e da alma introduzidas na formulação (5,6), associadas às matrizes de rigidez de membrana e de flexão (A_{ij} e D_{ij}), corresponderam às estabelecidas por caracterização mecânica experimental [4]. Na Quadro 4 encontram-se resumidos apenas os valores dos coeficientes de rigidez que contribuem para a resolução da formulação, assumindo as mesmas constantes elásticas em ambos os elementos de placa, mas mantendo a espessura "exata" associada a cada um deles.

As Figuras 6(a) e 6(b) representam os valores dessas cargas críticas, $P_{\rm ex}$, obtidas respetivamente para flexão 3PB e 4PB, onde se ilustram os resultados teóricos para os sete casos de estudo de vigas (i.e., condições de apoios laterais, cf. Quadro 1). Na Figura 6(b) mostram--se ainda os valores das cargas últimas de rotura, P., obtidas no ensaio experimental de duas vigas (I-1 e I-2) [4]. Como seria expectável, o aumento da resistência à instabilidade lateral da viga é tanto mais significativo quanto maior for o grau de restrições impostas sobre esta, nomeadamente ao impedimento da torção e do empenamento, quer nos apoios quer na secção central. Verifica-se uma forte dependência entre estas restrições e os valores estimados, sobretudo em vigas de esbelteza reduzida. Porém, para vigas longas, onde é mais provável a ocorrência deste fenómeno, é notória a capacidade resistente conferida pela restrição total à flexão lateral e ao empenamento nas vigas V6.EF e V7.LF, comparativamente com as demais. Como exemplo, para um vão de 3,6 m, o valor de P_{cc} na viga V6.EF é 14 vezes superior ao valor obtido na viga V1.AS à flexão 4PB (carga em S), ao passo que em 3PB o aumento, devido a um total encastramento nos apoios e secção central, mantém-se igualmente numa proporção elevada (ca. 10).



Figura 6 Variação da carga crítica teórica com o vão para flexão: a) 3PB e b) 4PB

Verifica-se que quaisquer que sejam as restrições impostas às vigas no plano X-Z, a flexão 3PB é sempre mais condicionante à ocorrência da instabilidade relativamente ao carregamento em

Banzos [<i>t_F</i> = 8,21 mm]			Alma [<i>t_w</i> = 8,23 mm]			
A [⊬] 11 (N/m)	<i>D</i> [⊭] ₁₁ (N.m)	<i>D</i> ^{<i>F</i>} ₆₆ (N.m)	<i>D^w</i> ₁₁ (N.m)	<i>D^w</i> ₁₂ (N.m)	<i>D^w</i> ₂₂ (N.m)	<i>D</i> ^{<i>w</i>} ₆₆ (N.m)
209,28 × 10 ⁶	1175,50	108,37	1184,11	103,24	364,80	109,17

Quadro 4 Coeficientes de rigidez das placas pultrudidas do perfil I (150 × 75 × 8 mm)

dois pontos simétricos no vão. Faz-se notar uma dependência mais significativa do tipo de flexão nas duas vigas não contraventadas relativamente às travadas, onde a partir de vãos curtos (*ca.* 2,0 m) as curvas correspondentes àquelas vigas são as que apresentam praticamente os valores mais reduzidos de P_{cr} .

Facilmente se constata que P_{cc} diminui quando as cargas estão aplicadas "acima" de S (efeito "amplificativo" da rotação da secção) e aumenta no caso contrário (contraria-se a torção). Para cada solução estudada sobre a influência das condições de travamento no valor de P_{er}, registam-se variações entre os resultados dos seus respetivos pares de curvas (consoante a posição das cargas), que chegam a atingir 30% em 4PB e 50% em 3PB. Estas diferenças percentuais tendem a estabilizar à medida que o vão aumenta. Para ambos os tipos de flexão, as variações mais significativas ocorrem nas vigas sem travamento lateral, onde na V2.ES resultam estimativas de P_ aplicadas em S mais afastadas das obtidas guando aplicadas no banzo superior. No caso contrário, as vigas travadas apresentam diferenças muito menores, sobretudo em 3PB, cujo "paralelismo" das curvas também vai de encontro ao observado nas curvas em 4PB, mas onde a influência do ponto de aplicação das cargas aplicadas sobre o valor de P_{cr} é um pouco mais relevante do que a verificada em 3PB (apenas 2–3%).

De um conjunto de perfis testados experimentalmente [4], as vigas de ensaio atrás mencionadas foram submetidas à flexão 4PB (em torno do eixo de maior inércia), em modelo de viga simplesmente apoiada, por meio de carregamento transversal simétrico (cargas concentradas a terços do vão). Ambas foram igualmente contraventadas lateralmente na secção de meio vão. No que respeita às condições de apoio, apenas a viga I-2 foi "travada" no plano de menor inércia, não se tendo imposto quaisquer restrições laterais à viga I-1. Com efeito, as restrições impostas ao movimento de corpo rígido, quer sobre a secção central de ambas as vigas, quer os travamentos laterais nas secções de apoio da viga I-1, impediram os deslocamentos transversais (para fora do plano de solicitação) e garantiram um certo nível de restrição à rotação em torno do eixo de menor inércia (flexão lateral). A rotação em torno do eixo longitudinal do perfil 1 (torção) foi parcialmente impedida nas secções de extremidade devido ao impedimento à rotação por torção do banzo apoiado (inferior). Relativamente ao empenamento, as secções de extremidade são livres de empenar. Os ensaios foram conduzidos em controlo de carga, aplicada monotonicamente até ocorrer a rotura dos perfis.

A Figura 7 representa as curvas da evolução da carga em função do deslocamento a meio vão, $(P - \delta)$, para as duas vigas, sobre as quais se assinalam as respetivas cargas últimas, P_u , obtidas experimentalmente, bem como as tensões longitudinais últimas,

 $\mathbf{\sigma}_{_{\textit{fu},l'}}$ e os respetivos módulos de elasticidade "aparente" em flexão, $\textit{E}_{_{ao}}$



Figura 7 Curvas $P - \delta$ e estimativas de cargas críticas das vigas I -1 e I-2

A rotura da viga I-1 foi devida a fenómeno (abrupto) de instabilidade global – por flexão-torção –, tendo sido verificado um claro efeito assimétrico da rotação de torção da viga relativamente à secção central contraventada, *vd.* Figura 8.



Figura 8 Rotura por encurvadura lateral por flexão-torção da viga I-1

A rotura da viga I-2 foi iniciada pelo desenvolvimento de microfissuração longitudinal numa das zonas superiores da ligação banzo--alma, conduzindo ao esmagamento localizado da alma, sob um ponto de aplicação da carga. Seguiu-se o enrugamento do material, provocando imediata e simultaneamente encurvadura local numa das metades do banzo comprimido e alguma delaminação dispersa.

Aplicando a formulação analítica, e à semelhança do indicado na Figura 6(b), na Figura 7 são ainda assinaladas as estimativas das cargas críticas, para um vão de 1800 mm, em correspondência com as configurações experimentais adotadas, i.e., efetuando a associação entre os casos analíticos de viga - V3.LR e V4.AR - e as condições de ensaio mais prováveis de os representar respetivamente: I-1 e I-2. Da análise da Figura 6(b) e da Figura 7 verifica-se que os valores experimentais das cargas últimas das vigas I-1 e I-2 são 23% e 4% superiores aos valores estimados considerando as curvas analíticas V3.LR e V4.AR, respetivamente (estimativas teóricas médias para carga aplicada no centro de corte e no banzo superior). Na realidade, aquela diferença mais significativa pode ser atribuída às forças de compressão (reação) instaladas sob os apoios "livres" da viga I-1. Consequentemente, o efeito de atrito gerado pode ter sido responsável pela introdução de um determinado nível de restrição ao deslocamento transversal, não sendo por isso expectável que o valor da carga crítica observado experimentalmente corresponda efetivamente à carga crítica obtida da solução analítica correspondente à situação idealizada V3.LR. Nessa medida, é plausível que a capacidade última da viga (por instabilidade lateral) se possa prever numa situação intermédia quanto ao grau de restrição lateral sobre os apoios, entre estes serem modelados nas condições "L" (livre) e "R" (rotulada), correspondentes aos graus de liberdade ($W^{s} \in \phi^{s}$) considerados na formulação analítica (carga última 40% inferior à estimada para viga articulada nos apoios – V4.AR).

Do mesmo modo, da incerteza da configuração experimental da viga I-2 ao nível dos sistemas adotados no ensaio (apoios e travamento central), podem relacionar-se diversas estimativas analíticas (V4.AR ou V5.ER ou V6.EF) a serem numericamente correspondidas às condições impostas no ensaio, como forma de traduzir uma representação possível das suas capacidades resistentes à encurvadura. No entanto, pelo valor da carga última e, sobretudo, pelo modo de rotura da viga I-2, pode concluir-se que os apoios restringiram quase por completo a rotação de flexão lateral, mas não garantiram um impedimento total ao empenamento. Face às condições de restrição impostas a esta viga justifica-se que a resistência do material tenha sido condicionante à rotura do perfil, para valores de tensão inferiores aos correspondentes às cargas de bifurcação esperadas em instabilidade lateral por flexão-torção. Além disso, neste caso, o colapso envolveu uma rotura em modo combinado ou, em parte, seguido de instabilidade local ao nível do banzo comprimido na zona onde se verificou esmagamento da alma.

5 Conclusões

Neste artigo foi desenvolvida uma formulação analítica que permite analisar a encurvadura lateral por flexão-torção de vigas pultrudidas de GFRP, com secção de parede fina aberta bissimétrica, solicitadas à flexão em 3- e 4-pontos. A formulação sobre a análise linear de estabilidade foi baseada em princípios energéticos – estacionarização (PEEP), e recorreu ao método de RAYLEIGH-RITZ para discretização do sistema contínuo. Para além de contribuir para um melhor

entendimento do comportamento à rotura de vigas em modo de instabilidade, o presente estudo permitiu analisar um conjunto de soluções sobre a influência das condições de apoio e de travamento na secção central (no plano de menor inércia) no valor das cargas críticas estimadas. Destaca-se o facto de a formulação apresentada ser aplicável à análise de estabilidade de vigas com secção em I ou H de banzos iguais (dupla simetria), sem a obrigatoriedade de as espessuras dos banzos serem idênticas à da alma, assim como no que respeita às componentes de rigidez de ambos os tipos de placas, sendo possível uma introdução individualizada das respetivas propriedades de rigidez. Com base na formulação apresentada, desenvolveu-se uma expressão simplificada de aplicação geral que permite estimar cargas críticas, em função de parâmetros incluídos na equação proposta, associados a diversos casos de análise. A formulação proposta e a expressão analítica desenvolvida foram validadas com base na comparação dos resultados por elas obtidos com valores numéricos e outros resultados experimentais existentes na literatura.

Agradecimentos

Os autores agradecem os apoios dados pelo ICIST e IST, onde o estudo apresentado neste artigo foi realizado, e à empresa STEP pelo fornecimento dos perfis GFRP. O primeiro autor agradece à FCT o financiamento conferido pela bolsa de doutoramento n.º SFRH/BD/42798/2007.

Referências

- Bank, L.C. (2006) Composites for Construction. John Wiley & Sons, New Jersey.
- [2] Keller, T. (2003) "Use of fibre reinforced polymers in bridge construction". In Structural Engineering Documents, 7; IABSE, Zurich.
- [3] Correia, J.R. (2008) GFRP Pultruded Profiles in Civil Engineering: Hybrid Solutions, Bonded Connections and Fire Behaviour. Tese de Doutoramento, IST, UTL, Lisboa.
- [4] Sá, M.F. (2007) Comportamento Mecânico e Estrutural de FRP. Elementos Pultrudidos GFRP. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas, IST, UTL, Lisboa.
- [5] Bauld, N.R.; Tzeng, L.S. (1984) "A Vlasov Theory for fibre-reinforced beams with thin-walled open cross sections". *International Journal of Solids & Structures*, 20(3):277-297.
- [6] Correia, J.R.; Branco, F.A.; Silva, N.F.; Camotim, D.; Silvestre, N. (2011) "First-order, buckling and post-buckling behaviour of GFRP pultruded beams part 1: Experimental Study". *Computers & Structures*, 89(21-22):2052–2064.
- [7] Silva, N.F.; Camotim, D., Silvestre N., Correia J.R., Branco, F.A., (2011) "First-order, buckling and post-buckling behaviour of GFRP pultruded beams part 2: Numerical Study". *Computers & Structures*, 89(21-22):2065–2078.
- [8] Brooks R.J.; Turvey G.J. (1995) "Lateral buckling of pultruded GRP I-section cantilevers". Composite Structures, Vol. 32:203-215.

- [9] Ma, M.; Hughes, O. (1996) "Lateral distortional buckling of monosymmetric I-beams under distributed vertical load". *Thin Walled Structures*, 26(2):123-145.
- [10] Barbero, E.J.; Raftoyiannis, I.G., (1994) "Lateral and distortional buckling of pultruded I-beams". Composite Structures, 27(3):261-280.
- [11] Pandey, M.; Kabir, M.Z.; Sherbourne, A.N.(1995) "Flexural-torsional stability of thin walled composite I-section beams". *Composites: Part* B, 5(3):321-342.
- [12] Mottram, J.T. (1992.a) "Lateral-torsional buckling of a pultruded I-beam". Composites, 23(2):81-92.
- [13] Mottram, J.T. (1992.b) "Lateral-torsional buckling of thin walled composite I-beams by the Finite Difference Method". *Composites Eng.*, 2(2):91-104.
- [14] Reis, A.; Camotim, D., (2001) *Estabilidade Estrutural*. McGraw-Hill, Lisboa.
- [15] Trahair, N.S. (1993) Flexure-Torsional of Buckling of Structures. CRC Press, New York.
- [16] Davalos, J.F.; Qiao, P.Z. (1997) "Analytical and experimental study of lateral and distortional buckling of FRP wide-flange beams". *Journal of Composites for Construction*, 1(4):150-159.
- [17] Davalos, J.F.; Qiao P.Z.; Salim H.A. (1997) "Flexure-torsional buckling of pultruded fibre-reinforced plastic composite I-beams: experimental and analytical evaluations". *Composite Structures*, 38(1-4):241–250.
- [18] Qiao, P.Z.; Zou, G.; Davalos, J.F., (2003) "Flexural-torsional buckling of FRP composite cantilever I-beams". *Composite Structures*, 60:205–217.
- [19] Shan, L.; Qiao, P.Z. (2005) "Flexural-torsional buckling of fibrereinforced plastic composite open channel beams". *Composite Structures*, 68:211-224.
- [20] Jones, R.M. (1999) Mechanics of Composite Materials; Taylor & Francis, Philadelphia.

Anexo

Formas finais dos termos das deformações descritas em (9), simplificadas pela ausência dos termos de ordem superior e não consideração dos termos lineares (nulos).

Banzo Superior ^{FS}

$$\left(\epsilon_{x}^{\prime 5}\right)^{2} = \left(U_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + U_{x}^{\prime 5} \cdot \left[\left(W_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + \left(V_{x}^{\prime 5}\right)^{2}\right] + 1/4 \cdot \left[\left(W_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + \left(V_{x}^{\prime 5}\right)^{2}\right]^{2} \approx \left(u_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + \left[U_{x}^{\prime 5}\right]^{\prime} \cdot \left[\left(v_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + \left(w_{x}^{\prime 5}\right)^{2}\right] \left(A.1\right)^{2} + 1/4 \cdot \left[\left(W_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + \left(W_{x}^{\prime 5}\right)^{2}\right]^{2} + 1/4 \cdot \left[\left(W_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + \left(W_{x}^{\prime 5}\right)^{2} + \left(W_{x}$$

$$\left(\chi_{x}^{F5}\right)^{2} = \left(V_{,xx}^{F5}\right)^{2} \approx \left(v_{,xx}^{F5}\right)^{2}$$
(A.2)

$$\left(\chi_{xz}^{FS}\right)^{2} = \left(2 \cdot V_{xz}^{FS}\right)^{2} \approx 4 \cdot \left(V_{xz}^{FS}\right)^{2}$$
 (A.3)

• Alma ^w

 $\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{W} \right)^{2} = \left(U_{x}^{W} \right)^{2} + U_{x}^{W} \cdot \left[\left(V_{x}^{W} \right)^{2} + \left(W_{x}^{W} \right)^{2} \right] + \frac{1}{4} \cdot \left[\left(V_{x}^{W} \right)^{2} + \left(W_{x}^{W} \right)^{2} \right]^{2} \approx \left[U_{x}^{W} \right]^{f} \cdot \left(w_{x}^{W} \right)^{2} \left(A.4 \right)$ $\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} = \left(V_{y}^{W} \right)^{2} + V_{y}^{W} \cdot \left[\left(U_{y}^{W} \right)^{2} + \left(W_{y}^{W} \right)^{2} \right] + \frac{1}{4} \cdot \left[\left(U_{y}^{W} \right)^{2} + \left(W_{y}^{W} \right)^{2} \right]^{2} \approx \left[V_{y}^{W} \right]^{f} \cdot \left(w_{y}^{W} \right)^{2} \left(A.5 \right)$ $\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right) \cdot \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} + \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} + \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} \right] \cdot \left[\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right]^{2} \cdot \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} \right] \cdot \left[\left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{W} \right)^{2$

$$\left(\chi_{x}^{W}\right)^{2} = \left(W_{,xx}^{W}\right)^{2} \approx \left(w_{,xx}^{W}\right)^{2} \tag{A.8}$$

$$\left(\chi_{y}^{W}\right)^{2} = \left(W_{yy}^{W}\right)^{2} \approx \left(W_{yy}^{W}\right)^{2}$$
(A.9)

$$(\chi_{x}^{w}) \cdot (\chi_{y}^{w}) = (W_{xx}^{w}) \cdot (W_{yy}^{w}) \approx (w_{xx}^{w}) \cdot (w_{yy}^{w})$$
 (A.10)

$$\left(\chi_{xy}^{W}\right)^{2} = \left(2 \cdot W_{,xy}^{W}\right)^{2} \approx 4 \cdot \left(W_{,xy}^{W}\right)^{2} \tag{A.11}$$

Banzo Inferior FI

 $\left(s_{*}^{n} \right)^{2} = \left(U_{*}^{n} \right)^{2} + U_{*}^{n} \cdot \left[\left(W_{*}^{n} \right)^{2} + \left(v_{*}^{n} \right)^{2} \right] + \frac{1}{2} 4 \cdot \left[\left(W_{*}^{n} \right)^{2} + \left(v_{*}^{n} \right)^{2} \right]^{2} \approx \left(u_{*}^{n} \right)^{2} + \left[U_{*}^{n} \right]^{2} \cdot \left[\left(v_{*}^{n} \right)^{2} + \left(w_{*}^{n} \right)^{2} \right] \left(A.12 \right)$

$$\left(\chi_{x}^{F_{l}}\right)^{2} = \left(V_{,xx}^{F_{l}}\right)^{2} \approx \left(V_{,xx}^{F_{l}}\right)^{2}$$
(A.13)

$$\left(\chi_{x_{2}}^{F_{l}}\right)^{2} = \left(2 \cdot V_{x_{2}}^{F_{l}}\right)^{2} \approx 4 \cdot \left(v_{x_{2}}^{F_{l}}\right)^{2}$$
 (A.14)

Esforços de membrana "fundamentais", N^{f} , ao longo da trajetória fundamental:

Banzo superior FS Alma W Banzo inferior FI

$$\begin{pmatrix} (N_x^{fS})^f = A_{11} \cdot \begin{bmatrix} U_x^{fS} \end{bmatrix}^f \\ (N_x^{fS})^f = 0 \\ (N_{xy}^{fS})^f = 0 \\ (N_{xy}^{W})^f = A_{12} \cdot \begin{bmatrix} U_x^{W} \end{bmatrix}^f + A_{12} \cdot \begin{bmatrix} V_y^{W} \end{bmatrix}^f \\ (N_y^{H})^f = A_{11} \cdot \begin{bmatrix} U_x^{H} \end{bmatrix}^f + A_{22} \cdot \begin{bmatrix} V_y^{W} \end{bmatrix}^f \\ (N_x^{H})^f = 0 \\ (N_{xy}^{H})^f = A_{66} \cdot \left(\begin{bmatrix} V_x^{W} \end{bmatrix}^f + \begin{bmatrix} U_y^{W} \end{bmatrix}^f \right)^f$$
(A.15)

Avaliação do desempenho de amortecedores de líquido sintonizado na mitigação de vibrações sísmicas em estruturas

Assessment of the performance of tuned liquid dampers for vibration mitigation in structures

Maria João Falcão Silva

Resumo

A utilização de dispositivos de dissipação de energia é vista como forma eficiente para proteger estruturas contra ações sísmicas. Recentemente, dispositivos do tipo amortecedores de líquido sintonizado (ALS) têm despertado a atenção da comunidade científica como forma simples mas eficaz para melhorar a resposta de estruturas face a ações dinâmicas.

Este artigo descreve um programa de ensaios experimentais desenvolvido no LNEC no âmbito de uma tese de doutoramento na área dos sistemas passivos para proteção sísmica de estruturas.

São incluídos os resultados de ensaios com dispositivos isolados e com dispositivos acoplados num sistema estrutural de frequência variável entre 0,6 e 1,4 Hz.

Os principais resultados obtidos do programa experimental desenvolvido sobre ALS de geometria variável (retangular e circular) bem como dos testes efetuados ao sistema estrutural + ALS são discutidos e as principais conclusões apresentadas.

Abstract

The inclusion of passive energy dissipation devices is seen as a cost effective way to improve protection against seismic loads. A considerable number of these devices have already been installed in structures throughout the world. In the recent years devices such as Tuned Liquid Dampers (TLD) have been receiving increasing attention as a simple but effective way of reducing building response to dynamic loads.

The paper describes an experimental study performed over TLDs and developed in LNEC in the scope of a PhD thesis. In the paper are included the results obtained from tests performed over TLDs included in a SDF structural system with varying frequencies. The SDF system was designed and constructed in LNEC to work in a range of frequencies between 0,6 and 1,4 Hz achieved by means of a set of air-cushions with different stiffness depending on the initial pressure and on the deformation during the tests. The main results and conclusions obtained from the tests performed over different TLDs geometries (rectangular and circular) as well as the tests performed over SDF system + TLD are presented.

Palavras-chave: Amortecedores de líquido sintonizado / Sistemas passivos / / Dissipação de energia / Mitigação de vibrações / Ensaios em mesa sísmica Keywords: Tuned liquid dampers / Passive devices / Energy dissipation / Vibration mitigation / Shaking table tests

Avaliação do desempenho de amortecedores de líquido sintonizado na mitigação de vibrações sísmicas em estruturas Maria João Falcão Silva

Maria João Falcão Silva

Bolseira de Pós-Doutoramento Laboratório Nacional de Engenharia Civil Lisboa, Portugal

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

1 Introdução

Amortecedores de líquido sintonizado (ALS) são uma forma simples e eficaz de reduzir a resposta das estruturas (edifícios e pontes) para ações dinâmicas (vento e sismos) [1]. Os ALS são simplesmente constituídos por tanques com um líquido no seu interior (geralmente água), em que sua geometria e altura da água definem a frequência natural de *sloshing*. Introduzindo numa estrutura dispositivos com frequências de *sloshing* próxima da frequência natural da estrutura, sob ações sísmicas, a resposta dessa estrutura para essa frequência é reduzida devido ao efeito dissipativo do *sloshing* do líquido.

Para além disso apresentam uma óptima relação custoeficácia, são fáceis de instalar e sua frequência de *sloshing* pode ser facilmente alterada através da variação da altura da água. Outras propriedades podem ser também alteradas a fim de melhorar o seu desempenho, tais como: i) utilizando um outro líquido (com diferente densidade e viscosidade), ii) com redes/grelhas verticais; iii) variando a rugosidade das paredes do dispositivo, etc.[2][3][4].

Quando em serviço, os ALS apresentam um bom desempenho em edifícios altos e em estruturas flexíveis de baixa frequência, como pontes e torres [1].

Em Portugal e, principalmente, devido à reduzida altura das construções existentes este tipo de dispositivos não é muito conhecido, nem tão-pouco utilizado. Dado as construções modernas (habitação, escritórios e comércio) estarem a aumentar em altura, o uso de ALS surge como uma boa opção, considerando a redução dos custos associados à construção, colocação e manutenção dos referidos dispositivos.

O dimensionamento e implementação de ALS, bem como de outros dispositivos de dissipação de energia passiva exigem ensaios experimentais (em escala real ou em escala reduzida) para validação das suas principais características.

Assim foi realizado e desenvolvido um conjunto de ensaios tendo como principal objetivo:

- Compreender mais detalhadamente o funcionamento dos ALS, para permitir a utilização de modelos matemáticos e mecânicos na simulação dos fenómenos lineares e não-lineares que ocorrem no seu interior. O desempenho dos dispositivos na presença de excitações de grande amplitude é um ponto importante deste trabalho;
- ii. Definir de que forma a alteração de alguns parâmetros associados com cada um dos ALS ensaiados (altura de fluido em repouso, geometria do dispositivo, presença de partículas em suspensão, nível de amortecimento) ou com a própria solicitação (tipo de ação, intensidade, frequência e duração) podem influenciar o seu desempenho;
- iii. Determinar a eficácia associada à introdução de ALS em sistemas estruturais de frequência bem definida.

FALCÃO SILVA, M. J. – Avaliação do desempenho de amortecedores de líquido sintonizado na mitigação de vibrações sísmicas em estruturas. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 31-42.

2 Ensaios experimentais sobre uma estrutura de transmissão

2.1 Dispositivo de ensaio

O dispositivo de ensaio usado para avaliar a interação ALS + estrutura de transmissão compreendeu a utilização da plataforma sísmica uniaxial do LNEC, à qual foram impostas diferentes solicitações horizontais geradas artificialmente [5] [6].

Na Figura 1 apresenta-se uma representação esquemática do dispositivo de ensaio.

Para além de um sensor de deslocamentos e um acelerómetro colocados na plataforma sísmica uniaxial, a estrutura de transmissão foi instrumentada com dois transdutores de pressão, três transdutores de deslocamentos (LVDT) e dois acelerómetros (PCB). O sensor de deslocamentos e o acelerómetro foram colocados na plataforma sísmica com o objetivo de registar os seus movimentos. Os transdutores de pressão permitiram a monitorização contínua da pressão interna nos dois conjuntos de molas. Os LVDT e os PCB permitiram o registo do movimento relativo da estrutura de transmissão e medir a sua aceleração, respetivamente. Na Figura 2 apresenta-se o plano de instrumentação usado nos ensaios de caracterização dinâmica da estrutura de transmissão.



Figura 2 Instrumentação colocada na estrutura de transmissão: a) perspetiva do dispositivo de ensaio e b) detalhe com ligação a sistema de aquisição e circuito pneumático, adaptado de [6]

2.2 Ensaios preliminares

Cada uma das molas de ar utilizadas como elemento elástico na estrutura de transmissão foi sujeita a ensaios quase-estáticos, a fim de validar os modelos teóricos propostos pelo fabricante e de definir modelos matemáticos que permitissem relacionar a força em função da pressão nas molas e da deformação.

Tendo por base os resultados obtidos foi ajustado um modelo matemático para o funcionamento das molas de ar, com base em pressões iniciais bem definidas e impostas às molas, e foram obtidas relações empíricas entre a força na mola (F) e a deformação na mola (d).

A obtenção da rigidez, *k*, associada a cada mola, e, consequentemente, à estrutura de transmissão, é efetuada por derivação da expressão definida para o modelo empírico da força, sendo possível obter o valor esperado da frequência da estrutura de transmissão a partir da rigidez do conjunto de molas para a massa em causa, tendo em conta a configuração das molas adotada.

Considerou-se que a pressão inicial nas molas podia variar entre 1,5 e 7 bar e que, no sistema de transmissão testado sem e com ALS, podiam ser consideradas três configurações, que se apresentam nas Figura 3 a Figura 5:

- i. Dois conjuntos paralelos de duas molas em série (CASO 1);
- ii. Duas molas em paralelo (CASO 2);
- iii. Dois conjuntos em paralelo de duas molas em paralelo (CASO 3).



Figura 3 CASO 1



Figura 4 CASO 2



Figura 5 CASO 3

O CASO 1 surgiu como a forma mais simples e económica de atingir os requisitos em rigidez e frequência. As configurações apresentadas nos CASOS 2 e 3 resultaram na obtenção de valores de rigidez e, consequentemente, frequências superiores aos pretendidos para o programa experimental, como representativos de sistemas estruturais existentes no parque habitacional português (Figura 3).



Figura 6 Frequências para diferentes configurações das molas de ar, adaptado de [7]

Tendo em conta os valores estimados, delineou-se um programa extenso de ensaios experimentais, com o objetivo de identificar realmente as características dinâmicas da estrutura de transmissão considerada, para posterior utilização em ensaios com ALS incluídos.

2.3 Análise de resultados experimentais obtidos

A estrutura de transmissão, ainda sem ALS, foi montada com as molas colocadas de acordo com o disposto no CASO 1 (Figura 3), com pressões variáveis entre 1,5 bar e 4,5 bar, e sujeita a ensaios aleatórios correspondentes a 20 séries de ruído branco, geradas com recurso a um *software* específico [8], para identificação das suas características dinâmicas.

Foram obtidos registos de deslocamentos, de acelerações e de pressão nas molas para cada tipo de ensaio efetuado. Os resultados obtidos foram analisados e ajustados com base em conceitos de análise sinal. A partir dessa informação obtiveram-se as funções de resposta em frequência (FRF), o amortecimento na estrutura e a coerência entre sinais de entrada e sinais de saída, para todas as pressões iniciais nas molas ensaiadas [7]. Refira-se que os resultados
obtidos correspondem a uma média das 20 séries ensaiadas e que as FRF se referem a relações entre sinais de entrada em acelerações (aceleração da mesa) e sinais de saída também em acelerações (aceleração na estrutura de transmissão).

As representações esquemáticas das tendências de variação da frequência e do amortecimento com a pressão inicial nas molas de ar para os ensaios de ruído branco são apresentadas na Figura 7 e na Figura 8, respetivamente.



Figura 7 Variação da frequência



Figura 8 Variação do amortecimento

A estrutura de transmissão ensaiada apresenta uma evolução da frequência claramente linear e uma evolução do amortecimento claramente não linear (2º grau) com a variação da pressão inicial. A não-linearidade do amortecimento pode ser justificada por eventuais fenómenos que ocorram nas molas e que não estejam adequadamente identificados nas especificações dos elementos. A evolução da frequência, em termos de FRF, para as diferentes pressões iniciais nas molas ensaiadas e amplitudes de excitação, é apresentada na Figura 9.





3 Ensaios experimentais sobre amortecedores de líquido sintonizado

Para caracterização do comportamento dinâmico de reservatórios de água com características específicas de ALS foi realizado um programa experimental [7]. Esses ALS individuais, com geometria idêntica à dos que compõem os conjuntos de ALS que seriam posteriormente ensaiados acoplados a estruturas de transmissão de um grau de liberdade, foram dimensionados tendo por base os seguintes requisitos:

 Ajuste com a frequência fundamental de vibração e com a massa da estrutura de transmissão, dado que os ALS são tanto mais eficazes quanto mais a sua frequência de vibração se aproxima da frequência fundamental da estrutura em que se encontram incluídos, e quando a relação entre a massa de água existente no interior do conjunto de dispositivos ALS e a massa da estrutura de transmissão se situe entre 1 e 5 % [9] [10];

- ii. Limitações geométricas do sistema estrutural construído para instalação do conjunto de vários ALS;
- iii. Facilidade de realização do ensaio dos ALS em ambas as direções principais de funcionamento, permitindo, pois, abranger uma gama de frequências mais alargada;
- iv. Escolha de um material não opaco, para permitir a visualização da(s) onda(s) formada(s) no interior do dispositivo durante programa de ensaios experimentais.

3.1 Dispositivo de ensaio

Para a realização dos ensaios de caracterização do comportamento dinâmico de ALS retangulares, foi utilizada a plataforma sísmica uniaxial.

Para melhor compreender o comportamento e características dinâmicas dos ALS quando isolados, isto é quando não incluídos em estruturas, foram efetuados ensaios com os referidos dispositivos a funcionarem *per se*, pelo que a montagem dos dispositivos e acessórios foi efetuada de acordo com o que se mostra de uma forma simplificada nas Figura 10 e Figura 11.



Figura 10 Dispositivo de ensaio



Figura 11 Montagem *in situ* de dispositivo de ensaio

A este dispositivo de ensaio foram impostas solicitações sísmicas, tendo sido registados os movimentos transmitidos aos dispositivos e as forças associadas aos fenómenos lineares e não-lineares que surgem devido ao movimento do fluido e a elevação da superfície do fluido observadas.

Assim, para medir o deslocamento relativo na plataforma sísmica, a altura de coluna de água em diferentes pontos e a força transmitida às paredes laterais do reservatório, foram utilizados os seguintes equipamentos [7]:

- i. 1 sensor de deslocamento LVDT (Linear Variable Differential Transformer);
- ii. 6 sensores de pressão Keller 46R
- iii. 2 transdutores de força, com tecnologia desenvolvida no CIC-NSM.

3.2 Ensaios realizados

No sentido de colmatar as lacunas observadas na totalidade dos trabalhos previamente desenvolvidos optou-se por ensaiar os ALS, quando isolados, sujeitos a excitações de carácter aleatório do tipo ruído branco. Como tal, para o efeito, foram usadas as 20 séries de ruído branco com conteúdo em frequência entre 0,5 Hz e 1,5 Hz geradas artificialmente, com recurso ao software LNEC-SPA e previamente utilizadas na caracterização dinâmica da estrutura de transmissão de um grau de liberdade. A razão da escolha da gama de frequências indicada prende-se com o facto de serem as frequências indicadas muito representativas e compatíveis com as estruturas reais existentes, por exemplo, no parque habitacional português cujas vibrações se pretende poder mitigar. Assim, as referidas séries foram impostas aos ALS como excitação horizontal de translação com diferentes valores de amplitude de pico, variando de valores baixos a elevados.

Estes ensaios permitiram, entre outras coisas, a obtenção das frequências experimentais de vibração, bem como dos valores de amortecimento para cada uma das situações ensaiadas para comparação tanto com os correspondentes valores teóricos [10][11] como com os valores obtidos das simulações numéricas desenvolvidas e propostas no âmbito de uma tese de doutoramento [7].

3.3 Análise de resultados experimentais obtidos

O programa experimental desenvolvido incidiu sobre ALS retangulares com uma determinada altura de água em repouso bem definida e compatível com as frequências a ajustar. A obtenção das FRF para cada uma das situações ensaiadas durante o programa experimental permitiu a identificação objetiva das frequências modais correspondentes a cada um dos ensaios efetuados; isto é, para diferentes alturas de água em repouso, bem como para amplitudes de excitação crescentes.

Apresentam-se em seguida, a título de exemplo, as tendências de variação médias da frequência experimental com a amplitude de excitação para ALS *shallow* e *deep* (Figura 12). Os pontos a azul traduzem os resultados obtidos para todas as séries ensaiadas e permitem ter uma perceção mais clara da variabilidade da resposta para as diferentes séries ensaiadas. A vermelho surgem os valores médios.



Figura 12 Variação da frequência com a amplitude de excitação: a) shallow e b) deep

A tendência de variação da frequência fundamental de vibração dos ALS é claramente linear com o valor de pico da amplitude excitação. O comportamento identificado por meio de observação visual das ondas formadas no interior do dispositivo também evidencia

o aparecimento de outros fenómenos, denominados fenómenos não-lineares, responsáveis pelo afastamento entre os valores de frequências teóricas e experimentais.

Tendo por base os resultados obtidos foi possível estabelecer relações empíricas entre a frequência fundamental de vibração do ALS e a amplitude de pico da solicitação imposta. Constatou-se que a frequência fundamental do fluido no interior dos ALS depende da altura de água em repouso, *h*, e do comprimento do próprio dispositivo, *L*, bem como da amplitude de solicitação imposta, *A*. Assim, quando surgem solicitações mais elevadas, por exemplo, na ocorrência de uma determinada ação sísmica, os fenómenos que ocorrem no interior dos ALS deixam de ser fundamentalmente lineares, pelo que a formulação existente passa a ter um campo de aplicação mais restrito. No entanto, em posse de resultados experimentais, como os que têm vindo a ser apresentados no presente estudo, é possível propor alguns ajustes, pelo que se torna indispensável propor modelos mais atuais com base nos modelos existentes, mas com um cunho fortemente experimental [7].

Outro parâmetro, que apresentou uma clara variação ao longo dos ensaios, foi o amortecimento. O efeito do amortecimento do fluido é significativo junto da frequência de ressonância e deve ser considerado com cuidado na modelação do comportamento de ALS de qualquer geometria.

O amortecimento modal associado ao movimento de *sloshing* para ondas de pequena profundidade, também denominadas de ondas de águas rasas (*shallow water waves*), é de difícil determinação por via teórica, especialmente no caso da ocorrência de fenómenos nãolineares de quebra de onda (*breaking waves*).

Apresentam-se em seguida, em jeito de resumo dos resultados obtidos, as representações gráficas das tendências de variação médias do amortecimento modal com a amplitude da solicitação. Os pontos, a azul, traduzem os resultados obtidos para as diferentes séries ensaiadas e permitem ter uma perceção clara e objetiva da variância, ao nível da resposta, para os diferentes ensaios incluídos no programa experimental. A vermelho, apresentam-se, à semelhança do efectuado para a frequência fundamental de vibração, os valores médios obtidos.



Figura 13 Variação do amortecimento com a amplitude de excitação: a) *shallow* e b) *deep*

Como se pode observar, os valores dos coeficientes de amortecimento estimados com base nos resultados experimentais obtidos para as diferentes alturas de água em repouso apresentam uma grande variabilidade. Os resultados experimentais obtidos permitem também concluir que a tendência de variação do amortecimento é claramente linear, crescente com o valor de pico da amplitude excitação.

O comportamento identificado por meio de observação visual da onda formada no interior do ALS, durante os ensaios, também evidenciou o aparecimento de outros fenómenos, principalmente não-lineares.

Para além do apresentado para frequência e amortecimento foi desenvolvida uma análise exaustiva sobre os ALS quando isolados [7], que contemplou:

- Os fenómenos lineares e não-lineares que decorrem no interior de ALS quando sujeitos a excitações sinusoidais de amplitude crescente;
- ii. Determinação da massa dinâmica de água mobilizada;
- iii. Determinação da rigidez equivalente da massa dinâmica de água mobilizada;
- iv. Determinação do ângulo de fase;
- v. Determinação da altura de onda e altura de onda normalizada;
- vi. Determinação de forças de corte e de forças de corte normalizadas;
- vii. Determinação do balanço energético;
- viii. Identificação de fenómenos não-lineares de quebra de onda;
- ix. Identificação de ondas transversais e ondas estacionárias.

4 Ensaios experimentais sobre estrutura de transmissão com amortecedores de líquido sintonizado incluídos

Após conclusão da primeira fase do programa de ensaios experimentais, que incidiu sobre os dispositivos ALS retangulares isolados, isto é, diretamente montados sobre a plataforma sísmica, passou-se à segunda fase, em que um conjunto dos mesmos dispositivos foi ensaiado, quando incluído nas estruturas de transmissão apresentadas na secção 2.

A razão de ensaiar um conjunto de ALS e não apenas de uma unidade de ALS prendeu-se com o facto de, para além da verificação da relação entre frequências, ser necessária a verificação de uma relação de massas para que a mitigação de vibrações numa dada estrutura seja otimizada, sem que surjam efeitos adversos para os quais a estrutura em causa possa não estar dimensionada.

No entanto, pelas suas características físicas, a estrutura de transmissão ensaiada permitiu a inclusão de relações superiores de massa sem que ocorresse instabilidade.

Durante o estudo efetuado foram ensaiadas percentagens de massa variáveis entre 2% e 7%, valores ligeiramente superiores aos referidos anteriormente.

Os resultados dos ensaios descritos e apresentados na presente secção permitem a obtenção de conclusões muito valiosas acerca do desempenho deste tipo de dispositivos, em estruturas representativas de estruturas existentes, em termos de redução das ações dinâmicas impostas.

4.1 Dispositivo de ensaio

A estrutura de transmissão de frequência variável foi ensaiada sob a ação das 20 séries geradas, mas já com as estruturas de 33 ALS retangulares colocados (Figura 14).





Figura 14 ALS retangulares sobre estrutura de referência: a) perspetiva e b) vista de cima

Para facilitar a fixação dos conjuntos de ALS à estrutura de transmissão, foi dimensionada uma base em madeira, munida de quatro suportes de aço, um em cada canto, que permitiu a fixação do conjunto com duas orientações, isto é, com os dispositivos alinhados longitudinalmente ou transversalmente. A instrumentação utilizada nestes ensaios foi idêntica à dos ensaios da estrutura de transmissão (Figura 2). Adicionalmente um dos reservatórios foi instrumentado de acordo com o descrito na secção 3 para os ensaios experimentais dos ALS individuais (Figura 10).

4.2 Análise dos resultados experimentais obtidos

Em todos os casos ensaiados foram obtidos registos de:

- i. Deslocamentos e acelerações na plataforma sísmica;
- ii. Deslocamentos e acelerações na estrutura de transmissão;
- iii. Pressão nas duas molas de ar responsáveis pela rigidez do sistema estrutural, e consequentemente pela variação da frequência fundamental respetiva;

iv. Elevação da superfície da água no interior dos dispositivos.

A análise de resultados obtidos no programa de ensaios experimentais sobre as diferentes estruturas de transmissão (diferentes pressões internas nas molas) foi efetuada à semelhança das análises de resultados apresentadas em secções anteriores [8].

Nos ensaios efetuados, obtiveram-se novas funções de resposta em frequência para o conjunto estrutura de referência + ALS, considerando diferentes amplitudes de excitação e alturas de água em repouso no interior dos dispositivos. Para além disso, para cada estrutura de transmissão foram ensaiadas várias alturas de água em repouso, correspondentes a diferentes frequências em torno da frequência fundamental de vibração da estrutura cujos movimentos se pretende mitigar, para avaliar qual a melhor relação entre frequências da estrutura e do dispositivo e otimizar o seu desempenho. Na Figura 15 apresentam-se algumas das FRF obtidas durante os ensaios.



Figura 15 FRF para estruturas de transmissão com ALS retangulares: a) shallow e b) deep

Como é possível observar, com a introdução de ALS numa determinada estrutura e para qualquer das situações apresentadas, identificam-se dois modos fundamentais de vibração:

- i. Um associado à estrutura principal;
- Outro correspondente aos dispositivos que nela foram incluídos com o objetivo de mitigar as vibrações resultantes das solicitações dinâmicas impostas.

A separação dos dois modos é tanto mais evidente quanto mais elevadas forem as amplitudes da solicitação dinâmica imposta. Observa-se uma redução ao nível da resposta do sistema na frequência fundamental e um afastamento dos picos da nova FRF deste valor.

É de referir, a título de exemplo, que as reduções observadas ao nível do valor de pico da FRF para sistemas principais com ALS retangulares variam entre 50% e 80%, para amplitudes de excitação dinâmica baixas a elevadas, o que corresponde a uma redução muito considerável.

Foram introduzidas também partículas de esferovite e de LECA em suspensão no fluido no interior de ALS com o objetivo de melhorar o seu desempenho, conforme proposto em trabalhos anteriores [3] [4]. Para as situações referidas foram obtidas novas séries de acelerações e deslocamentos na estrutura de referência assim como as correspondentes funções de resposta em frequência [7].

Na Figura 16 apresentam-se, apenas a título exemplificativo das melhorias observadas ao nível da resposta da estrutura de referência, algumas séries temporais de deslocamentos obtidas durante o programa de ensaios experimentais para amplitudes de excitação moderadas e para dispositivos ALS *shallow* a *deep*, com e sem introdução de partículas de esferovite e de LECA



Figura 16 Variação de deslocamentos na estrutura de referência para amplitudes moderadas com a introdução de ALS retangulares: a) *shallow* e b) *deep*

As representações gráficas referidas evidenciam os benefícios expectáveis ao nível do comportamento da estrutura de referência, quando da inclusão de ALS com ou sem partículas em suspensão.

Os resultados foram analisados em termos de valores de pico observados ao nível da estrutura de referência para cada tipo de ALS e para cada classe de amplitude de solicitação dinâmica imposta. É importante referir que estes valores de pico correspondem precisamente à situação identificada como mais gravosa de entre todas as séries de ruído branco ensaiadas durante o programa experimental.

Foram também incluídos nas análises resultados em valores RMS de deslocamentos e acelerações que, em termos globais, parecem surgir com maior adequabilidade para comparação e até mesmo para determinação da eficiência dos dispositivos. Os valores RMS entram em linha de conta não só com os valores de pico atingidos pontualmente durante uma determinada ocorrência mas também com toda a história das séries registada no domínio do tempo.

Na Figura 17 apresentam-se de uma forma simplificada os resultados obtidos durante os ensaios experimentais em termos do valor RMS de deslocamento na estrutura de referência para amplitudes de solicitação moderadas.







Figura 17 Valores RMS do deslocamento na estrutura considerando amplitudes de solicitação moderadas e implementação de ALS retangulares: a) *shallow* e b) *deep*

Os resultados patentes na Figura 17 são compatíveis com o apresentado nas Figuras 15 e 16.

Em presença de solicitações dinâmicas identificadas como apresentando amplitude moderada, observou-se uma resposta muito semelhante, tanto em presença de ALS *shallow* como em presença de ALS *deep*. Assim, os valores RMS dos deslocamentos são claramente reduzidos, sendo esta redução evidenciada com o aumento da altura de água em repouso.

É ainda possível concluir que, para estes níveis de amplitudes de solicitação dinâmicas, se verifica que a resposta não apresenta grandes diferenças se se considerar ALS simples ou com partículas em suspensão.

No entanto, verifica-se que com o aumento da altura de fluido em repouso, isto é, com a passagem de ALS *shallow* para *deep*, passam a evidenciar melhor comportamento as situações em que foram introduzidos dispositivos com partículas de esferovite em suspensão.

5 Desempenho de amortecedores de líquido sintonizado

Para finalizar torna-se possível definir critérios de eficiência e desempenho que podem ser aplicados e generalizados a este tipo de dispositivos.

Os critérios propostos permitem proceder à avaliação do desempenho de dispositivos ALS, quando incluídos em diferentes sistemas estruturais, para diferentes níveis de ajuste de frequências de funcionamento e relações de massa.

5.1 Critérios de eficiência experimental

Um ponto de extrema importância e a ter em conta para as análises de desempenho de ALS, de qualquer geometria, quando incluídos em sistemas estruturais, corresponde à relação entre frequências do dispositivo e da estrutura [9][10][12][13]. Desta forma, e de acordo com trabalhos anteriores, é possível definir um coeficiente γ correspondente ao denominado coeficiente de ajuste de frequências, dado pela expressão:

$$\gamma = \frac{f_{TLD}}{f_{est}} \tag{1}$$

As situações em que este coeficiente surge igual à unidade correspondem, em teoria, a situações idealmente sintonizadas. No entanto, com base em resultados experimentais anteriores [9][10] [12][13], tem vindo a verificar-se que, de facto, a maior eficiência não corresponde exactamente ao valor 1 mas sim a um intervalo mais alargado entre 0,9 e 1,1 e claramente dependente da amplitude da solicitação.

Para além do referido, e para a análise de desempenho a seguir apresentada, deve ser considerado outro parâmetro de extrema importância que corresponde à relação entre massas de fluido no interior do dispositivo e da estrutura cujas vibrações se pretende mitigar.

$$\mu = \frac{m_{\pi D}}{m_{est}} \tag{2}$$

Este coeficiente apresenta valores definidos como ótimos entre 1% e 5%. Podem, no entanto, ser usados dispositivos que traduzam

valores superiores deste coeficiente, desde que seja verificada a segurança estrutural da estrutura, uma vez que a massa adicional correspondente pode condicionar fortemente o equilíbrio da estrutura.

No entanto, e atendendo aos coeficientes de segurança utilizados no dimensionamento de estruturas, valores até cerca de 10% da massa da estrutura principal são passíveis de ser implementados, permitindo alcançar com sucesso valores consideráveis de mitigação de vibrações dinâmicas.

Com base nos ensaios experimentais efetuados, definiram-se critérios de eficiência, tendo em conta para cada caso os índices γ e μ previamente indicados:

$$Ef_X = \frac{X_{est_ref} - X_{est_ref_TLD}}{X_{est_ref}}$$
(3)

em que a variável *X* pode ser assumida como valor de pico do deslocamento, como valor de pico da aceleração, como valor RMS do deslocamento e como valor RMS da aceleração.

Para além destes critérios obtidos diretamente por comparação dos registos obtidos da instrumentação utilizada pode-se ainda definir um critério de eficiência relacionado com a análise das funções de resposta em frequência obtidas.

Os índices obtidos por concretização da equação (3) para as variáveis consideradas são expressos em percentagem.

5.2 Análise de desempenho com base em critérios de eficiência experimental

Após concretização da equação (3) para cada uma das variáveis identificadas, obtiveram-se diversos índices de eficiência [7]. A título de exemplo apresentam-se na presente secção os índices RMS de deslocamento obtidos para ALS *shallow* e *deep*.

Para ALS do tipo *shallow* verifica-se que, de uma maneira geral, há um aumento de eficiência com o aumento da amplitude da solicitação imposta. Identificaram-se ainda as relações entre frequências otimizadas para cada situação.

Assim, para amplitudes de solicitação reduzidas, salvo raras exceções, a relação entre frequências ótima ronda 0,86-0,91, tendo--se obtido valores máximos para o índice RMS_desl de cerca de 14%.

Para amplitudes moderadas o índice de eficiência máximo atinge 20% para uma relação entre frequências de 1,01. Considerando amplitudes de solicitação dinâmica elevadas atinge-se um índice de eficiência em RMS_desl de 35%.

Globalmente observa-se um aumento da eficiência com a amplitude de excitação para ALS *deep*. Para amplitudes baixas, chega-se a alcançar índices de eficiência de cerca de 25% para valores RMS de deslocamentos. Com o aumento da amplitude da solicitação dinâmica imposta obtêm-se índices de eficácia variáveis entre 10% e 41%. No domínio das amplitudes de solicitação mais elevadas o comportamento dos ALS *deep* é sem dúvida bastante bom com índices de eficiência variáveis que chegam a atingir 50%.

O desempenho das partículas em suspensão seja esferovite ou LECA, qualquer que seja o tipo de ALS (*shallow* ou *deep*), apresenta-

-se como bastante variável e dependente de cada situação. Apesar de tudo, verifica-se que, em termos globais, as partículas de esferovite traduzem um efeito mais positivo que as correspondentes em LECA, conforme pode ser comprovado por consulta das representações gráficas apresentadas.



Figura 18 Índice de eficiência Ef_RMS_desl para ALS retangulares: a) *shallow* e b) *deep*

6 Conclusões

O extenso programa de ensaios experimentais desenvolvidos sobre uma estrutura de transmissão de frequência variável, sobre dispositivos ALS retangulares e, ainda, sobre estruturas de transmissão com os referidos dispositivos acoplados permitiu que se obtivessem diversas conclusões que se passam a enumerar:

- i. As frequências e amortecimentos experimentais foram aproximados com erros muito reduzidos pelas expressões teóricas, apenas para amplitudes de excitação baixas, e como tal quando estavam envolvidos somente fenómenos lineares (*sloshing* linear). A diferença observada para uma variação de amplitude baixa a elevada atinge quase 10%. A diferença observada corresponde ao aparecimento de fenómenos nãolineares (*breaking waves*), que com o aumento da amplitude de excitação começam a ser mais evidentes e frequentes;
- ii. Foi possível definir-se, para implementação, modelos teórico--experimentais e modelos teóricos para aproximação da frequência e amortecimento [7];

- iii. Para as relações entre massas das estruturas de transmissão e dispositivos amortecedores de líquido sintonizado ensaiadas foram determinadas as relações entre frequências ótimas. Os valores obtidos permitiram confirmar o proposto por trabalhos anteriores apresentados na literatura [9][10][12][13];
- iv. Os ALS são dispositivos passivos bastante eficientes para a mitigação de ações dinâmicas (sísmicas). Em certos casos de amplitude de excitação e ajuste de frequências, chega-se a observar, na frequência de ressonância da estrutura cuja ação se pretende mitigar, reduções em valores de pico das funções de resposta em frequência, que atingem 80%;
- v. Obtiveram-se reduções muito significativas dos valores RMS de deslocamentos das diferentes estruturas de transmissão ensaiadas e que, em alguns casos, chegaram a atingir 50%. Este valor comprova que, de facto, com recurso apenas a água, uma substância barata e facilmente obtida, nos dias de hoje, é possível reduzir-se, significativamente, o efeito das ações sísmicas em estruturas. Uma análise de desempenho e eficiência dos dispositivos baseada em valores de pico surge como mais conservativa quando comparada com uma análise baseada em valores RMS;
- vi. A introdução de partículas em suspensão de densidade variável (esferovite e LECA) constitui uma melhoria significativa no desempenho dos dispositivos ALS estudados. De facto, conforme identificado em secções anteriores, para amplitudes baixas a elevadas, a introdução de partículas em suspensão, quaisquer que elas sejam, constitui reduções em termos dos vários índices de eficiência referidos que chega a atingir 40%, relativamente a dispositivos ALS simples com as mesmas características.

Os resultados obtidos permitiram ainda desenvolver e propor uma metodologia simplificada para a implementação de ALS em estruturas novas ou existentes, baseada em taxas de eficiência obtidas experimentalmente ou através de simulações numéricas em ferramentas desenvolvidas para o efeito [14].

Agradecimentos

O trabalho apresentado foi desenvolvido no âmbito de uma tese de doutoramento financiada pela FCT (SFRH/BD/14340/2003).

A autora agradece ainda a contribuição dos Eng.ºs Paulo Morais e Fernando Oliveira do NSM/CIC/LNEC e do Técnico Superior Artur Santos e do Bolseiro de Experimentação Gonçalo Vítor do NESDE/DE/LNEC.

Referências

- M. J. Falcão Silva; A. Campos Costa; L. Guerreiro "Estado dos conhecimentos na área dos sistemas de protecção sísmica passiva. Amortecedores de líquido sintonizado (ALSs)", *Revista Portuguesa da Engenharia de Estruturas*, Série II, N.º 12, Edições LNEC, ISSN 0870-984X, dezembro 2012.
- [2] Warnitchai, P.; Pinkaew, T. (1998) "Modeling of Liquid Sloshing in rectangular tanks with flow dampening devices", *Engineering Structures* Volume 20, No.7.

- [3] Tait, M. J.; El Damatty, A. A.; Isyumov, N. (2004a) "The efficiency and robustness of a uni-directional tuned liquid damper and modelling with an equivalent TMD model", *Wind and Structures*, Volume 7, Janeiro.
- [4] Tait, M. J. El Damatty, A. A.; Isyumov, N. (2004b) "Testing of tuned liquid damper with screens and development of equivalent TMD model", *Wind and Structures*, Volume 7, Janeiro.
- [5] Oliveira, F. V.; Morais, P. G. (2006) "Oscilador com um grau de liberdade com características dinâmicas ajustáveis – Estudo e Projecto", Relatório 403/06 – CIC/NSM, LNEC, 26 pp.
- [6] Morais, P. G.; Oliveira, F. V.; Falcão Silva, M.J.; Campos Costa, A. (2010) – "Sistema mecânico para a simulação física do comportamento dinâmico de estruturas", 8.º Congresso Nacional de Mecânica Experimental, Guimarães, Portugal, Abril.
- [7] M. J. Falcão Silva Sistemas passivos para protecção sísmica de estruturas: Uma abordagem baseada no desempenho de amortecedores de líquido sintonizado, Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal
- [8] Mendes, L.; Campos Costa, A. (2007) "LNEC-SPA, Signal processing and analysis tools for civil engineers – Version 1.0 - Build 12". Relatório 29/2007– NESDE, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- [9] S. Gardarsson Shallow-water sloshing, PhD Thesis. Universidade de Washington, Washington, USA.
- [10] J. K. Yu *Non-linear characteristics of tuned liquid dampers*, PhD Thesis, Universidade de Washington, Washington, USA.
- [11] Lamb, H. (1932) *Hydrodynamics*, Cambridge University Press, 6th Edition, 619-621.
- [12] L. M. Sun Semi-analytical modeling of tuned liquid damper with emphasis on damping of liquid sloshing, PhD Thesis, Universidade de Tóquio, Tóquio, Japão.
- [13] S. K. Yalla Liquid dampers for mitigation of structural response: Theoretical development and experimental validation, PhD Thesis, Universidade de Notre Dame, Notre Dame, Indiana.
- [14] M. J. Falcão Silva; A. Campos Costa; L. Guerreiro "Simulações numéricas do comportamento de amortecedores de líquido sintonizado sujeitos a acções sísmicas", *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, Série II, N.º 13, Edições LNEC, ISSN 0870-984X, maio 2013.

а

Avaliação experimental e numérica de blocos de concreto armado sobre duas estacas

Experimental and numerical evaluation of two pile caps reinforced concrete

> Rodrigo Barros Rodrigo Gustavo Delalibera José Samuel Giongo

Resumo

Bloco sobre estacas ou bloco de fundação são elementos estruturais que encontram-se presentes corriqueiramente em obras civis. Visando melhorar o entendimento sobre seu comportamento estrutural, apresentam-se resultados de estudos experimentais de blocos sobre duas estacas. Visando complementar os resultados, apresentam-se dados obtidos via simulação numérica. Essas análises foram feitas utilizando modelos tridimensionais por meio do método dos elementos finitos, nas quais consideraram--se as não-linearidades físicas dos materiais concreto e aço. São apresentados resultados relativos à força última suportada pelos modelos durante os ensaios, abertura de fissuras, distribuição de tensões nas bielas de compressão e relações de força *versus* deslocamento. Verificou-se que a existência de armadura secundária aumenta a capacidade portante dos blocos e que, nas simulações numéricas, os modelos apresentaram maior rigidez quando comparados aos resultados experimentais.

Abstract

Pile caps are structural elements routinely present in civil constructions. In order to improve the understanding of their structural behavior, are presented experimental studies results of two pile caps reinforced concrete. To complement the results, a numerical simulation based on the finite element method considering nonlinear behavior of materials was developed. Results on the ultimate load supported by the specimens, crack, stress distribution on the compression strut, and relation force *versus* displacement are presented. It was found that the existence of secondary reinforcement increases the bearing capacity of pile caps, as well the numerical simulations show that the models have higher stiffness compared to experimental results.

Palavras-chave: Bloco sobre duas estacas / Análise experimental / Modelo de Keywords: Two pile caps / Experimental analysis / Strut and tie model bielas e tirantes

Rodrigo Barros

Professor Adjunto A ECT, Universidade Federal do Rio Grande do Norte Natal, Brasil rodrigobarros@ect.ufrn.br

Rodrigo Gustavo Delalibera

Professor Adjunto IV FECiv, Universidade Federal de Uberlândia Uberlândia, Brasil delalibera@pq.cnpq.br

José Samuel Giongo

Engenheiro Civil, Professor Doutor EESC, Universidade de São Paulo São Carlos, Brasil jsgiongo@sc.usp.br

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

Rodrigo Barros [et al.] – Avaliação experimental e numérica de blocos de concreto armado sobre duas estacas. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 43-54.

1 Introdução

Blocos sobre estacas são elementos estruturais de fundação cuja finalidade é transmitir às estacas as ações oriundas da superestrutura. Tais elementos são utilizados quando as camadas superiores do solo não apresentam resistência suficiente para suportar as ações oriundas da superestrutura, sendo, portanto, necessário recorrer a camadas profundas do terreno.

A norma brasileira ABNT NBR 6118:2007 [1] classifica os blocos sobre estacas como elementos de volume, isto é, elementos em que todas as dimensões apresentam a mesma ordem de grandeza. Esses elementos são tratados como estruturais especiais que não respeitam a hipótese de Bernoulli, por não serem suficientemente longos para que se dissipem as perturbações localizadas.

A referida norma classifica o comportamento estrutural de blocos em rígido e flexível. No caso de blocos rígidos o modelo estrutural adotado para cálculo e dimensionamento pode ser tridimensional, linear ou não, ou modelo de biela--tirante tridimensional, sendo este mais adequado por representar com melhor exatidão a distribuição dos fluxos das tensões principais de compressão e tração nesses elementos.

O código americano ACI-318:2008 [2] não classifica os blocos em rígidos ou flexíveis e recomenda para o seu dimensionamento o uso da teoria da flexão, bem como a verificação da altura mínima do bloco para resistir à força cortante. Apenas quando a relação da distância entre estacas e a altura do bloco for inferior a dois, pode-se utilizar modelos de bielas e tirantes, os quais devem obedecer a limites de tensões nas bielas e nas regiões nodais definidos no referido código, o que não ocorre na norma brasileira.

A instrução normativa espanhola EHE:2008 [3] fornece expressões que permitem determinar a área das barras da armadura para os casos mais freqüentes de blocos sobre estacas, conforme o modelo de treliça adotado. A partir da versão de 2008, essa norma passou a indicar valores limites para tensões na biela e nas regiões nodais, porém não faz referência à verificação das tensões nas bielas comprimidas.

O método indicado no boletim número 73 do CEB:1970 [4] apresenta verificações de segurança para tensões normais e tangenciais com esforços solicitantes determinados em seções transversais particulares.

A norma canadense CSA STANDARD A23.3.04 [5] sugere o modelo de bielas e tirantes para o dimensionamento de blocos sobre estacas. São verificados os valores limites de tensões nas regiões nodais e nas bielas, bem como é feita a consideração do efeito favorável do confinamento do concreto no interior do bloco.

Verifica-se uma tendência das normas internacionais em recomendar a utilização do modelo de bielas e tirantes no dimensionamento dos blocos de fundação. Constata-se também que a norma brasileira ABNT NBR 6118:2007 não faz referência a valores limites de tensão nas bielas e nas regiões nodais.

2 Estudo experimental

Delalibera [6] estudou experimentalmente blocos sobre duas estacas com o intuito de observar a geometria da biela de compressão, bem

como verificar a eficiência dos ganchos das barras da armadura longitudinal na ancoragem das mesmas. Este trabalho apresenta os resultados obtidos para quatro modelos submetidos à força vertical centrada com variação do ângulo teórico de inclinação da biela e do arranjo das armaduras secundárias.

O dimensionamento dos blocos seguiu as recomendações de Blévot & Frémy [7] bem como da ABNT NBR 6118:2007 no que diz respeito ao arranjo das barras das armaduras. Como o objetivo dos ensaios era estudar a ruína dos blocos por fendilhamento das bielas, as barras das armaduras principais do tirante foram dimensionadas para não escoarem.

O concreto dos modelos foi preparado no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Para os blocos foi dosado concreto da classe C25 enquanto que para os pilares e estacas foi utilizado concreto da classe C50. A utilização de concreto da classe C50 nos pilares e estacas teve o intuito de impedir a ruína prematura dos modelos nesses elementos, garantindo assim que a ruína ocorresse no bloco propriamente dito.

2.1 Propriedades geométricas

As propriedades geométricas dos modelos estudados encontram-se resumidas no Quadro 1. A nomenclatura dos modelos está associada à altura do bloco de fundação, bem como a existência ou não de armadura secundária na lateral do bloco. Todos os blocos tiveram como armadura principal 5 barras de 20 mm. Os modelos 2 e 4 não possuíam armadura secundária, enquanto que os modelos 1 e 3 apresentavam tal armadura, sendo constituída de 3 barras de 8 mm nas faces laterais e superior e barras de 5 mm espaçadas a cada 30 cm como estribos verticais. O Quadro 2 apresenta um resumo das armaduras utilizadas nas estacas e nos pilares. Os pilares dos blocos com altura de 45 cm possuíam 14 barras de 12,5 mm enquanto que os blocos com altura de 35 cm apresentavam 8 barras de 10 mm.

Na Figura 1 apresenta-se o detalhamento dos modelos 1 e 3 enquanto que na Figura 2 apresenta-se o detalhamento dos modelos 2 e 4.

Modelo	Nomen- clatura	Dimensão da estaca (cm)	Dimensão do pilar (cm)	<i>В_{Lx}</i> (ст)	<i>В_{цу}</i> (ст)	<i>h</i> (cm)	θ (graus)	A _{sw}
1	B35E0	25 × 25	25 × 25	117,5	25	35	45	≠0
2	B35ASW	25 × 25	25 × 25	117,5	25	35	54,5	= 0
3	B45E0	25 × 25	25 × 25	117,5	25	45	45	≠0
4	B45ASW	25 × 25	25 × 25	117,5	25	45	54,5	= 0

Notas: $B_{tx} \in B_{ty}$ são os comprimentos dos blocos nas direções x e y, respectivamente, e A_{sw} é a armadura secundária.

Quadro 2 Barras das armaduras dos pilares e estacas

Blocos	Armadura das estacas	Estribo das estacas	Armadura do pilar	Estribo do pilar
B35E0	4 Ø 10 mm	Ø 6,3 mm c/10	8 Ø 10 mm	Ø 6,3 mm c/2,5
B35ASW	4 Ø 10 mm	Ø 6,3 mm c/10	8 Ø 10 mm	Ø 6,3 mm c/2,5
B45E0	4 Ø 12,5 mm	Ø 6,3 mm c/10	14 Ø 12,5 mm	Ø 6,3 mm c/2,5
B45ASW	4 Ø 12,5 mm	Ø 6,3 mm c/10	14 Ø 12,5 mm	Ø 6,3 mm c/2,5



Figura 1 Detalhe esquemático das armaduras dos modelos 1 e 3 com armadura secundária



Figura 2 Detalhe esquemático das armaduras dos modelos 2 e 4 sem armadura secundária

2.2 Propriedades mecânicas dos materiais

Foi utilizado concreto da classe C25 para os blocos de fundação e concreto da classe C50 para os pilares e estacas. Após a concretagem dos modelos, procederam-se ensaios em laboratório para determinação das propriedades mecânicas dos materiais, nos quais obtiveram-se valores referentes ao módulo de elasticidade tangente inicial médio, $E_{cim,exp}$, resistência média à tração, $f_{tm,exp}$, e resistência média à compressão, f_{cm} . Os resultados obtidos encontram-se resumidos nos Quadros 3, 4 e 5 para blocos, pilares e estacas, respectivamente, e foram utilizados na simulação numérica.

Quadro 3 Propriedades mecânicas do concreto dos blocos

Blocos	E _{ci,m,exp} (MPa)	f _{tm,exp} (MPa)	f _{cm} (MPa)
B35E0	30203	3,2	40,6
B35ASW	37737	2,9	32,8
B45E0	27490	2,9	31
B45ASW	27500	2,3	32,4

Quadro 4 Propriedades mecânicas do concreto dos pilares

Blocos	E _{ci,m,exp} (MPa)	f _{tm,exp} (MPa)	f _{cm} (MPa)
B35E0	50970	3,8	72,3
B35ASW	38250	3,9	51,8
B45E0	36397	3	55,2
B45ASW	31003	3,3	51,2

Quadro 5 Propriedades mecânicas do concreto das estacas

Blocos	E _{ci,m,exp} (MPa)	f _{tm,exp} (MPa)	f _{cm} (MPa)
B35E0	41060	4,6	73,3
B35ASW	42223	5,2	71,6
B45E0	38250	3,9	51,8
B45ASW	34937	2,9	55

As barras de aço das armaduras também foram analisadas por meio de ensaios em laboratório, e foram medidos os valores de resistência ao escoamento, bem como o módulo de elasticidade longitudinal de cada barra. Todas as barras apresentaram resistências ao escoamento superiores a 500 MPa, e o módulo de elasticidade longitudinal ficou próximo aos 200 GPa. Os valores de resistência ao escoamento médio, $f_{y,m}$ para as diversas barras estão apresentados no Quadro 6.

Quadro 6 Resistência ao escoamento das barras de aço

Barra de aço	<i>f_{у,т}</i> (МРа)
Ø 5,0 mm	681
Ø 6,3 mm	597
Ø 8,0 mm	581
Ø 10,0 mm	549
Ø 12,5 mm	578
Ø 20,0 mm	550

2.3 Equipamentos utilizados

Os blocos foram ensaiados no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Uma das faces dos blocos foi instrumentada com pastilhas de aço que serviram de pontos de medida para as deformações do concreto. As medidas dos deslocamentos relativos entre as pastilhas de aço foram obtidas por meio de extensômetro mecânico removível, modelo *Tensotast*, fabricado pela *Huggenberger*. Trata-se de um instrumento constituído por um relógio e dois cutelos, um fixo e outro articulado, o qual funciona como comparador, possuindo sensibilidade de 0,001 mm. Utilizou-se para os ensaios base de medida igual a 50 mm, podendo-se obter valores de deformações de até 0,02‰.

As intensidades das forças aplicadas foram medidas por meio de células de carga. Foram utilizadas três células de carga, uma com capacidade igual a 5000 kN e duas com capacidades iguais a 2000 kN. A célula com maior capacidade foi instalada sobre os pilares e as demais, sob as estacas; desta maneira foi possível obter o valor da força aplicada no pilar e as reações nas estacas para cada modelo analisado experimentalmente.



Figura 3 Modelo B35E0 após concretagem

A Figura 3 apresenta o modelo B35E0 após a concretagem, enquanto que a Figura 4 apresenta o mesmo modelo após a desmoldagem já com as pastilhas de aço coladas na lateral. Observa-se por meio dessas figuras que não existem abas de concreto além das estacas na direção *y*, ou seja, a largura do bloco coincide com a igual à largura do pilar e da estaca, uma vez que pretendeu-se analisar as deformações das bielas de compressão, e a existência de tais abas poderia prejudicar as leituras dessas deformações.





Figura 4 Modelo B35E0 após desforma

Como estrutura de reação, utilizou-se um pórtico metálico com capacidade de 5000 kN e a laje de reação existente no Laboratório de Estruturas. O sistema de aquisição de dados de força, deformações

(b)

e deslocamentos, que foram fornecidos, respectivamente, pelo pistão hidráulico, transdutores de deslocamento e extensômetros, foi o System 5100, da Measurements Group, e o programa computacional utilizado foi o *StrainMart* do mesmo fabricante. As medidas dos deslocamentos foram obtidas por meio de transdutores de deslocamentos com curso máximo de 50 mm. Também foram utilizados suportes magnéticos com hastes articuladas, pois os relógios comparadores necessitavam de dispositivo de fixação para o sistema de referência das medições. O pórtico metálico e o sistema de aquisição de dados encontram-se nas Figuras 5-a e 5-b, respectivamente.





Figura 5 a) Pórtico metálico; b) sistema de aquisição de dados

3 Simulação numérica

As simulações numéricas foram feitas utilizando o programa Diana®, versão 9.2 registrada para o Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Essas simulações consideraram o efeito da não-linearidade física dos materiais.

Em estruturas de concreto armado, após atingida certa intensidade de solicitação, ocorre uma redução da capacidade resistente com acréscimo significativo de deformação. Esse fenômeno é conhecido como *strain softening*, ou amolecimento do material, e ocorre tanto na tração como na compressão.

No programa Diana[®], um modo de simular esses efeitos é fazer uso dos critérios da Mecânica da Fratura e da Mecânica do Dano. Na análise em questão, foi utilizado o modelo de fissuração distribuída (*smeared crack model*) com uso do *fixed crack model*, que considera o material danificado pela abertura de fissuras como um meio contínuo, mantendo, portanto, a discretização original da malha de elementos finitos. Para simulação do comportamento do concreto à tração utilizou-se o modelo constitutivo exponencial disponível no programa, assim como para o comportamento à compressão utilizou-se o modelo parabólico, conforme Figura 6.



Figura 6 Modelos constitutivos à tração e à compressão para o concreto

Desse modo, os parâmetros da mecânica da fratura necessários para representação desses modelos são a energia de fraturamento na tração e na compressão ($G_f \in G_c$), as resistências à tração e à compressão do material, o coeficiente de retenção ao cisalhamento β e o comprimento de banda de fissuras. As energias de fraturamento foram obtidas de acordo com a formulação existente em Diana [8].

Os elementos finitos utilizados na simulação numérica estão disponíveis na biblioteca de elementos do Diana[®]. Para a simulação do concreto das estacas, do pilar e do bloco foi utilizado o elemento CHX60, que é um elemento isoparamétrico com 20 nós, e função aproximadora quadrática em deslocamentos. Cada nó apresenta três graus de liberdade, que são os deslocamentos nas direções *x*, *y* e *z*. A utilização de um elemento finito com aproximação quadrática em deslocamentos da consideração dos efeitos de não linearidades. A Figura 7 apresenta o elemento CHX60 e a função aproximadora para os deslocamentos.

Para simulação das barras de aço das armaduras foram utilizados elementos chamados de *reinforcements*. Esses elementos não possuem nós, e funcionam como enrijecedores dos elementos finitos aos quais estão conectados, também conhecidos como *mother elements*. Os *reinforcements* não possuem graus de liberdade, porém têm seu comportamento habilitado na direção axial da barra. Utilizou-se o modelo constitutivo elasto-plástico perfeito com critério de ruptura de Von Mises, sendo que a aderência entre o aço e o concreto foi considerada perfeita.

Para resolução do sistema de equações não-lineares foi utilizado o método de Newton-Raphson regular, uma vez que nos diversos

testes realizados, esse método apresentou melhores resultados de convergência quando comparado a outros métodos, inclusive comparado com o método de Newton-Raphson modificado.



Figura 7 Elemento CHX60 com função aproximadora em deslocamentos

Para aplicação da ação foi utilizado carregamento em forma de pressão no topo do pilar. Como critério de convergência, foi utilizado o critério em forma de energia com tolerância igual a 1%. Em relação ao coeficiente de retenção ao cisalhamento β , foi utilizado critério de retenção constante com valor igual a 0,99, tendo em vista que nos blocos de fundação em análise o efeito do cisalhamento não foi importante no modo de ruína dos modelos. Nessa situação, deve-se tomar valores de β próximos à unidade, penalizando assim o módulo de elasticidade transversal do material, conforme equação 1.

$$D_{secante}^{''} = \frac{\beta}{1-\beta} \cdot G \tag{1}$$

sendo que:

- $\beta \,$ representa o coeficiente de retenção ao cisalhamento, variando entre 0 e 1;
- G representa o módulo de elasticidade transversal do material.

Para a preparação dos modelos numéricos utilizou-se um arquivo auxiliar desenvolvido por meio de uma planilha eletrônica, que tinha como dados de entrada as propriedades geométricas e mecânicas dos blocos, pilares e estacas. Em seguida, os arquivos eram exportados para o programa Diana[®] por meio da extensão FGC.

Para as condições de contorno, foi considerado o impedimento a translação na direção vertical, na base da estaca. A Figura 8-a presenta a malha de elementos finitos, enquanto que a Figura 8-b apresenta as barras das armaduras discretizadas para o modelo B35E0.

Avaliação experimental e numérica de blocos de concreto armado sobre duas estacas Rodrigo Barros, Rodrigo Gustavo Delalibera, José Samuel Giongo



Figura 8 Discretização do modelo B35E0 utilizando o programa Diana®

4 Resultados

4.1 Resultados experimentais

Os quatro modelos ensaiados em laboratório apresentaram comportamento semelhante. A primeira fissura surgiu na face inferior do bloco junto à estaca e propagou-se até a face superior do bloco junto ao pilar. Demais fissuras surgiram ao longo do carregamento

com inclinação similar à primeira fissura como pode ser observado nas Figuras 9-a e 9-b. Verificou-se que as fissuras surgiram a partir de uma força em torno de 20% da força última suportada pelos modelos. Apesar de as fissuras apresentarem grandes aberturas, o bloco só deixou de resistir à força aplicada no instante em que se iniciou processo de esmagamento do concreto do bloco junto ao pilar.

Verificou-se que, em função das tensões de tração existentes na direção perpendicular as bielas de compressão (fendilhamento), ocorreu diminuição no valor da força última nos modelos onde não existiam armaduras secundárias (modelos 2 e 4). Nesses mesmos modelos observou-se também que as primeiras fissuras surgiram para valores de força inferiores à dos modelos com armadura secundária.

Em todos os modelos pode-se observar nitidamente a formação de um arco de compressão após a ruína do modelo, indicando assim a trajetória do fluxo de tensões semelhante ao encontrado na simulação numérica. O Quadro 7 apresenta os valores de força última e teórica para os modelos ensaiados.





Figura 9 Fissuras na região de encontro do bloco com o pilar e ao longo da face lateral

Quadro 7 Valores de forças obtidos nos ensaios

Modelos	F _u (Kn)	F _r (kN)	F _{teo} (kN)	F_r/F_u	F_{teo}/F_u
1	1821	465	1776	0,26	0,98
2	1406	266	1435	0,19	1,02
3	2276	465	1796	0,20	0,79
4	2090	305	1877	0,15	0,90

Por meio de leituras dos deslocamentos das pastilhas de aço fixadas nas laterais dos blocos, foi possível medir as deformações no concreto dos blocos. As leituras foram feitas apenas em uma lateral dos blocos, e foram iniciadas a partir de uma força de 10% da força teórica. Por questões de segurança, as leituras cessaram a partir do valor de 70% da força teórica. Foi possível observar que as seções de encontro das estacas com os blocos não apresentam deformações uniformes, sendo que as regiões internas das estacas em direção ao centro do bloco apresentam maiores deformações do que as regiões externas. Este resultado foi constatado para os quatro modelos, indicando que considerar a seção da estaca submetida às mesmas intensidades de tensões é uma aproximação que deve ser feita com cautela.

Em relação à abertura de fissuras, a sua determinação foi feita em função das diferenças de leitura obtidas utilizando extensômetro mecânico removível nos diversos incrementos de força aplicados. Os valores máximos de abertura das fissuras ficaram situados entre 0,29 mm e 0,50 mm sendo que os maiores valores ocorreram nos modelos com armadura secundária (modelos 1 e 3). A princípio esse resultado pode causar surpresa, porém, verifica-se que a maior abertura de fissura ocorre devido a maiores valores de força última obtidos por estes modelos.

A medida do deslocamento dos modelos foi obtida por meio de transdutores de deslocamentos. Para cada modelo foram utilizados 5 transdutores, sendo 3 posicionados na vertical e dois na direção horizontal do bloco. O transdutor T1 apresenta os valores de deslocamento na região central do bloco. Os transdutores T2 e T3 referem-se às extremidades do bloco, enquanto T4 e T5 referem-se aos deslocamentos horizontais do mesmo. As Figuras 10-a, 10-b, 10-c e 10-d apresentam o diagrama de força *versus* deslocamento para os modelos 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

Durante os ensaios, foram constatados problemas em alguns extensômetros, provavelmente por deficiência dos isolamentos ou interferência de equipamentos elétricos utilizados no laboratório durante os ensaios, como por exemplo, ponte rolante. Constatou--se que nenhuma das barras da armadura principal apresentou escoamento, conforme era esperado. Verificou-se redução das deformações nas barras que atravessam as seções localizadas na região das estacas, confirmando o efeito benéfico da biela de compressão nessa região. Verifica-se também que as deformações nas pontas das barras da armadura principal de tração são praticamente iguais a zero, assim como nos ganchos dessas armaduras, indicando que a eficiência do gancho nos modelos ensaiados foi desprezível. As Figuras 11-a, 11-b, 11-c e 11-d apresentam a evolução dessas deformações obtidas para a força em que surgiu a primeira fissura e para a força última de cada modelo.



Figura 10 Curva força *versus* deslocamento para os modelos 1, 2, 3 e 4, respectivamente

(d)

.2

-1 Des



Figura 11 Evolução das deformações da armadura principal nos modelos ensaiados

4.2 Resultados das simulações numéricas

Os dados obtidos durante a simulação numérica complementaram os resultados do programa experimental. São apresentados resultados referentes ao panorama de fissuração, fluxo de tensões principais no interior do bloco e curva força *versus* deslocamento.

No ensaio experimental, o modelo 1 apresentou força última igual a 1821 kN enquanto que na simulação numérica a força última obtida foi de 2009 kN. O modelo 2, por sua vez, apresentou força última de 1406 kN no ensaio experimental e de 1684 kN na simulação numérica.

No ensaio experimental o modelo 3 apresentou força última de 2276 kN enquanto que na simulação numérica a força última obtida foi de 2120 kN. Por fim, o modelo 4 apresentou força última de 2090 kN no ensaio experimental e força última de 2146 kN na simulação numérica.

De um modo geral, observa-se que o processo de fissuração do concreto teve início na região inferior do bloco, e que as tensões máximas de tração estavam limitadas aos valores de f_{tm} apresentados no Quadro 3. Na Figura 12 apresentada a seguir pode-se acompanhar a evolução do panorama de fissuração para intensidades de 25%, 50%, 75% e 100% da força última referente ao modelo 1.



Figura 12 Evolução das aberturas de fissuras do modelo 1

Os resultados de panorama de fissuração dos demais modelos apresentam comportamento semelhante. Nessa figura, observa--se que com 75% da carga última, a estaca encontra-se fissurada na região interna dos apoios assim como no ensaio experimental, indicando mais uma vez que a distribuição de tensões não é constante na seção das estacas.

Em relação ao fluxo de tensões principais, é possível constatar a formação da biela de compressão a partir do contato entre o pilar e o bloco em direção as estacas. Verifica-se uma concentração de tensões na face interna da estaca. As Figuras 13 a 16 apresentam uma comparação do fluxo de tensões obtido no programa Diana com o obtido nos ensaios experimentais.

Avaliação experimental e numérica de blocos de concreto armado sobre duas estacas Rodrigo Barros, Rodrigo Gustavo Delalibera, José Samuel Giongo



Figura 13 Evolução das aberturas de fissuras do modelo 1



Figura 14 Evolução das aberturas de fissuras do modelo 2





Figura 15 Evolução das aberturas de fissuras do modelo 3



Figura 16 Evolução das aberturas de fissuras do modelo 4



Figura 17 Resultado experimental e numérico da curva força *versus* deslocamento

A relação força versus deslocamentos também foi analisada para os quatro modelos em questão. O deslocamento analisado foi medido na parte inferior do bloco e comparado com o transdutor de deslocamento T1. Os resultados encontram-se nos gráficos da Figura 17. De um modo geral, os modelos numéricos apresentam--se mais rígidos do que os modelos experimentais. Em parte, essa diferença se justifica pela dificuldade de simular numericamente o comportamento real do concreto, mesmo com os diversos modelos constitutivos existentes nos programas computacionais. O concreto armado é um material quase-frágil e tem diferentes comportamentos na compressão e na tração. Outra dificuldade é captar diversos fatores que ocorrem durante os ensaios em laboratório, como por exemplo a presença de pequena excentricidade na aplicação do carregamento, variações na temperatura e umidade ambiente, bem como acomodações durante o ensaio. Outro fato é que, durante os ensaios, a ligação estaca bloco não apresentou comportamento monolítico, uma vez que a estaca foi moldada separada do bloco de fundação.

Apesar da diferença entre os modelos experimentais e numéricos, pode-se afirmar que os resultados são proveitosos, uma vez fundamentado na teoria da análise limite inferior, que diz que "para fins de determinação da capacidade limite de carga de uma estrutura, é possível dispensar uma análise evolutiva das tensões e das deformações, admitindo-se, simplificadamente, que o material tenha comportamento elasto-plástico perfeito". Como o modelo de bielas e tirantes é garantido pelo Teorema do Limite Inferior considera-se que, para obtenção da distribuição do fluxo de tensões na iminência da ruína, os resultados são válidos.

5 Conclusão

O programa experimental forneceu resultados que auxiliam a melhor compreensão do comportamento do elemento estrutural bloco sobre estaca. Resultados indicaram que o modo de ruína dos modelos ensaiados foi semelhante, apresentando esmagamento da biela comprimida na região de encontro do bloco com o pilar.

Foi possível verificar que a distribuição de tensões na seção de encontro das estacas com o bloco não é uniforme, e que a região interna da estaca é mais solicitada. Por meio das medidas de deformação das barras da armadura principal do tirante, verificaram-se pequenos valores de deformação, indicando que nos modelos estudados a utilização do gancho poderia ter sido suprimida.

Nas simulações numéricas dos modelos de blocos sobre duas estacas verificou-se que os fluxos de tensões principais e o panorama de fissuração apresentam-se coerentes com os resultados obtidos experimentalmente. Entretanto, resultados em termos de deslocamento apresentam-se conservadores quando comparados aos resultados experimentais. A ferramenta numérica auxilia a análise dos problemas de engenharia e facilita simulações que, quando feitas em laboratório, demandariam tempo e custo elevado. Entretanto, sua utilização deve ser criteriosa e auxiliada por profissional que apresente experiência na área.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e a FAPESP (Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo) pelos auxílios financeiros a pesquisa. Agradecem ainda ao Laboratório de Estruturas da EESC-USP e a Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas pela oportunidade de divulgação do trabalho.

Referências

- Associação Brasileira de Normas Técnicas: ABNT NBR 6118:2007 Projeto de estruturas de concreto-Procedimento. Rio de Janeiro. 2007, 221 p.
- [2] American Concrete Institute: ACI 318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, Farmington Hills, USA. 2008, 467 p.
- [3] Comisión Permanente del Hormigón Instrucción española de hormigón armado (EHE), Ministerio de Fomento. Centro de Publicaciones. Madrid. 2008, 304 p.
- [4] Comité Euro-International du Béton CEB-FIP *Recommandations* particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fundations. Bulletin d'Information, Paris, n. 73. 1970.
- [5] CSA Standard A23.3-04. Design of Concrete Structures with Explanatory Notes. Canadian Portland Cement Association, Ontario, Canadá. 2004, 214 p.
- [6] Delalibera, R. G. Análise teórica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos a ação de força centrada e excêntrica. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos; 2006, 308 p.
- [7] Blévot, J.; Frémy, R. "Semelles sur piex". Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, 1967 v. 20, n. 230, p. 223-295.
- [8] TNO DIANA "DIANA Finite Element Analysis". User's manual release 9, Netherlands, 2005, 610 p.

Análise de paredes de tabique: estudo numérico

Analysis of "tabique" walls: numerical study

André Pires João Miranda Guedes Tiago Ilharco

Resumo

O edificado antigo em Portugal, anterior à utilização maciça do betão armado, é maioritariamente constituído por paredes portantes em alvenaria e pisos, coberturas e paredes interiores (e algumas exteriores) em madeira. Apesar de a madeira ser um material com forte presença nestas construções, existe em Portugal um grande desinteresse em relação ao seu estudo como material estrutural. Este trabalho pretende estudar paredes de tabique de modo a promover a sua reabilitação e a evitar ações de intervenção que consideram a sua substituição arbitrária por novos elementos. Neste âmbito é feita uma descrição da técnica construtiva e efetuada a análise do comportamento estrutural de um conjunto de paredes, estimando-se, de forma numérica, cargas críticas e modos de encurvadura para cargas verticais, assim como valores da rigidez horizontal das paredes de tabique no seu plano, avaliando a capacidade para funcionarem como elementos portantes e de contraventamento das construções.

Abstract

The stock of old buildings in Portugal, built before the extensive use of reinforced concrete, is mainly made of masonry bearing walls and timber floors, roofs and partition walls. In spite of the strong presence of timber in these constructions, in Portugal there is a great lack of interest about on the part of structural engineering. This work aims studying "tabique" walls to promote its rehabilitation, avoiding interventions that consider its full and arbitrary substitution by new elements. It presents a brief description of the constructive technique and analyses the structural behaviour of a set of walls, estimating, numerically, critical loads and buckling modes, as well as its horizontal in-plane stiffness of "tabique" walls, evaluating their capacity to act as bearing and bracing elements.

Palavras-chave: Reabilitação / Construção de tabique / Encurvadura / Simulação numérica

Keywords: Rehabilitation / "Tabique" technique / Buckling / Numerical simulation

André Pires

Engenheiro Civil Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Porto, Portugal andre.manuel.cheu.pires@gmail.com

João Miranda Guedes

Professor Auxiliar Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Porto, Portugal iguedes@fe.up.pt

Tiago Ilharco

Engenheiro Civil NCREP, Consultoria em Reabilitação do Edificado e Património, Lda. Porto, Portugal tiago.ilharco@ncrep.pt

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

PIRES, A. [et al.] – Análise de paredes de tabique: estudo numérico. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 55-66.

1 Introdução

Grande parte das construções antigas em Portugal, anteriores à utilização maciça do betão armado, apresenta uma forte degradação, resultado, em larga medida, da não existência de processos de manutenção sistemáticos que promovam a preservação e adaptação progressiva dessas construções às exigências, ponderadas, da sociedade atual. A conservação e reabilitação deste edificado são tarefas essenciais promotoras, através de medidas apropriadas, da preservação de um património de valor histórico, material e cultural inegável.

Este edificado é maioritariamente construído por paredes portantes em alvenaria dispostas no contorno dos edifícios, e pisos, coberturas e paredes interiores em madeira. No caso de construções de maior dimensão que exigiam elementos portantes verticais intermédios, ou que apresentavam paredes divisórias em pisos térreos em contacto direto, ou próximo com o terreno, aparecem também paredes interiores em alvenaria. Noutros casos, aparecem por vezes paredes de madeira exteriores e (ou) com funções portantes. Os pavimentos são construídos por um vigamento principal ao qual por vezes se sobrepõe, ou justapõe um vigamento secundário que serve de apoio ao soalho. As coberturas são compostas por sistemas mais ou menos complexos de barras, constituindo vulgarmente asnas onde, para além dos elementos principais, pernas e linhas, podem existir elementos intermédios: escoras, diagonais e tirantes. Embora este seja um dos sistemas construtivos antigos mais comuns no país, existem diversas variantes, em particular no tipo de paredes, quer portantes quer divisórias, que integram estas construções.

Em Portugal as paredes portantes destas construções antigas são normalmente em alvenaria, embora também possam ser de madeira. Neste último caso, eram geralmente construídas em frontal, definindo células que eram preenchidas com terra, tijolos, ou outros materiais menos nobres envolvidos, ou não, em argamassa de saibro com, ou sem, cal. Dada a sua constituição, estas paredes eram colocadas (com exceções) acima da cota do terreno, apoiadas em fundações de alvenaria, ou poisadas sobre paredes de alvenaria. Em Portugal, as alvenarias são normalmente de pedra ou terra, existindo poucas construções com paredes portantes em alvenaria de tijolo maciço; este material aparece mais vulgarmente em abóbadas e abobadilhas de teto e (ou) piso. Tradicionalmente, na construção das alvenarias são utilizadas pedras de granito e xisto no Norte, de calcário no Centro e Sul, e terra, sob a forma de adobe ou taipa, no Centro e Sul do País.

Para além das paredes referidas, existem ainda as paredes divisórias em tabique. Trata-se de paredes constituídas por elementos de madeira e que, tradicionalmente, são consideradas não portantes, ou seja, sem funções estruturais claras. No entanto, em muitos casos desempenham um papel estrutural, podendo essa situação resultar de um ato planeado, ou da ocorrência de deformações da estrutura dos pisos superiores (por fluência dos materiais, por exemplo) que por esse motivo passam a usar a parede de tabique como estrutura secundária de apoio.

A existência de poucos estudos relativamente ao comportamento das paredes de tabique justifica, em parte, a pouca atenção e importância que em geral é dada a estes elementos. Sendo normalmente utilizados como paredes divisórias, são considerados como não estruturais, pouco resistentes, ou sem capacidade para contribuírem para a melhoria do comportamento global das construções. Este facto tem implicado que em obras de reabilitação seja frequentemente preconizada a sua substituição, frequentemente arbitrária, por novos elementos, ignorando-se o seu potencial como elemento de suporte e (ou) contraventamento dos edifícios, assim como o seu valor intrínseco como técnica construtiva. Neste trabalho, de carácter numérico, pretende-se colmatar esta lacuna, procurando-se contribuir para uma maior valorização e preservação destas estruturas.

Neste âmbito, será analisado um conjunto de paredes de tabique representativas de tipologias construtivas encontradas em construções antigas na região da cidade do Porto, mas que podem ser encontradas em construções antigas presentes noutras regiões do país. Neste contexto, o trabalho de investigação responde aos seguintes objetivos:

- Descrever a parede de tabique e o tipo de edifício que lhe está associado, realçando, em particular, as duas tipologias mais comuns destas paredes em construções antigas da cidade do Porto: tabique simples e tabique duplo;
- Apresentar as principais características geométricas e materiais das tipologias referidas no ponto anterior;
- Estimar para um conjunto de paredes de tabique tipificadas e selecionadas no âmbito deste trabalho, a capacidade resistente a ações verticais e a rigidez horizontal no plano através de modelação numérica;
- Promover a preservação da construção de tabique através das conclusões deste trabalho.

2 Caracterização histórica, material e construtiva do tabique

2.1 Introdução

A técnica do tabique é utilizada principalmente na construção de paredes. A aplicação desta técnica consiste, fundamentalmente, na justaposição de tábuas ao alto com folgas variáveis preenchidas por um material que pode ser terra (saibro, por vezes misturado com fibras naturais, nomeadamente palha) ou por argamassa. Embora resultem de processos construtivos idênticos, a diferença no material de preenchimento estabelece uma distinção entre os dois tipos de tabique. Em particular, o tabique de terra que se tem encontrado é constituído por tábuas verticais dispostas com maiores folgas e ligadas por um vigamento horizontal mais robusto. Ao contrário, o tabique de argamassa apresenta menores vazios entre tábuas e um ripado de menor secção, por vezes menos espaçado, reduzindo a quantidade de argamassa utilizada. Na maioria das situações encontradas o tabique é construído sob o soalho, encostando inferiormente no piso e superiormente no vigamento do teto com ligações (pregagens) mais ou menos eficazes. Na faixa inferior, as peças de madeira dos rodapés funcionam muitas vezes como frechal e (ou) elemento de ligação do tabique ao soalho. Existem situações em que o tabique não poisa diretamente no soalho, mas num frechal que apoia sobre o soalho em tocos de madeira.

Complementarmente, podem existir tábuas ou prumos, verticais e (ou) inclinados, sobrepostos, ou justapostos com as tábuas ao alto, como se ilustra na Figura 1; em particular, frequentemente existem prumos verticais que delimitam painéis de menores dimensões, podendo existir prumos diagonais que cortam as tábuas verticais que por isso encostam aos prumos. O material de preenchimento das folgas entre as tábuas e (ou) prumos pode funcionar como material de acabamento final, ou existir sobre as tábuas um fasquio horizontal, usualmente de secção transversal trapezoidal, com a função principal de melhorar a aderência do material de enchimento e do material de acabamento da superfície da parede, este último normalmente uma argamassa/reboco à base de cal. Excecionalmente, em zonas com grandes aberturas longitudinais existem tabiques com tábuas dispostas na horizontal, neste caso encostadas sem folgas, sobre as quais pode ser aplicado um ripado para assentamento do reboco.





Figura 1 Paredes de tabique: exterior (Penajoia, Lamego [1]) e interior (Porto)

A caracterização apresentada neste trabalho é geral. A sua adaptação às diferentes regiões onde é utilizada, condicionada em larga medida pelos materiais e condições atmosféricas existentes, assim como pela competência e experiência dos técnicos que a executavam, tornam-na uma técnica versátil e dinâmica, apresentando variantes construtivas em diferentes zonas do país que a valorizam como técnica construtiva. Assim, as descrições efetuadas nas secções seguintes apresentam algumas das características do tabique, alertando-se para que não são únicas. Em particular, o estudo apresentado dirige-se ao sistema construtivo do tabique mais comum aplicado em paredes de construções correntes antigas da região da cidade do Porto. Os dados que estão na base da informação aqui reunida provêm de fontes bibliográficas específicas da construção tradicional, em particular de [1].

2.2 Enquadramento

Ao nível de todo o território português observam-se muitos exemplos de construções que incluem elementos de tabique [1], quer utilizando terra quer argamassa de cal como material de enchimento. No Norte, em especial na região Nordeste de Trás-os--Montes e Alto Douro, existe uma herança particularmente preciosa de construções de tabique de terra, como mostram os trabalhos de [2], [3] e [4]. Estes trabalhos referem que este tipo de tabique surge de forma mais marcada nas regiões interiores por apresentarem menor humidade relativa e precipitação, condições consideradas favoráveis à preservação destes elementos construtivos. Para além disso, o uso deste elemento construtivo está também relacionado com questões económicas e que resultam, em particular, da fácil acessibilidade e baixo custo dos materiais que o constituem e que existem na região [5].

A forma de construir revela um aperfeiçoamento de técnicas que subsistiram durante vários séculos, utilizando um leque variado de materiais, de entre os quais se destaca a madeira que perdurou na construção da estrutura de pavimentos e coberturas, mas também de paredes, nomeadamente de frontal e tabique, esta última utilizada também como técnica na construção de tetos. A partir da primeira metade do século XX, período do início da generalização do uso do betão armado, estas técnicas construtivas foram progressivamente abandonadas e, nalguns casos, esquecidas.

2.3 Paredes de tabique da casa antiga do Porto

2.3.1 A casa antiga do Porto [6]

Ao contrário do que aconteceu na cidade de Lisboa, onde a ocorrência do terramoto de 1755 deu origem a um novo sistema construtivo que foi largamente aplicado na reconstrução da hoje designada por baixa Pombalina, a cidade do Porto não sofreu nenhum acontecimento que resultasse numa rotura que pusesse fim à tradição construtiva nesta cidade. Ao manter um esquema tradicional de construção, com evoluções, mas progressivas no tempo, a casa antiga do Porto, em particular a casa burguesa, transporta um espírito de intemporalidade, permanência e uma universalidade dos materiais e das técnicas de construção do passado; a tipologia construtiva desta habitação é detentora de grande regularidade, existindo uma grande sistematização e estandardização dos elementos construtivos, e o seu estilo faz com que seja uma marca da cidade. Caracteriza-se por uma volumetria estreita e alta com um número variável de pisos, vulgarmente 2 ou 3, embora possam apresentar 5 e 6 pisos. Personifica a casa popular e burguesa e é pensada de modo a ser funcional, sendo utilizada como residência urbana e estabelecimento comercial. É usualmente constituída por um piso de rés do chão amplo que era utilizado como local de trabalho, sendo os restantes pisos utilizados como habitação. Com exceção das paredes do contorno da habitação e, eventualmente, de alguma parede interior transversal ao nível do rés do chão que são em alvenaria de pedra, as restantes paredes são normalmente de tabique. Também são normalmente de tabique as paredes exteriores do último piso, em particular guando se posiciona de forma recuada em relação ao alinhamento das fachadas dos pisos inferiores.

2.3.2 Características principais das paredes de tabique

Embora o pinho nacional (Pinus pinaster Ait.) seja a espécie de madeira tipicamente utilizada nas paredes de tabique da casa antiga do Porto, por vezes também se encontra o castanho (Castanea sativa Mill.) e o carvalho (Quercus faginea Lam.), em particular em casas com características mais nobres; sendo um material que abundava em todo o país, a utilização da madeira como material construtivo era, por isso, evidente. Para além disso, a madeira apresenta uma série de características que a tornavam, e ainda tornam, um material bastante apelativo para a construção, destacando-se, entre elas, a boa relação entre capacidade mecânica e massa volúmica, tornando-o, relativamente a outros materiais estruturais, um material mais leve, fácil de transportar e de trabalhar. Por outro lado, o facto de utilizar materiais naturais e não exigir mão de obra particularmente especializada, torna o tabique uma técnica construtiva versátil, sendo utilizado em diferentes tipologias, desde as mais correntes, até às mais nobres, aparecendo na construção de tetos e claraboias (aplicação de fasquio sobre ripado criando superfícies planas e curvas: troncocónicas, abobadadas...) e de paredes exteriores, interiores e de caixa de escadas. Na casa antiga do Porto, o tabique está presente nos diferentes elementos construtivos referidos, embora predomine nas paredes interiores e de caixa de escadas. As paredes interiores de tabique são normalmente consideradas não estruturais, sendo utilizadas apenas como elementos de compartimentação. Só em casos pontuais assumem um papel claramente estrutural. Nesse caso, normalmente integram prumos que as dotam de um melhor desempenho e uma maior capacidade portante, encaixando-as no grupo dos elementos ditos estruturais, sendo exemplo disso as paredes das caixas de escadas.

2.3.3 Tipologias construtivas das paredes de tabique

Os tabiques que se encontram nas paredes das construções antigas da cidade do Porto apresentam, em geral, duas tipologias reconhecidas: tabique simples e tabique duplo (Figura 2). Estes dois tipos de paredes, que serão analisados neste trabalho em detalhe, são construtivamente análogos, variando na forma como



Figura 2 Parede de tabique simples e tabique duplo (sem o fasquio e pormenor de uma zona em rotura onde se percebe a existência do duplo tabuado)

são posicionadas e distribuídas as tábuas principais, designadas habitualmente por costaneiras: o tabique simples apresenta apenas tábuas costaneiras verticais e o tabique duplo apresenta, sobrepostas às anteriores, um conjunto de tábuas diagonais que podem apresentar diferentes disposições, ou formar diferentes padrões geométricos. Em qualquer um dos casos, as tábuas são posicionadas lado a lado criando intervalos que são preenchidos por argamassa de cal. Este sistema de tábuas é enquadrado por prumos verticais localizados nas zonas das aberturas (portas e janelas), ou em zonas centrais das paredes, delimitando painéis de menores dimensões.

Estas paredes são normalmente executadas numa fase em que a habitação já está assoalhada, ou seja, na fase de acabamentos [7], apoiando-se sobre o soalho, com, ou sem, a interposição de um frechal que, caso exista, melhora o desempenho da parede; neste caso as tábuas são pregadas ao frechal que por sua vez é pregado ao soalho. No entanto, existem situações em que as tábuas do tabique e (ou) os frechais tocam ou ligam às vigas do pavimento. Em qualquer um dos casos, a base das paredes é vulgarmente rematada por um rodapé duplo (um em cada face da parede), por vezes bastante alto, que acaba por assumir as funções de um frechal. Na faixa superior das paredes, os topos das tábuas, quando tocam nas vigas dos pisos superiores, são pregados nesses elementos assumindo as vigas a função de frechais; noutros casos, é criado um novo frechal no topo, ou o topo das tábuas remata simplesmente sem qualquer frechal, tal como já foi referido no caso da ligação das tábuas das paredes de tabique aos soalhos. Sobre este conjunto de tábuas ao alto, delimitado pelos prumos e (ou) frechais, existem ripas de secção transversal trapezoidal pregadas na horizontal (vulgarmente designadas por fasquio) sobre as quais é aplicada a argamassa/ reboco de acabamento.

Relativamente à ligação entre paredes transversais de tabique, ou entre paredes de tabique e paredes de alvenaria, é comum não existir qualquer ligação efetiva, ou seja, encontram-se frequentemente desligadas entre si. Nos casos em que existem ligadores, estes elementos consistem normalmente em peças metálicas em L pregadas no tabique, mas nem sempre chumbadas na alvenaria; existem situações onde o ferrolho é literalmente pregado à alvenaria, ou melhor à junta da alvenaria utilizando pregos de madeira. Pregagens idênticas foram encontradas nalgumas ligações de paredes de tabique a paredes de alvenaria de pedra sobre a qual assentam, quer diretamente quer através de um frechal.

2.3.4 Dimensões dos elementos constituintes

Verifica-se que as paredes de tabique interiores não têm dimensões estandardizadas; os valores do comprimento, largura e espessura das paredes de tabique, ou das tábuas que a constituem, apresentam uma grande variabilidade de edifício para edifício. Na realidade, trata-se de uma técnica artesanal, de base empírica, que não pressupunha a utilização de qualquer material ou medida standard. As dimensões a seguir indicadas devem ser tomadas como valores ou intervalos de valores médios estimados.

Em particular, e de acordo com informação recolhida em obra pelos autores e fornecida pelo arquiteto Joaquim Teixeira, a largura das tábuas costaneiras é a grandeza da parede que maior variabilidade apresenta, estimando-se, para as paredes de tabique simples, uma largura média L = 15 cm e uma espessura entre 3 e 5 cm com um valor médio e = 4 cm. A folga entre tábuas também não é constante, assumindo um valor médio f = 2 cm. No caso do tabique duplo, a largura média das tábuas costaneiras verticais mantém-se, sendo as tábuas costaneiras diagonais ligeiramente mais largas, apresentando usualmente valores entre 15 e 20 cm. Neste caso a espessura das tábuas é normalmente menor quando comparada com as dos tabiques simples, mas idêntica para as tábuas verticais e diagonais, apresentando valores médios $e_1 = e_2 = 2$ cm. Os frechais e os prumos apresentam uma geometria normalmente quadrangular, com dimensão média dos lados entre 7 e 8 cm. O fasquio apresenta uma secção transversal trapezoidal com dimensões médias tais que a face maior do trapézio apresenta um valor a = 2,5 cm, a face menor um valor de b = 2,0 cm e a espessura um valor de c = 1,5 cm; a folga entre o fasquio (d) varia em média entre 3 e 4 cm. Na Figura 3 são apresentados esquemas explicativos da estrutura de madeira típica de paredes de tabique de tábuas simples e duplas, respetivamente.



Figura 3 Tábuas e ripas – Tabique de tábuas simples e de tábuas duplas

3 Modelos numéricos

3.1 Tipologias estudadas

Com base na informação que foi apresentada anteriormente, nesta secção são descritos os modelos utilizados na simulação das paredes de tabique simples e duplo, as duas soluções de tabique mais comuns da construção da casa típica do Porto e que são estudadas no âmbito deste trabalho. Resumidamente, a construção do tabique é realizada através da colocação de tábuas costaneiras verticais desencostadas

ao longo de toda a altura, no caso simples, às quais são pregadas tábuas diagonais dispostas segundo um padrão selecionado, no caso duplo; as tábuas podem ser pregadas a frechais, no topo e na base, recebendo em ambas as faces um fasquio horizontal com secção transversal trapezoidal sobre o qual é aplicada uma argamassa que preenche as folgas e um reboco final de acabamento. Em geral, constata-se que o conjunto das duas tábuas do tabique duplo totaliza a mesma espessura das tábuas verticais do tabique simples. Por opção, as análises numéricas que são efetuadas no âmbito deste trabalho consideram apenas a contribuição do esqueleto de madeira das paredes (tábuas e fasquio), não sendo simulado o material de enchimento. Todos os cálculos foram realizados com recurso ao programa de cálculo SAP2000 [8].

3.2 Descrição dos modelos definidos

Partindo das duas tipologias de paredes selecionadas, foram definidos três modelos físicos de paredes de tabique. A estes modelos foi atribuída a designação de S, SP e D. O modelo S representa uma parede de tabique simples sem aberturas, ou seja, enquadrado na primeira tipologia apresentada; representa o protótipo adotado como referência. É composto por 23 tábuas verticais de 3 m de altura com uma secção transversal retangular de 15 x 4 cm². As tábuas são dispostas com uma folga de 2 cm entre elas, conferindo à parede uma extensão de 3,89 m e uma altura de 3 m, à qual se adiciona a altura dos frechais superior e inferior. O fasquio foi simulado em ambas as faces da parede (excêntrico em relação ao eixo das tábuas), sendo constituído, em cada face, por 52 alinhamentos de ripas contínuas com uma secção transversal típica trapezoidal, com uma folga de 3 cm entre elas e ligadas a cada uma das tábuas por intermédio de pregos (um por tábua). A dimensão da secção transversal das ripas (trapezoidal) é de 2,5 cm para o lado maior, 2,0 cm para o menor e 1,5 cm para a espessura. Por fim, existem dois elementos de madeira dispostos horizontalmente, os frechais superior e inferior com secção quadrada de 8 x 8 cm² que fecham a parede na base e no topo. A Figura 4 apresenta uma representação esquemática deste modelo.

De maneira a estudar os casos de paredes com aberturas, foi criado o modelo SP que é em tudo semelhante ao modelo S, tendo a particularidade de apresentar a abertura de uma porta. A delimitação desta abertura é feita por meio de prumos que apenas encostam nos elementos adjacentes, representando a situação real. Os prumos têm secção quadrada de 7 x 7 cm² e a porta está localizada na zona central da parede com 1,03 m de largura por 2,39 m de altura. As dimensões das tábuas, frechais, ripas e folgas, assim como outras características do modelo são iguais às da parede S. O fasquio interrompe na zona da abertura delimitada pelos prumos. A Figura 4 apresenta uma representação esquemática deste modelo.

Finalmente, o modelo D corresponde a uma tipologia de tabique duplo com as tábuas diagonais dispostas segundo um dos padrões vulgarmente encontrados na casa do Porto: tábuas convergentes no centro da parede. Este modelo é constituído por alinhamentos de tábuas verticais sobrepostas a alinhamentos de tábua diagonais. Como a espessura total do tabuado duplo é idêntica à espessura das tábuas do tabique simples, considerou-se uma espessura de



Figura 4 Modelo S e SP

2 cm para cada uma das tábuas, ou seja, adotou-se para secção transversal das tábuas verticais 15 x 2 cm² e das tábuas diagonais 20 x 2 cm². As dimensões das tábuas, frechais, ripas e folgas, assim como outras características do modelo são iguais às da parede S. A Figura 5 apresenta uma representação esquemática deste modelo.

Note-se que todas as medidas adotadas nos elementos que constituem os tabiques modelados se apoiaram nos valores apresentados na secção 2 e correspondem a valores estimados médios usualmente encontrados neste tipo de paredes.



Figura 5 Modelo D

3.3 Descrição do modelo de cálculo

O material que se considerou nos protótipos foi a madeira de pinho (*Pinus pinaster Ait.*), a espécie que se destaca na construção das paredes deste tipo. No Quadro 1 apresentam-se as propriedades mecânicas principais, em particular os valores médios dos módulos elásticos longitudinais (E_{mean}) e transversais (G_{mean}) e da massa

volúmica (ρ_{mean}), e os valores característicos da resistência à compressão e à tração paralela às fibras, $f_{c,0,k}$ e $f_{t,0,k}$, respetivamente, para esta espécie: madeira de pinho nacional da classe de qualidade 'E' de acordo com a norma NP 4305 (1995), [9], e que correspondem à classe de resistência das madeiras resinosas C18 definidas na norma EN 338 (2009) [10]. As tábuas, os prumos e os fasquios e os pregos foram discretizados em elementos lineares do tipo viga tridimensional ("Frame" da biblioteca do SAP2000), ou seja, com seis graus de liberdade por nó.

Quadro 1 Propriedades da madeira de pinho nacional – classe de resistência C18

E _{mean}	G _{mean}	ρ _{mean}	f _{с,о,к}	f _{t,o,k}
(GPa)	(GPa)	(kg/m³)	(МРа)	(МРа)
9	0,56	380	18	11

O modelo numérico S foi o primeiro a ser modelado e analisado. Este modelo é constituído por 23 tábuas verticais, simuladas por 53 de elementos de viga, e 52 ripas de madeira em cada face, cada uma simulada por 24 elementos de viga, e pelos frechais, superior e inferior, simulados por 24 elementos de viga cada. O modelo é composto por 6155 elementos de viga e 3846 nós, dos quais 50 são nós extremos sujeitos a condições de apoio. As ripas de madeira foram posicionadas em cada uma das faces de forma excêntrica em relação ao eixo da parede. Na ligação das ripas às tábuas verticais, e em ambas as faces, foram introduzidos elementos de viga na direção horizontal perpendicular à parede, a simular pregos; esses elementos foram modelados com uma rigidez axial e à flexão muito alta, e uma rigidez à torção muito baixa. A folga entre ripas é de 3 cm, à qual corresponde um afastamento entre eixos longitudinais de 5,5 cm. Todos os elementos de madeira foram simulados com a sua secção transversal. Em todos os nós extremos das tábuas ligados ao frechal superior restringiram-se os deslocamentos nas direções horizontais x e y (x no plano da tábua), ficando livre o deslocamento na direção

	Tabique simples;	Tabique duplo		Diago	Frachaic	Drumos	
	Tábuas	Tábuas verticais	Tábuas diagonais	Ripas	Flechais	Prumos	
Secção	15 [22222] 4 [cm]	15 2 [cm]	20 [cm]	1,5 2 Ø 2,5 [cm]	8 [cm] 8	7 [cm] 7	
A (cm²)	60	30	40	3,4	64	49	
I _x (cm ⁴)	80	10	13,3	0,63	341,3	200,1	
I _y (cm ⁴)	1125	562,5	1333,3	1,4	341,3	200,1	

Quadro II Secções transversais e propriedades geométricas dos elementos de viga (A – área; I, e I, – momentos de inércia segundo x e y)



Figura 6 Modelos numéricos: (a) S; (b) SP e (c) D

vertical z; nos nós extremos ligados ao frechal inferior restringiram--se os deslocamentos x, y e z e a rotação em torno do eixo z.

O modelo numérico SP é em tudo semelhante ao modelo S, mas com a particularidade de incluir uma abertura delimitada por prumos. Neste modelo as ripas são interrompidas na zona da abertura, encontrando-se desligadas dos prumos. Este modelo tem um total de 4927 elementos de viga e 3281 nós, dos quais 47 são nós extremos sujeitos a condições de apoio.

O modelo D é constituído por tábuas verticais e diagonais rigidamente ligados entre si nos pontos em que os seus eixos se intersectam. Este modelo é constituído por 7189 elementos de viga e por 4668 nós, dos quais 50 são nós extremos sujeitos a condições de apoio. As restantes ligações e as condições de fronteira deste modelo e do modelo SP são idênticas às descritas para o modelo S.

No Quadro 2 apresentam-se as propriedades geométricas relativas à secção transversal de todos os elementos de viga que constituem os diferentes tabiques simulados. Na Figura 6 são apresentadas imagens 3D de cada um dos modelos numéricos estudados, retiradas do programa de cálculo automático.

4 Análise à encurvadura

4.1 Pressupostos de cálculo

Nesta secção é apresentada a simulação do comportamento estrutural das paredes de tabique a cargas verticais, avaliando cargas críticas e modos de encurvadura. Note-se que, embora, por simplicidade, não se tenha modelado o material de enchimento e de reboco das paredes, este material existe e contribui positivamente para a resistência das paredes, impedindo, simultaneamente, que ocorram modos de encurvadura localizados que não serão considerados. Será avaliada a capacidade resistente das paredes simuladas e, entre outros aspetos, estimada a contribuição estrutural do fasquio e a sua contribuição para a capacidade resistente deste

elemento construtivo. Nas análises foi considerada como ação uma carga uniformemente distribuída vertical, aplicada ao longo do frechal superior.

4.2 Validação dos modelos

Antes de se analisar o comportamento dos protótipos, foi simulado o cálculo à encurvadura de uma tábua vertical de uma parede de tabique simples rotulada nas extremidades utilizando elemento do tipo viga através do programa SAP2000. Este modelo serviu para avaliar a capacidade resistente de uma tábua isolada e para validar os procedimentos utilizados pelo programa através da comparação com os valores da expressão analítica da carga crítica de Euler:

$$P_{cr} = \frac{n\pi^2 E l}{L^2} \tag{1}$$

sendo *E* o módulo de elasticidade longitudinal, *I* o momento de inércia da seção em relação ao eixo principal central de inércia que mobiliza a direção de menor inércia, *L* o comprimento da peça linear biarticulada e *n* um número inteiro associado a cada modo de encurvadura.

No Quadro 3 são apresentados os valores analíticos (equação (1)) relativos aos três primeiros modos de encurvadura e os correspondentes valores numéricos das cargas críticas obtidos para diferentes discretizações da peça linear. Os resultados permitem concluir que na análise de problemas de encurvadura através do programa SAP2000 os elementos lineares devem ser discretizados em pelo menos 5 elementos de modo a obter-se o rigor necessário.

Note-se que se a tábua não instabilizasse teria uma capacidade resistente à compressão: $f_{c,0,k} \times Area = 18 \times 10^3 \text{ kPa} \times (0,15 \times 0,04) \text{ m}^2 = 108 \text{ kN}$, ou seja, resistiria a uma carga bastante superior à sua carga crítica de encurvadura que é apenas de 7,89 kN e que resulta da sua elevada esbeltez. Este resultado mostra de forma clara que as paredes de tabique submetidas a forças de compressão rompem por instabilidade e não por atingirem a capacidade resistente da madeira.

Quadro 3	Verificação	dos	resultados	obtidos	através	do	programa
	SAP2000						

			C	arga de ei	ncurvadur	ra
T de	eoria Euler			SAP2	2000	
Discretização (n.º de elementos)	-	1	2	5	10	20
1.º Modo	7,893	9,632	7,979	7,921	7,919	7,919
2.º Modo	31,583	48,181	38,528	31,750	31,652	31,645
3.º Modo	71,061	135,451	103,333	72,184	71,163	71,082

4.3 Análise do comportamento da estrutura

Efetua-se agora a análise de cada um dos protótipos representativos das paredes em estudo, avaliando a configuração dos modos de encurvadura bem como os respetivos valores das cargas críticas associados. Os protótipos encontram-se livres de qualquer constrangimento nos topos laterais, como aliás acontece em muitas situações reais.

A Figura 7 mostra as configurações da deformada da estrutura das paredes correspondente ao primeiro modo de encurvadura global para o cenário de carga definido, ou seja, carga vertical uniformemente distribuída aplicada no topo da parede. Realça-se que não foram considerados modos de encurvadura associados a instabilidade de elementos localizados, já que esses movimentos se encontram impedidos pela argamassa existente nas paredes reais.

O modelo S, de tabique simples e fasquio excêntrico, é o primeiro modelo a ser analisado. Verifica-se que a instabilidade da parede S acontece no plano perpendicular ao plano da parede por corresponder à direção de menor inércia da secção transversal, não só das tábuas, como do conjunto da parede; as tábuas, por terem a mesma geometria e condições de fronteira, encurvam em



Figura 7 Primeiro modo de encurvadura global dos modelos: (a) S; (b) SP e (c) D

simultâneo e da mesma forma, correspondendo a uma carga crítica uniformemente distribuída no topo da parede $P_{cr} = 46,4$ kN/m. Este resultado mostra que a influência do fasquio é desprezável, podendo ser facilmente validado dividindo o valor da carga crítica de uma tábua isolada determinado anteriormente ($P_{cr} = 7,893$ kN) pelo comprimento de influência de cada tábua (0,17 m): 7,893 kN / / 0,17 m = 46,4 kN/m.

Relativamente ao modelo SP, o primeiro modo de encurvadura desta parede corresponde à encurvadura em torno do eixo de menor inércia das tábuas verticais localizadas à direita da abertura. Verifica--se que existem nove tábuas verticais do lado esquerdo e oito do lado direito, correspondendo o primeiro modo de encurvadura não local à instabilização da parede do lado com menor número de tábuas e para uma carga $P_{cr} = 38,7$ kN/m, inferior em cerca de 16% ao valor obtido para a parede S. Neste caso, os prumos desligados do fasquio não instabilizam e a sua presença não interfere de forma significativa nos resultados. A redução da carga crítica em relação ao modelo S resulta, principalmente, do facto de a carga sobre a padieira ser desviada para os nembos que por isso necessitam de menor carga atuante para instabilizar. Também aqui, e por causa do sistema construtivo que desliga os prumos do fasquio, o efeito do fasquio continua a ter um papel pouco significativo.

Finalmente, o primeiro modo de encurvadura não local do modelo D corresponde a uma configuração da deformada em que todas as tábuas verticais encurvam em torno do seu eixo de menor inércia, no mesmo sentido e ao mesmo tempo, arrastando as tábuas diagonais, para uma carga associada $P_{cr} = 7,8$ kN/m. Este resultado foi comparado com o valor da carga crítica de uma tábua vertical isolada com 2 cm de espessura ($P_{cr} = 0.987$ kN), dividindo o valor associado à tábua pelo comprimento de influência de cada tábua, 0,17m: 0,987 kN / 0,17 m = 5,8 kN/m. Este é o resultado que se obteria se a parede fosse apenas constituída pelas tábuas verticais de secção 15 × 2cm², constatando-se que a melhoria que as tábuas diagonais proporcionam em relação à existência apenas das tábuas verticais é de 2,0 kN/m, ou seja de 34,4%, um valor bastante reduzido se tivermos em consideração que corresponde à duplicação da quantidade de material. Por outro lado, embora o conjunto de tábuas verticais e diagonais totalize a mesma espessura da parede de tabique simples, o tabique duplo é bastante mais instável que o tabique simples com a mesma espessura total, apresentando neste caso um rácio de capacidade resistente de 17%.

Apesar da elevada esbeltez das paredes, os valores das cargas verticais críticas determinados são ainda assim suficientemente elevados para permitirem utilizar as paredes de tabique, em particular as do modelo S, como elementos portantes verticais. Em particular, uma carga de 40 kN/m corresponde, no caso deste modelo, a descarregar sobre esta parede, sem momento fletor, uma carga de 5,0 kN/m² sobre um piso numa largura de influência de 5 m, garantindo ainda assim um fator de segurança de cerca de 1,5.

Os valores de carga crítica determinados, e indicados no Quadro 4, foram comparados com os valores obtidos em campanhas de ensaios realizados no Laboratório de Engenharia Sísmica e Estrutural (LESE) da FEUP em paredes de alvenaria irregular de granito de folha única, típicas das construções da cidade do Porto [11] e que coexistem com as paredes de tabique aqui analisadas nas mesmas construções. As paredes, com espessura de 28 cm, altura de 1,8 m e largura de 1,2 m apresentaram em média uma capacidade resistente vertical de 1000 kN por metro linear de desenvolvimento de parede, ou seja, cerca de 20 vezes a capacidade das paredes de tabique simples.

Quadro 4 Carga de compressão crítica

		Modelo	Paredes		
	S	SP	D	de alvenaria de pedra [11]	
P (kN/m)	46,4	38,7	7,8	1000	

5 Comportamento a ações horizontais

5.1 Pressupostos de cálculo

Neste capítulo será avaliada a rigidez das paredes de tabique submetidas a ações horizontais no seu plano. Em particular, os modelos serão submetidos a uma carga horizontal uniformemente distribuída atuante no plano da parede, direção x, aplicada no frechal superior. Este cálculo permitiu estimar a capacidade de estas paredes poderem funcionar como elementos de contraventamento horizontal.

Determinou-se então, de forma numérica, o comportamento linear elástico das paredes de tabique às ações horizontais referidas, analisando-se o contributo do fasquio e a influência da distribuição das tábuas (tabique simples e tabique duplo). Relativamente às condições de apoio, na extremidade superior das tábuas restringiu--se apenas o deslocamento na direção y; na extremidade inferior restringiram-se os deslocamentos x, y e z e a rotação na direção z.

5.2 Análise do comportamento da estrutura

A análise dos resultados consistiu na determinação do valor da rigidez horizontal k_h de cada um dos três modelos S, SP e D através do quociente entre a força total aplicada e a média dos deslocamentos dos dois nós extremos superiores. Na Figura 8 são apresentadas as deformadas obtidas para os três casos estudados e no Quadro 5 os valores de rigidez obtidos.

Antes de analisar os resultados, lembra-se que os elementos de viga que simulam a ligação do fasquio excêntrico às tábuas têm uma rigidez axial e à flexão muito alta e uma rigidez à torção muito reduzida, de forma a simular o efeito dos pregos, em particular a possibilidade de o fasquio poder rodar em relação às tábuas.

Analisando as deformadas, verifica-se que as dos protótipos S e SP são idênticas, apresentando um perfil lateral de dupla curvatura, denotando uma participação importante dos frechais na ligação e restrição da rotação das tábuas nas extremidades. No caso do protótipo D, a deformação apresenta um movimento de flexão de conjunto com curvatura única, materializando um funcionamento globalmente mais monolítico da parede.

Relativamente à rigidez, verifica-se uma queda de 24% do valor da rigidez horizontal do modelo SP relativamente ao modelo S, pelo facto de a parede anterior conter uma abertura. Esta redução é superior à encontrada para a carga crítica, indicando que o efeito da



Figura 8 Deformação para ação horizontal dos modelos: (a) S; (b) SP e (c) D

abertura parece ser mais importante para a rigidez da parede no seu plano do que para a instabilidade vertical. Estes valores, comparados com os valores obtidos em campanhas de ensaios realizados LESE da FEUP nas paredes de alvenaria de granito anteriormente referidas, apresentam uma rigidez horizontal média em fase não fendilhada de 20000 kN/m. Esses ensaios mostraram haver um comportamento repartido entre flexão e corte. Embora seja impossível fazer a repartição entre o que seriam os deslocamentos no topo da parede resultantes de cada um desses mecanismos, assumiu--se, simplificadamente, que seriam idênticos de modo a que fosse possível extrapolar a rigidez obtida no ensaio para a parede com 1,8 m de altura (rácio altura largura R = 1,5) para uma hipotética parede de características idênticas com 3,0 m de altura (R = 2,5). Nesse pressuposto, e assumindo, simplificadamente, que a rigidez horizontal para a parcela de corte é inversamente proporcional à altura da parede, e ao cubo da altura da parede para a parcela de flexão, resultaria então uma rigidez de 6360kN/m para a parede de alvenaria de pedra com 3,0 m de altura, um valor superior a 6 vezes o valor de rigidez encontrado na simulação das paredes de tabique S.

Quadro 5 Rigidez horizontal

		Modelo	Paredes		
	S	SP	D	de alvenaria de pedra [11]	
k _h (kN/m)	997,4	640,0	23363,4	6360	

No entanto, quando se passa para as paredes de tabique duplo, o cenário e os valores associados mudam radicalmente. A rigidez associada à tipologia do tabique duplo, neste caso com tábuas diagonais dispostas em ambas as direções, incrementa o valor da rigidez horizontal da parede em relação ao modelo S de cerca de 23 vezes. Este excecional aumento de rigidez é totalmente conferido pela disposição das tábuas diagonais que contribuem fortemente para melhorar a transmissão de forças através de um funcionamento do tipo escora-tirante. Neste caso, não existem apenas as tábuas verticais encastradas nos frechais a funcionar no seu plano de forma praticamente isolada (o efeito do fasquio é diminuto já que as tábuas podem rodar quase livremente em torno destes elementos), mas existem barras diagonais que ligam e travam a deformação das tábuas verticais, promovendo a transferência dos esforços para a base da parede por esforço axial diagonal, rigidificando a parede ao corte no seu plano. Quando comparada com as paredes de alvenaria referidas, a rigidez da parede D é cerca de 3,5 vezes superior à rigidez da parede de alvenaria. No entanto, realça-se que este estudo envolveu apenas a determinação da rigidez de corte elástica destas paredes, não tendo sido estimada qualquer capacidade resistente ao corte no plano que permitisse comparar também este valor com o das paredes de alvenaria.

Esta análise permite concluir que as paredes de tabique duplo, embora apresentem uma menor capacidade resistente às cargas verticais quando comparada com a de paredes de tabique simples com a mesma espessura, apresentam uma muito maior rigidez horizontal no seu plano que, aparentemente, lhes atribui capacidade para funcionarem como elemento de contraventamento horizontal nas construções onde se inserem.

6 Conclusões

Apesar de as conclusões dos estudos realizados se poderem estender a paredes de tabique localizadas noutras regiões do País, este trabalho incidiu sobre as paredes de tabique existente nas construções do centro histórico da cidade do Porto. Foram apresentadas as técnicas mais comuns aplicadas à construção das paredes de tabique e apresentadas algumas variantes construtivas. Em particular foram detalhadas e depois simuladas numericamente paredes de tabique simples e duplo com o objetivo de analisar o seu comportamento estrutural através de um programa comercial de cálculo automático.

Estas análises permitiram concluir que se trata de paredes com uma boa capacidade portante a cargas verticais, em particular no caso do tabique simples, mesmo quando comparadas com paredes de alvenaria de granito típicas da cidade do Porto. A existência de abertura, tais como portas, mostrou ter uma influência relativamente diminuta nessa capacidade, apresentando uma parede de tabique simples com uma abertura central, com cerca de 20% da área total da parede, uma redução de cerca de 15%. Por outro lado, o tabique duplo com a mesma espessura do tabique simples apresenta uma capacidade portante bastante inferior, cerca de 20% da capacidade da parede de tabique simples. Este resultado inverte-se quando passamos para o cálculo da rigidez horizontal no plano das paredes. Neste caso, a rigidez da parede dupla é cerca de 23 vezes a rigidez da parede simples com a mesma espessura. As tábuas diagonais incrementam significativamente a rigidez horizontal das paredes, parecendo indicar que esta disposição de tábuas teria como objetivo melhorar o comportamento das paredes para ações horizontais no seu plano. Finalmente, conclui-se que o fasquio tem uma contribuição desprezável para o comportamento estrutural do esqueleto de madeira das paredes. Note-se que em nenhuma das análises efetuadas foi considerada a participação da argamassas que terá uma contribuição acrescida positiva para a capacidade portante e para a rigidez horizontal deste tipo de paredes.

Por fim, conclui-se que estes modelos constituem uma ferramenta de trabalho importante na análise do comportamento de paredes deste tipo, devendo, no entanto e em trabalhos futuros, ser calibrados com resultados experimentais, infelizmente ainda inexistentes.

7 Referências

- [1] Cardoso, R. *Caracterização da construção em tabique de Lamego e Alto Douro*, Tese de Doutoramento, UBI, 2013.
- [2] Carvalho, J. Construções em Tabique na Região de Trás-os-Montes e Alto Douro, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, UTAD, 2009.
- [3] Cepeda, A.J.B. Construções de tabique existentes na associação de municípios do Alto Tâmega, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, UTAD, 2009.
- [4] Martinho, J.M.G. Construção de tabique na Associação de Municípios da Terra Fria do Nordeste Transmontano, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, UTAD, 2010.
- [5] Carvalho, J.; Pinto, T.; Varum, H.; Jesus, A.; Lousada, J., Morais, J. "Construções em Tabique na Região de Trás-os-Montes e Alto Douro", 4th International Conference on Structural Defects and Repair, *in* CINPAR 2008, Aveiro, 2008.
- [6] Teixeira, J.J.L. Salvaguarda e Valorização do Edificado Habitacional da Cidade Histórica. Metodologia de Intervenção no Sistema Construtivo da Casa Burguesa do Porto, Tese de Doutoramento, FAUP, Porto, 2014.
- [7] Manual de Apoio ao Projecto de Reabilitação de Edifícios Antigos. Coordenação de Vasco Peixoto Freitas e Edição da Ordem dos Engenheiros da Região Norte, Porto, 2012.
- [8] SAP2000 "CSI Analysis Reference Manual for SAP2000", Computers and Structures Inc. Berkeley, California, USA. Abril, 2009.
- [9] NP 4305 "Madeira serrada de pinheiro bravo para estruturas. Classificação visual", Instituto Português da Qualidade, Portugal, 1995.
- [10] BS EN 338 "Structural timber Strength classes", European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2009.
- [11] Almeida, C. Paredes de Alvenaria do Porto. Tipificação e Caraterização Experimental, Tese de Doutoramento na FEUP, Porto, 2013.

Influência da utilização de agregados reciclados com diferentes origens em betão estrutural

Influence of the use of recycled concrete aggregates from different sources on structural concrete

> Diogo Pedro Jorge de Brito Luís Evangelista

Resumo

Este artigo pretende avaliar a capacidade de produzir betões com um desempenho preestabelecido (em termos de resistência mecânica) incorporando agregados reciclados (AR) de diferentes origens. Para isso, foram utilizados produtos rejeitados da indústria da prefabricação e betões produzidos em condições laboratoriais. Foi verificada a capacidade de replicação de betões para três gamas de resistência: 15-25; 35-45 e 65-75 MPa. Os betões produzidos com AR procuraram atingir a resistência do betão de origem (BO) dos AR. Apenas foi considerada uma taxa de substituição de 100% de agregados grossos naturais (AGN) por agregados grossos reciclados de betão (AGRB). Os resultados mostram que, quer em termos mecânicos quer de durabilidade, para níveis elevados de resistênciaalvo, não existem diferenças significativas entre agregados de origem controlada e resultantes da prefabricação. As perdas de desempenho resultantes da incorporação de AR são substancialmente reduzidas quando utilizados BO de média ou elevada resistência.

Abstract

This paper intends to evaluate the capacity of producing concrete with a pre-established performance (in terms of mechanical strength) incorporating recycled concrete aggregates (RCA) from different sources. To this purpose, rejected products from the precasting industry and concrete produced in laboratory were used. The appraisal of the self-replication capacity was made for three strength ranges: 15-25 MPa, 35-45 MPa and 65-75 MPa. The mixes produced tried to replicate the strength of the source concrete (SC) of the RA. Only total (100%) replacement of coarse natural aggregates (CNA) by coarse recycled concrete aggregates (CRCA) was tested. The results show that, both in mechanical and durability terms, there were no significant differences between aggregates from controlled sources and those from precast rejects for the highest levels of the target strength. Furthermore, the performance losses resulting from the RA's incorporation are substantially reduced when used medium or high strength SC's.

Palavras-chave: Betões de origem / Agregados reciclados / Desempenho mecânico / Durabilidade Keywords: Source concrete / Recycled aggregates / Mechanical performance / / Durability

Diogo Pedro

Engenheiro Civil Instituto Superior Técnico Lisboa, Portugal

Jorge de Brito

Professor Catedrático Instituto Superior Técnico Lisboa, Portugal

Luís Evangelista

Professor Associado Universidade de Stavanger Stavanger, Noruega

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

DE BRITO, J. [et al.] – Influência da utilização de agregados reciclados com diferentes origens em betão estrutural. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 67-79.

1 Introdução

A indústria da construção é um dos sectores mais importantes da economia de vários países, envolvendo um grande fluxo de recursos materiais e humanos. No caso da indústria da União Europeia (UE), o sector era responsável, já em 2004, por 28% do emprego e cerca de 7% da produção económica (Mália *et al.*, 2004). No entanto, em termos ambientais, é o terceiro maior emissor de CO₂ do sector industrial, com cerca de 10% das emissões totais (Habert *et al.*, 2009). Além disso, é responsável por uma utilização muito significativa de recursos naturais.

De forma a conciliar o crescimento económico com a preservação do património natural, o presente trabalho procurou estabelecer uma base científica sólida e inovadora que permita à indústria da prefabricação a utilização sem restrições dos resíduos por si gerados.

Na literatura consultada, foram observados vários resultados contraditórios. Por exemplo, para a taxa de substituição de 100% de agregados grossos naturais (AGN) por agregados grossos reciclados de betão (AGRB) registaram-se diminuições entre 6 e 25% na resistência à compressão (Bairagi *et al.*, 1993; Etxeberria *et al.*, 2007). Na resistência à tração por compressão diametral, além de diminuições significativas (Rao *et al.*, 2011), ocorreram também aumentos de aproximadamente 9% (Etxeberria *et al.*, 2007).

No módulo de elasticidade, foram observadas as maiores variações, entre 11% (Etxeberria *et al.*, 2007) e 80% (Topçu, 1995). Em aspetos referentes a durabilidade, foram registados aumentos semelhantes de absorção de água por imersão, entre 33 e 38% (Levy e Helene, 2004; Rao *et al.*, 2011), e de absorção de água por capilaridade, entre 75 e 85% (Gonçalves *et al.*, 2004; Kou e Poon, 2012). Na resistência à carbonatação, verificou-se uma elevada amplitude de variações, desde aumentos de 3% (Levy e Helene, 2004) até diminuições de 67% (Kou e Poon, 2012). Por fim, na resistência à penetração de cloretos, registaram--se diminuições entre 10 e 32% (Rao *et al.*, 2011; Kou e Poon, 2012; Limbachiya *et al.*, 2012).

Acredita-se que esta dispersão de resultados seja devida à influência e variabilidade dos betões de origem (BO) a partir dos quais são obtidos os agregados reciclados (AR).

Procurando estudar esta situação, Andreu e Miren (2014) produziram betões de elevado desempenho, utilizando AR obtidos de betões de origem de 40, 60 e 100 MPa. No ensaio de resistência à compressão, observa-se que todos os betões com AR provenientes dos BO de 60 e 100 MPa atingiram, para a máxima taxa de substituição, valores idênticos aos do betão de referência (BR), cerca de 100 MPa. Contudo, para os AR com origem no betão de 40 MPa, esta situação ocorreu apenas para as taxas de 20 e 50%. Tabsh e Abdelfatah (2009) utilizaram também AR provenientes de BO com resistências conhecidas (50 e 30 MPa) e desconhecidas. As composições produzidas pretendiam atingir resistências de 30 (mistura 1) e de 50 MPa (mistura 2). Os resultados mostram que, tanto para a mistura 1 como para a mistura 2, a resistência do betão produzido com agregados reciclados com origem em betão de 50 MPa foi idêntica à do BR. No entanto, os betões com AR de resistência fraca e desconhecida tiveram piores desempenhos.

No que respeita à durabilidade, o estudo de Andreu e Miren (2014) mostra que a absorção de água por capilaridade dos betões com

agregados reciclados (BAR) nem sempre é superior à do BR. Na resistividade elétrica, comparando os valores obtidos com as faixas limites de Langford e Broomfield, conclui-se que os diferentes tipos de betão apresentavam, em geral, um risco baixo ou moderado à corrosão. Relativamente à penetração de iões cloreto, o estudo mostra que a resistência diminui com a incorporação de AR, com tendências idênticas às da resistividade elétrica.

Através destas investigações, constata-se que a qualidade dos AR varia significativamente consoante o betão que lhes deu origem, influenciando o desempenho dos futuros betões. Neste âmbito, Silva *et al.* (2014a) propuseram um sistema de classificação de AR a partir das suas propriedades físicas, nomeadamente a absorção de água e a massa volúmica seca. Com base neste sistema, mas noutro trabalho desenvolvido pelos mesmos autores (Silva *et al.*, 2014b), foi efetuada uma análise estatística de mais de 700 misturas de betão, tendo sido verificado que os agregados de pior qualidade (classe D) conduzem a maiores diminuições de resistência à compressão. Assim, para a taxa de substituição de 100%, os AR das classes A, B, C e D são responsáveis, nesta propriedade, por perdas de 21, 38, 54 e 65%, respetivamente.

A bibliografia mostra ainda que, mesmo para BO de boa qualidade, a incorporação de AR conduz necessariamente a uma maior quantidade de água de amassadura, ou seja, um aumento da relação a/c para manter a trabalhabilidade (Evangelista e De Brito, 2007). Deste modo, alguns investigadores recorrem à utilização de superplastificantes com o objetivo de manter o teor de água em valores aceitáveis (Katz, 2003; Kwan *et al.*, 2012).

Assim, com base na informação disponível, foi efetuada uma extensa campanha experimental, sendo realizados, entre outros, ensaios de absorção de água por imersão, resistência à carbonatação e retração, propriedades que ainda não tinham sido analisadas neste contexto (Tabsh e Abdelfatah, 2009; Andreu e Miren, 2014). Além disto, esta investigação pretende completar a matriz de avaliações de Andreu e Miren (2014), ou seja, avaliar em termos mecânicos e de durabilidade betões com a mesma classe de resistência dos BO dos AR a utilizar.

2 Campanha experimental

Na composição dos betões (Quadro 1), foram utilizados os seguintes materiais: agregados finos naturais (areia de rio), agregados grossos naturais (pedra calcária triturada), agregados grossos reciclados de betão, cimento e água.

Os AR tiveram origem em rejeitados da prefabricação (PF), sendo escolhidos produtos com resistências-alvo de 20, 45 e 65 MPa, e em betões produzidos em laboratório (LC), com resistências-alvo idênticas.

A determinação da resistência dos produtos PF foi realizada através de extração de carotes. No processo de extração, foi seguida a norma NP EN 12504-1 (2009), sendo as questões relativas à forma, dimensão e outros requisitos especificados para os provetes de ensaio consultadas na norma NP EN 12390-1 (2012). A resistência em cubos *in situ* foi estimada através de um relatório técnico da Concrete Society (1976) e das *British Standards* BS 1881 (1983) e BS

6089 (1981), aplicáveis a carotes sem armadura. No que respeita ao betão produzido em laboratório, foram usados cubos que foram ensaiados aos 28 dias. No Quadro 2, são apresentados os resultados destes ensaios.

Os agregados grossos (naturais e reciclados) foram sujeitos a dois métodos de trituração: trituração primária (T1), recorrendo a um britador de maxilas; trituração primária e secundária (T2), através do uso de um britador de impacto seguido pelo de um moinho de martelos.

O processo de britagem T1 ocorreu no Laboratório de Construção do Instituto Superior Técnico, enquanto o processo T2 foi realizado numa pedreira portuguesa, reproduzindo o método industrial que é utilizado na obtenção dos AN. No Quadro 3, são apresentadas as propriedades dos agregados. Tanto os AN como os AR foram separados em função da sua dimensão, através de peneiração mecânica, sendo apenas utilizadas as frações compreendidas entre 0 e 22,4 mm. Após a separação, os agregados foram armazenados em recipientes hermeticamente fechados, para evitar trocas de humidade com o ambiente. Embora este tipo de procedimento seja difícil a uma escala industrial, permite a comparação entre composições com exatamente a mesma distribuição granulométrica, eliminando esse fator de dispersão nos resultados posteriores.

Relativamente ao cimento foi utilizado o CEM I 42,5R com quantidades de 210, 280 e 350 kg/m³ para os betões em que se pretendia atingir resistências-alvo de 20, 45 e 65 MPa, respetivamente.

Nos betões com uma resistência alvo de 65 MPa, foi adicionado ainda superplastificante (SikaPlast 898) na proporção de 1% da massa de cimento, diluído na água de amassadura, obtida da rede pública de abastecimento.

Nos betões com incorporação de AGRB (BAR), foi considerada apenas uma taxa de substituição de 100% de AGN por AGRB.

Os diversos betões foram produzidos de acordo com a metodologia proposta por Faury (1958), sendo aceites apenas as amassaduras que apresentaram valores de abaixamento no intervalo de 125 ± 15 mm. As composições das misturas foram definidas para os BR. Posteriormente, estas foram adaptadas para as restantes composições, tendo em conta as relações água / cimento, que tendem a ser maiores com a incorporação de AR (Ferreira *et al.*, 2011). Considerando os BR, foi avaliado o desempenho de 18 tipos de betão.

Para avaliação das propriedades mecânicas, para cada composição foram realizados ensaios de resistência à compressão, de acordo com a norma NP EN 12390-3 (2011). Utilizou-se um total de onze cubos de 150 milímetros, submetidos a cura húmida: três para ensaios aos 7 dias, cinco para ensaios aos 28 dias e três para ensaios aos 56 dias. Aos 28 dias, foram ainda ensaiados, para cada composição, três cilindros de 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura. Utilizou-se o método descrito na especificação LNEC E397 (1993) para determinar o módulo de elasticidade. Os ensaios foram realizados em dois cilindros de 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro por composição de betão, após cura húmida.

Relativamente às características relacionadas com a durabilidade, para cada composição foram efetuados ensaios de absorção de

Quadro 1 Composição dos betões analisados (/m³)

Mistura	Agregados finos naturais (kg)	Agregados grossos naturais (kg)	Agreg grossos re (kş	ados eciclados g)	Cimento CEM I 42,5R (kg)	Água (l)	Relação a/c	Relação a/c _{ef}	Superplas- tificante (kg)
BR-20-T1	938	958			210	180,6	0,86	0,86	0
BR-45-T1	870	956	0		280	182,0	0,65	0,65	0
BR-65-T1	863	1002			350	143,5	0,41	0,41	3,5
BAR-LC20-T1	929	0	LC20P	966	210	214,2	1,02	0,87	0
BAR-LC45-T1	866	0	LC45P	940	280	196,0	0,70	0,66	0
BAR-LC65-T1	858	0	LC65P	974	350	161,0	0,46	0,42	3,5
BAR-PF20-T1	932	0	PF20P	970	210	212,1	1,01	0,86	0
BAR-PF45-T1	870	0	PF45P	970	280	193,2	0,69	0,65	0
BAR-PF65-T1	858	0	PF65P	1029	350	157,5	0,45	0,42	3,5
BR-20-T2	946	1019			210	170,1	0,81	0,81	0
BR-45-T2	877	1011	0		280	176,4	0,63	0,63	0
BR-65-T2	868	1057			350	140,0	0,40	0,40	3,5
BAR-LC20-T2	938	0	LC20PS	953	210	207,9	0,99	0,84	0
BAR-LC45-T2	877	0	LC45PS	988	280	187,6	0,67	0,63	0
BAR-LC65-T2	868	0	LC65PS	982	350	150,5	0,43	0,40	3,5
BAR-PF20-T2	943	0	PF20PS	977	210	205,8	0,98	0,82	0
BAR-PF45-T2	873	0	PF45PS	962	280	190,4	0,68	0,64	0
BAR-PF65-T2	858	0	PF65PS	1016	350	157,5	0,45	0,42	3,5

Quadro 2 Propriedades dos betões de origem

Тіро	Abaixamento (mm)	Massa volúmica (estado fresco) (kg/m³)	Resistência à compressão (MPa)	Absorção imersão (%)
LC20	95	2388,4	21,6	12,7
LC45	150	2370,3	37,2	13,6
LC65	200	2370,6	73,2	10,3
PF20	-	-	21,4	-
PF45	-	-	41,0	_
PF65	-	-	74,5	-
Quadro 3 Propriedades dos agregados

			Μ	Absorção		
Agregados	Tipo de trituração	Designação	Material impermeável	Material seco	Material saturado com superfície seca	de água (%)
		AGN-T1	2590,5	2503,7	2537,2	1,3
		LC20-T1	2760,6	2275,0	2451,2	7,8
	T1	LC45-T1	LC45-T1 2640,8 2231,8 2386,9		2386,6	6,9
		LC65-T1	2504,7	2266,3	2361,5	4,2
		PF20-T1	2754,9	2283,9	2283,9 2455,9	
		PF45-T1	2708,8	2306,4	2454,9	6,4
		PF65-T1	2664,3	2395,1	2496,1	4,2
Grossos	T2	AGN-T2	2708,8	2639,1	2664,8	1,0
		LC20-T2	2686,3	2231,4	2400,8	7,6
		LC45-T2	2701,7	2356,1	2484,0	5,4
		LC65-T2	2484,9	2280,4	2362,7	3,6
		PF20-T2	2719,8	2288,1	2446,8	6,9
		PF45-T2	2686,6	2322,4	2458,0	5,8
		PF65-T2	2614,1	2371,6	2464,3	3,9
Finos	-	AFN	2637,8	2625,0	2630,0	0,1

água por imersão, em quatro amostras cúbicas de 0,10 m, segundo a especificação LNEC E394 (1993). O ensaio de resistência à carbonatação foi efetuado aos 7, 28, 56 e 91 dias, segundo a especificação LNEC E391 (1993). O ensaio é acelerado, sendo doze provetes por composição colocados numa câmara de carbonatação com uma concentração de 5% de CO₂. Por cada idade de ensaio e tipo de betão, cada um de três provetes é dividido em quatro partes imediatamente pulverizadas com uma solução de fenolftaleína a 1%, a fim de medir a profundidade de carbonatação. Os ensaios de resistência à penetração de cloretos foram realizados em três provetes por cada composição e idade de ensaio, segundo a especificação LNEC E463 (2004), correspondendo este a um ensaio de migração acelerada em regime não estacionário, com procedimentos adaptados da NT Build 492 (1999). Os ensaios de retração foram realizados de acordo com a especificação LNEC E398 (1993), em dois provetes de $0.5 \times 0.15 \times 0.60 \text{ m}^3$ para cada composição, sujeitos a condições controladas de temperatura e humidade (HR de 50% \pm 5% e temperatura de 20 \pm 2 °C), registando as variações de comprimento ao longo de 91 dias.

3 Resistência à compressão em cubos

Os resultados de resistência à compressão (aos 7, 28 e 56 dias), divididos por família de classe de resistência-alvo, são apresentados nas Figuras 1 a 3.

Aos 28 dias, os BR das classes 20, 45 e 65 MPa atingiram valores de 23,9-27,5 MPa, 38,7-42,4 MPa e 71,1-72,3 MPa, respetivamente. Na família de baixa resistência, os resultados dos betões com agregados reciclados de betão que utilizaram AR de laboratório variaram entre 19,7 e 21,0 MPa, enquanto os betões com AR da prefabricação apresentaram valores de 21,8 e 23,6 MPa. Na família de resistência intermédia, os BAR registaram variações entre 35,7 e 41,1 MPa e de 36,1 e 39,7 MPa para os betões que utilizaram agregados provenientes de LC e de PF, respetivamente. Por fim, na família de elevada resistência, os valores oscilaram entre 66,5 e 70,2 MPa para os dois tipos de agregados reciclados.

Analisando estes valores, a substituição de AGN por AGRB provoca diminuições de resistência em relação ao BR de 9,0-17,7, 3,2-7,6 e 3,0-8,1% nos betões com baixa, média e elevada resistência-alvo,

respetivamente. As diferenças de resistência são semelhantes aos 7, 28 e 56 dias e devem-se à argamassa aderida à superfície dos AR, responsável por aumentar a absorção e diminuir a densidade destes agregados (Hansen, 1983).



Figura 1 Resistência à compressão em cubos aos 7, 28 e 56 dias da família 20 MPa



Figura 2 Resistência à compressão em cubos aos 7, 28 e 56 dias da família 45 MPa



Figura 3 Resistência à compressão em cubos aos 7, 28 e 56 dias da família 65 MPa

A maior redução é evidenciada nos betões de 20 MPa. Esta situação pode ser justificada pela menor qualidade dos AR utilizados. Na investigação realizada, os betões procuraram reproduzir a classe de resistência dos BO. Assim, na família de 20 MPa, foram utilizados os AR de pior qualidade, contrastando com betões de 65 MPa produzidos com os melhores AR. Apesar da intenção de replicar os betões, existem diferenças nos mecanismos de rotura das diferentes famílias. De facto, a estrutura dos BAR é mais complexa do que a dos betões convencionais. Desde logo, enquanto nos BR existe apenas um tipo de ITZ (*Interfacial Transition Zone*), entre agregados grossos e pasta de cimento, nos BAR existem duas: uma entre o AR e a nova pasta de cimento e outra entre o AR e a sua argamassa aderida do BO. Estas zonas de fronteira condicionam significativamente o comportamento dos betões (Guedes *et al.*, 2013).

Considerando as diferenças referidas na microestrutura dos betões, as maiores diminuições de resistência dos betões de 20 MPa parecem dever-se ao facto de a rotura nos BAR ocorrer na ITZ entre o AN original e a argamassa aderida ou através da própria argamassa, contrariamente ao que sucede nos betões em que são utilizados agregados de betões de origem de melhor qualidade, em que a interface entre o AR e a nova argamassa é a zona mais fraca.

Tabsh e Abdelfatah (2009) obtiveram resultados semelhantes. No estudo conduzido por esses autores, observa-se que, quando se pretende reproduzir uma resistência de 30 MPa do BO, o BAR exibe uma perda de desempenho em relação ao BR, de aproximadamente 30%. No entanto, quando a resistência a reproduzir é de 50 MPa, o BAR evidencia um comportamento idêntico ao do BR, registando--se apenas uma diminuição de cerca 2%. Andreu e Miren (2014) concluíram também que BAR provenientes de um BO de 100 MPa atingem, para a máxima taxa de substituição, valores idênticos aos do BR (cerca de 100 MPa).

No presente trabalho, verifica-se ainda que, para a mesma gama de resistência, as variações devidas à utilização de AR provenientes de laboratório ou de produtos de prefabricação são maiores nos betões mais fracos. São visíveis diferenças máximas entre AR de PF e LC de 11, 4 e 6%, para as famílias de baixa, média e elevada resistência, respetivamente. Assim, para resistências superiores dos BO, os betões exibem uma maior proximidade de resultados, não parecendo existir diferenças significativas causadas por AR de diferentes processos de trituração (PF e LC). Esta situação pode estar também relacionada com o facto de a rotura dos betões mais fracos ser diferente e poder ocorrer em duas zonas diferentes.

Finalmente, observando a evolução desta propriedade com o tempo, conclui-se que, para os betões de melhor desempenho, o desenvolvimento da resistência ocorre mais depressa. Todos os betões da família 65 MPa, aos sete dias, apresentam mais de 80% da resistência obtida aos 28 dias, variando essa percentagem entre 65 e 71% para a família de mais baixa resistência. Por outro lado, verifica-se também que o maior aumento da tensão de rotura ocorre nos primeiros 7 dias de idade, atingindo, em média, 67,4, 69,7 e 83,7% da tensão aos 56 dias para as famílias de 20, 45 e 65 MPa, respetivamente.

4 Resistência à compressão em cilindros

Os resultados de resistência à compressão em cilindros aos 28 dias são apresentados nas Figuras 4 e 5. Através da observação das figuras, verifica-se que os BR apresentam nas famílias de baixa, média e elevada resistência valores entre 19,6-22,8 MPa, 29,7-33,1 MPa e 58,0-59,4 MPa, respetivamente. Relativamente aos BAR, observa-se,

na família de baixa resistência, valores entre 14,7 e 16,9 MPa para os betões com agregados LC e entre 16,3 e 18,7 MPa para os que utilizaram agregados PF. Na família de média resistência, os valores foram entre 28,2 e 32,9 MPa para agregados LC e entre 28,5 e 31,5 MPa para agregados PF. Por fim, na família de elevada resistência, as variações ocorridas situaram-se entre 55,3 e 58,5 MPa (LC) e entre 56,1 e 55,0 MPa (PF).

De acordo com os resultados, obtêm-se, na família de 20 MPa, diminuições de cerca de 20% devidas à incorporação de AR, enquanto nos betões das famílias 45 e 65 MPa a variação é de aproximadamente 5%. Os resultados são justificados pelos mesmos motivos, ou seja, pela argamassa aderida à superfície dos AR e pelo facto de a rotura dos betões mais fracos ser diferente.



Figura 4 Resistência à compressão em cilindros para T1





Na literatura, são visíveis diminuições de resistência entre 3 e 20%, em betões com substituição de AGN por AGRB (Butler *et al.*, 2013; Kim e Yun, 2013; Guo *et al.*, 2014). Estas diferenças de valores enquadram-se com as obtidas no presente trabalho,

demonstrando que o desempenho dos BAR depende de vários fatores, nomeadamente da qualidade dos BO.

Relativamente às diferenças devidas à utilização de AR LC e PF, é possível observar variações de 10% para os betões mais fracos e de 5% para os betões de intermédia e elevada resistência-alvo, sendo estes valores justificados novamente pela existência de diferentes mecanismos de rotura.

Procurando estabelecer uma relação entre resistência cilindro / cubo, verifica-se que, aos 28 dias, a tensão de rotura nos cilindros é em média 79,0, 78,7 e 82,4% da tensão de rotura dos cubos, para os betões correspondentes às famílias de 20, 45 e 65 MPa, respetivamente.

5 Módulo de elasticidade

Figura 6

Os valores obtidos para o ensaio de módulo de elasticidade são apresentados nas Figuras 6 e 7. Os BR registaram, para as famílias de baixa, intermédia e elevada resistência, valores de 33,3-34,7 GPa, 36,7-38,3 GPa e 46,9-47,6 GPa, respetivamente. Os BAR com AR de LC apresentaram valores de 25,2-25,9 GPa, 29,5-31,2 GPa e 40,3-40,4 GPa enquanto os betões com AR de PF obtiveram valores de 26,5-27,8 GPa, 30,0-31,5 GPa e 40,2-40,3 GPa.



Módulo de elasticidade aos 28 dias para T1





Analisando os resultados, constata-se que, para a máxima taxa de substituição de AGN por AGR, ocorrem diminuições em relação ao BR

de 22, 18 e 15%, para as famílias de 20, 45 e 65 MPa, respetivamente. Esta situação pode ser explicada pela maior propensão para a deformação dos AR relativamente aos AN, fundamentada pelo menor módulo de elasticidade dos AR (Frondistou-Yannas, 1977) e pelo facto de o módulo de elasticidade do betão depender significativamente do dos agregados (Neville, 1981).

Diminuições semelhantes, cerca de 20%, foram observadas no estudo de Ajdukiewicz e Kliszczewicz (2002). Os resultados foram explicados pelas menores características de resistência dos AR face aos AN.

As menores diminuições verificadas para os melhores AR (cerca de 15%) podem ser justificadas pelo facto de os AR de elevado desempenho tenderem a ter uma rigidez muito mais próxima da dos AN, pelo que a sua influência no módulo de elasticidade do betão (que depende da rigidez da pasta e dos agregados) é atenuada. Por outro lado, os AR de pior qualidade apresentam maior porosidade e maior capacidade de absorção de água, conduzindo a uma menor rigidificação dos betões. Andreu e Miren (2014) observaram igualmente menores reduções de módulo de elasticidade para AR de elevada resistência. Nesse trabalho, foram registadas diminuições de cerca de 11%, quando se pretendeu reproduzir a resistência de betões de origem com 100 MPa.

No módulo de elasticidade, não se registaram diferenças significativas entre a utilização de AR provenientes de laboratório e de produtos de prefabricação, para as famílias de média e elevada resistência. Contudo, para os betões mais fracos, já é visível uma variação máxima de cerca de 6%. Esta situação poderá decorrer da utilização de AR de má qualidade, aos quais está associada maior variabilidade na rigidez.

6 Absorção de água por imersão

Os resultados do ensaio de absorção de água por imersão constam do Quadro 4, sendo apresentados os valores médios (μ) e as variações relativas devidas à incorporação de AR de diferentes origens (Δ). Através da sua observação, verifica-se que os BR registaram, para as famílias de baixa, intermédia e elevada resistência, valores de 13,5-15,6%, 13,8-14,7% e 9,4-9,7%, respetivamente.

Família	Resistência alvo 20 MPa		Resist alvo 4	tência 5 MPa	Resistência alvo 65 MPa		
Tipo de betão	μ (%)	Δ (%)	μ (%)	Δ (%)	μ (%)	Δ (%)	
BR-T1	15,6	0,0	14,7	0,0	9,7	0,0	
BR-T2	13,5	0,0	13,8	0,0	9,4	0,0	
BAR-LC-T1	19,1	22,8	18,3	24,8	14,6	50,4	
BAR-LC-T2	17,7	31,4	17,1	24,0	13,5	44,9	
BAR-PF-T1	20,0	28,4	18,7	27,0	14,5	49,4	
BAR-PF-T2	18,3	35,4	16,0	16,3	14,1	51,0	

Quadro 4 Absorção de água por imersão

Os BAR com AR de laboratório apresentaram valores de 17,7-19,1%, 17,1-18,3% e 13,5-14,6% enquanto os betões com AR de produtos de prefabricação obtiveram valores de 18,3-20,0%, 16,0-18,7% e 14,1-14,5%. Constata-se que a incorporação de AR é responsável por piores desempenhos em relação ao BR, verificando-se aumentos de absorção entre 23 e 50% para as diferentes resistências-alvo. Os resultados poderão ser justificados pela argamassa aderida dos AR. A presença desta argamassa é responsável pela maior porosidade e absorção dos AR que condiciona significativamente a porosidade aberta dos BAR. Neste estudo, a absorção dos AR chegou a ser cerca de sete vezes maior do que a dos AN. Analisando o Quadro 3, verifica-se que, consoante o BO, os AR apresentaram valores de absorção de água entre cerca de 3,9 e 7,6%. Comparando os valores obtidos com os de Thomas *et al.* (2013), verifica-se alguma proximidade entre eles.

Segundo Poon *et al.* (2004), para um BO de média resistência, a dimensão dos poros existentes na argamassa aderida aos AR encontra-se essencialmente entre 0,01 e 1 μ m. No entanto, para AR provenientes de betões de elevado desempenho, verifica-se que a maioria dos poros é inferior a 0,1 μ m. Assim, o melhor desempenho da ITZ para AR de elevada qualidade é conseguido através de uma distribuição de poros mais fina.

Em relação às variações de desempenho causadas pela incorporação de AR de diferentes processos de trituração (LC e PF), verifica-se que, para as diversas famílias, as diferenças não ultrapassaram 6%.

7 Resistência à penetração de cloretos

Os resultados do ensaio de difusão de cloretos para cada tipo de betão são apresentados nos Quadros 5 (28 dias) e 6 (91 dias). Analisando o Quadro 5, observa-se que os valores dos coeficientes dos BR, aos 28 dias, foram de 23,0-26,0 × 10^{-12} m²/s, 21,8-22,4 × 10^{-12} m²/s e 8,8-9,5 × 10^{-12} m²/s, para as famílias de baixa, média e elevada resistência, respetivamente. No que respeita aos BAR, observam-se valores de 31,2-31,9 × 10^{-12} m²/s, 22,2-23,3 × 10^{-12} m²/s e 9,5-11,3 × 10^{-12} m²/s, para AR LC e de 33,8-36,9 × 10^{-12} m²/s, 22,1-23,5 × 10^{-12} m²/s e 10,8-11,1 × 10^{-12} m²/s, para AR PF.

Família	Resistência alvo 20 MPa		Resist alvo 4	ência 5 MPa	Resistência alvo 65 MPa	
Tipo de betão	μ (%)	Δ (%)	μ (%)	Δ (%)	μ (%)	Δ (%)
BR-T1	26,0	0,0	22,4	0,0	9,5	0,0
BR-T2	23,0	0,0	21,8	0,0	8,8	0,0
BAR-LC-T1	31,9	23,0	23,3	4,1	11,3	17,9
BAR-LC-T2	31,2	35,5	22,2	1,6	9,5	7,8
BAR-PF-T1	36,9	41,9	23,5	4,8	10,8	13,4
BAR-PF-T2	33,8	47,0	22,1	1,1	11,1	25,7

Quadro 5 Resultados do ensaio de cloretos 28 dias

Quadro 6 Resultados do ensaio de cloretos 91 dias

Família Resistência alvo 20 MPa		tência 0 MPa	Resist alvo 4	ência 5 MPa	Resistência alvo 65 MPa		
Tipo de betão	μ (%)	${\Delta \atop (\%)}$	μ (%)	$\stackrel{\Delta}{(\%)}$	μ (%)	Δ (%)	
BR-T1	23,4	0,0	19,5	0,0	7,6	0,0	
BR-T2	21,3	0,0	18,3	0,0	7,0	0,0	
BAR-LC-T1	28,9	23,2	21,0	7,8	9,0	19,5	
BAR-LC-T2	28,0	31,3	19,2	5,3	7,6	8,8	
BAR-PF-T1	32,0	36,4	20,5	5,2	8,6	13,4	
BAR-PF-T2	28,5	33,5	19,1	4,4	8,6	23,1	

Os valores mais baixos corresponderam sempre aos BR. A família de 20 MPa registou uma elevada amplitude de valores, verificando--se, em relação ao BR, variações de 11 × 10⁻¹² m²/s, para a taxa de incorporação de 100%. Nos betões de 45 e 65 MPa, as variações não ultrapassaram 2,3 × 10⁻¹² m²/s. As perdas de resistência com a substituição de AGN por AGRB são justificadas pela natureza mais permeável dos BAR, causada pela argamassa aderida nos AR. Como referido, esta particularidade dos AR faz com que os BAR apresentem uma estrutura mais complexa do que a do BR. Assim, melhorar a microestrutura das zonas de transição pode melhorar o desempenho do betão, uma vez que estas são compostas por um elevado número de poros e fissuras (Kong *et al.*, 2010).

A maior taxa de penetração de cloretos evidenciada na família de 20 MPa pode ser explicada pelos efeitos interfaciais pasta / agregado e pela existência de mais fissuras internas nesses AR (Hobbs, 1995). Um outro fator que poderá explicar esta situação é a dimensão das fissuras dos AR mais fracos. No estudo de Xiao *et al.* (2012), concluiu-se que a largura de fissuras existentes na antiga argamassa aderida está correlacionada com o coeficiente de difusão de cloretos, verificando-se maior difusividade para maiores larguras de fissuras.

Face aos resultados, conclui-se que, quando se pretende produzir betões com baixas relações a/c e com AR de média / elevada qualidade, é possível aos BAR evidenciar um comportamento comparável ao do BR. Na investigação de Andreu e Miren (2014), onde se pretendeu produzir betões com resistências à compressão de 100 MPa, chegou-se a conclusões semelhantes. Observou--se que os betões produzidos com 20, 50 e até mesmo 100% de AGRB provenientes de um BO de 100 MPa se encontravam muito perto do limite de muito baixa e baixa corrosão, de acordo com a norma ASTM C1202. Por outro lado, guando foi utilizado um BO de 40 MPa, verificou-se uma variação de resistência entre betões utilizando AR de 40 e 100 MPa de aproximadamente 20%, para a máxima taxa de substituição. Conclusões idênticas foram também registadas em Limbachiya et al. (2000), tendo os investigadores observado que, para a gama de resistências em estudo (50, 60 e 70 MPa), uma utilização até 100% de AGRB não apresenta nenhuma influência negativa sobre a difusão de cloretos.

No que respeita à utilização de AR provenientes de BO de laboratório e de produtos da prefabricação, constatou-se não existir diferenças

significativas, em termos absolutos, para as diversas famílias.

Relativamente aos ensaios aos 91 dias, são visíveis diminuições dos coeficientes de aproximadamente 12% para as famílias de 20 e 45 MPa e de 20% para a família 65 MPa. Esta situação poderá ser explicada pelo maior tempo de cura dos provetes, responsável por hidratar maiores teores de cimento e assim diminuir o volume de vazios. No entanto, segundo a especificação LNEC E-465, eram expectáveis descidas mais significativas, devendo o valor do coeficiente de difusão de cloretos aos 91 dias ser da ordem de 60% do valor registado aos 28 dias.

8 Resistência à carbonatação

As médias dos resultados obtidos para a resistência à carbonatação são apresentadas nas Figuras 8 a 10. Foram ainda calculados os coeficientes de carbonatação através da seguinte expressão:

$$x = k \sqrt{t} \tag{1}$$

em que x é a profundidade de carbonatação (mm), k é o coeficiente de carbonatação e t é o tempo (dias).

A profundidade de carbonatação aumentou com a substituição de AN por AR e com a diminuição das resistências-alvo dos betões. Isto deve-se à menor relação a/c das famílias com maiores resistências alvo, mas também ao facto de terem maiores teores em cimento, conduzindo a um aumento da reserva alcalina disponível na matriz da pasta de cimento hidratada.

Aos 56 dias, são visíveis valores de carbonatação entre 37,0 e 46,9 mm, para a família de baixa resistência, entre 11,0 e 14,4 mm, para a família de média resistência e entre 1,7 e 3,2 mm para a família de elevada resistência. Aos 91 dias, na família de baixa resistência-alvo, os valores de carbonatação já tinham excedido a máxima altura do provete (50 mm).

Em relação aos coeficientes de carbonatação, os BR das classes 20, 45 e 65 MPa atingiram valores de 4,30-4,79 mm/dia^{1/2}, 1,61-1,78 mm/dia^{1/2} e 0,23-0,28 mm/dia^{1/2}, respetivamente. Na família de baixa resistência, os coeficientes dos BAR que utilizaram AR de laboratório variaram entre 5,10 e 5,57 mm/dia^{1/2}, enquanto os betões com AR da prefabricação apresentaram valores de 4,90 e 5,49 mm/dia^{1/2}. Na família de resistência intermédia, os BAR registaram variações entre 1,84 e 2,14 mm/dia^{1/2} e de 1,74 e 1,96 mm/dia^{1/2} para os betões que utilizaram agregados provenientes de LC e de PF, respetivamente. Finalmente, na família de elevada resistência, os valores foram 0,33-0,37 mm/dia^{1/2}, para os AR LC e de 0,43-0,48 mm/dia^{1/2} para os AR PF. Os resultados mostram nos betões com resistências-alvo de 20 e 45 MPa, aumentos de carbonatação devidos à incorporação de AR de aproximadamente 15%, para a taxa de substituição de 100%. Embora se verifique uma variação percentual mais elevada nos betões de 65 MPa (34,2-88,9%), a diferença em termos absolutos é reduzida (0,23-0,43 mm/dia^{1/2}).



Figura 8 Resistência à carbonatação aos 7, 28, 56 e 91 dias da família 20 MPa



Figura 9 Resistência à carbonatação aos 7, 28, 56 e 91 dias da família 45 MPa



Figura 10 Resistência à carbonatação aos 7, 28, 56 e 91 dias da família 65 MPa

As perdas de desempenho dos BAR devem-se à maior porosidade destes betões. Segundo Kou e Poon (2006), o volume total e o diâmetro médio dos poros aumentam com a incorporação de AR. Deste modo e como era expectável, a resistência à carbonatação segue uma tendência idêntica à absorção de água e à penetração de cloretos.

Os valores obtidos são idênticos aos de Amorim *et al.* (2012). Nesse estudo, observou-se um aumento de carbonatação de aproximadamente 20%, para a máxima taxa de substituição. As perdas de desempenho foram justificadas pela porosidade dos agregados reciclados de betão.

Relativamente à utilização de AR de diferentes origens (LC e PF), verifica-se que, para as famílias de baixa e média resistência, a diferença máxima registada rondou 6%. Para os betões de elevada resistência, como os valores absolutos são muito baixos, observaram-se, em termos relativos, variações mais significativas, mas que não correspondem a tendências comprovadas.

9 Retração

Os resultados do ensaio de retração são apresentados nas Figuras 11 a 13. Verifica-se que a deformação aumenta ao longo do tempo, de forma não-linear. Esta propriedade tem um rápido crescimento nos primeiros dias, apresentando posteriormente uma tendência para estabilizar.

Para idades jovens (7 dias), os BAR apresentaram aumentos de deformação máximos em relação ao BR de cerca de 12, 31 e 21% para baixas, médias e elevadas resistências-alvo, enquanto, para idades mais avançadas (91 dias), os aumentos máximos de retração foram de 47, 43 e 68%, respetivamente.

Os valores obtidos mostram que a retração é das propriedades mais afetadas pela incorporação de AGRB.

Os piores resultados dos BAR estão de acordo com as expectativas pois este tipo de betões, ao ter uma menor restrição interna devido ao facto de os AR possuírem um menor módulo de elasticidade, permite maiores deformações por retração. Assim, o maior teor de vazios causado pela argamassa aderida nos AR parece levar a um aumento de deformabilidade e de retração dos betões.

As variações mais elevadas aos 91 dias são justificadas pelo fenómeno de cura interna desencadeado pelos AGRB que permite a compensação da água de evaporação através da água existente nos mesmos. Deste modo, enquanto houver disponibilidade de água nos AR, as variações dimensionais são relativamente reduzidas (Amorim *et al.*, 2012).

Outra conclusão importante a retirar deste ensaio é que, contrariamente às restantes propriedades, quando se substitui AN por AR, em termos absolutos, não são visíveis diferenças significativas entre os BAR das diversas resistências-alvo. Isto significa que a retração parece ser condicionada quase exclusivamente pela incorporação de AR, independentemente da qualidade do BO e deixando para segundo plano a composição do betão.

No estudo de Ajdukiewicz e Kliszczewicz (2002), constata-se também uma influência significativa da incorporação de AR, com aumentos de 40% relativamente ao BR. No estudo de Sagoe--Crentsil *et al.* (2001), são visíveis aumentos de cerca de 30%, sendo os resultados justificados pela menor capacidade de restrição dos agregados reciclados.



Figura 11 Deformações de retração ao longo do tempo da família 20 MPa



Figura 12 Deformações de retração ao longo do tempo da família 45 MPa



Figura 13 Deformações de retração ao longo do tempo da família 65 MPa

10 Conclusões

Através dos resultados obtidos nos betões com resistências-alvo de 20, 45 e 65 MPa, onde composições de referência foram comparadas com outras com AGRB de diferentes origens e o objetivo era replicar nos novos betões a resistência dos de origem, é possível concluir o seguinte:

- a resistência à compressão em cubos diminui cerca de 8%, para as resistências-alvo de 45 e 65 MPa, devido à incorporação de AR; para a resistência-alvo de 20 MPa, a diminuição é de 20%; verifica-se que, para betões de origem de média e elevada resistência, a diferença entre betões de laboratório e de prefabricação é pouco significativa;
- relativamente à resistência em cilindros, ocorrem tendências semelhantes, registando os betões de 45 e 65MPa perdas de cerca de 3%, enquanto nos betões de 20MPa a variação foi de 14%; a tensão de rotura nos cilindros é em média 79,0, 78,7 e 82,4% da tensão de rotura dos cubos, para os betões correspondentes às resistências-alvo 20, 45 e 65 MPa, respetivamente;
- no módulo de elasticidade, os BAR apresentam diminuições de aproximadamente 22, 18 e 15% para as RA de 20, 45 e 65 MPa, respetivamente; a utilização de AR provenientes de BO com baixas propriedades mecânicas acentua os efeitos negativos dos AR;
- a introdução de AGRB é responsável por aumentos de absorção de água por imersão nos betões entre 23 e 49%; os resultados devem-se à elevada absorção de água dos AR; a qualidade do BO apresenta assim um papel determinante, verificando-se que os AR podem apresentar valores entre cerca de 3,9 e 7,6% dependendo da sua origem;
- a variação da difusão de cloretos para cada mistura de betão é maior na resistência-alvo de 20 MPa; também é nesta família que se regista a maior perda de desempenho, cerca de 30%, aos 91 dias; contudo, para os betões de 65 MPa, onde foram utilizados AR provenientes de BO de elevada qualidade, verifica--se um comportamento comparável ao do BR; esta tendência está de acordo com o verificado nas propriedades mecânicas;
- situação idêntica acontece na resistência à carbonatação; aos 28 dias, a incorporação de AR representa um acréscimo de carbonatação de aproximadamente 18 e 10%, para as famílias de baixa e média resistência-alvo; na resistência-alvo de 65 MPa, ocorrem aumentos relativos maiores, justificados pelo facto de os valores absolutos serem muito pequenos;
- a retração é das propriedades mais prejudicadas pela incorporação de AGRB; são visíveis, aos 91 dias, aumentos relativos ao BR de 47, 43 e 68%; relativamente à influência dos BO, não são verificadas diferenças significativas entre os tipos de agregados utilizados, ao contrário do que aconteceu nas restantes propriedades;
- excluindo a retração, os resultados mostram que os betões de 65 MPa que utilizaram RA obtidos de BO de elevada resistência apresentam um comportamento comparável aos respetivos BR, sendo de salientar que se trata neste caso de betões de elevado desempenho.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do centro de investigação ICIST, do IST, Universidade de Lisboa, e da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

Referências

- Ajdukiewicz, A.; Kliszczewicz, A. (2002) Influence of recycled aggregates on mechanical properties of HS/HPC. Cement and Concrete Composites, vol. 24, pp. 269-79.
- [2] Amorim, P.; de Brito, J.; Evangelista, L. (2012) Concrete made with coarse concrete aggregate: influence of curing on durability. ACI Materials Journal, vol. 109, n.º 2, pp. 195-204.
- [3] Andreu, G.; Miren, E. (2014) Experimental analysis of properties of high performance recycled aggregate concrete. Construction and Building Materials, vol. 52, pp. 227-235.
- [4] Bairagi, K.; Ravande, K.; Pareek, K. (1993) Behaviour of concrete with different proportions of natural and recycled aggregates. Resources, Conservation and Recycling, vol. 9, pp. 109-126.
- [5] Butler, L.; West, J.; Tighe, S. (2013) Effect of recycled concrete coarse aggregate from multiple sources on the hardened properties of concrete with equivalent compressive strength. Construction and Building Materials, vol. 47, pp. 1292-1301.
- [6] Concrete Society (1976) *Concrete core testing for strength.* Technical Report No.11, The Concrete Society, London.
- [7] Etxeberria, M.; Vazquez, E.; Mari, A.; Barra, M. (2007) Influence of amount of recycled coarse aggregates and production process on properties of recycled aggregate concrete. Cement and Concrete Research, vol. 37, n.º 5, pp. 735-742.
- [8] Evangelista, L.; de Brito, J. (2007) Mechanical behaviour of concrete made with fine recycled concrete aggregates. Cement and Concrete Composites, vol. 29, n.º 5, pp. 397-401.
- [9] Faury, J. (1958) Le béton, 3rd ed. Paris: Dunod.
- [10] Ferreira, L.; de Brito, J.; Barra, M. (2011) Influence of the presaturation of recycled coarse concrete aggregates on the fresh and hardened properties of concrete. Magazine of Concrete Research, vol. 63, n.º 8, pp. 617-27.
- [11] Frondistou-Yannas, S. (1977) Waste concrete as aggregate for new concrete. American Concrete Institute Journal, vol. 74, n.º 8, pp. 373-376.
- [12] Gonçalves, A.; Esteves, A.; Vieira, M. (2004) Influence of recycled concrete aggregates on concrete durability. RILEM Proceedings PRO 40: use of recycled materials in buildings and structures. 2004.
- [13] Guedes, M.; Evangelista, L.; de Brito, J.; Ferro, A. (2013) Microstructural characterization of concrete prepared with recycled aggregates. Microscopy and Microanalysis, vol. 19, n.º 5, pp. 1222-30.
- [14] Guo, Y.; Zhang, J.; Chen, G.; Xie, Z. (2014) Compressive behaviour of concrete structures incorporating recycled concrete aggregates, rubber crumb and reinforced with steel fibre, subjected to elevated temperatures. Journal of Cleaner Production, vol. X, pp. 1-11.

- [15] Habert, G.; Billard, C.; Rossi, P.; Chen, C.; Roussel, N. (2009) Cement production technology improvement compared to factor 4 objectives. Journal of Cement and Concrete Research, vol. 40, n.º 5, pp. 820-826.
- [16] Hansen, T.; Narud, H. (1983) Strength of recycled concrete made from crushed concrete coarse aggregate. Concrete International: Design and Construction, vol. 5, n.º 1, pp. 79-83.
- [17] Hobbs, D. (1999) Aggregate influence on chloride ion diffusion into concrete. Cement and Concrete Research, vol. 29, n.º 12, pp. 1995–8.
- [18] Katz, A. (2003) Properties of concrete made with recycled aggregate from partially hydrated old concrete. Cement and Concrete Research, vol. 33, n.º 5, pp. 703–11.
- [19] Kim, S.; Yun, H. (2013) Influence of recycled coarse aggregates on the bond behavior of deformed bars in concrete. Engineering Structures, vol. 48, pp. 133-143.
- [20] Kong, D.; Lei, T.; Zheng, J.; Ma, C.; Jiang, J.; Jiang, J. (2010) Effect and mechanism of surface-coating pozzolanic materials around aggregate on properties and ITZ microstructure of recycled aggregate concrete. Construction and Building Materials, vol. 24, n.º 5, pp. 701-708.
- [21] Kou, C.; Poon, S. (2006) Compressive strength, pore size distribution and chloride-ion penetration of recycled aggregate concrete incorporating class-F fly ash. Journal of Wuhan University of Technology - Materials Science Editions, vol. 21, n.º 4, pp. 130–6.
- [22] Kou, C.; Poon, S. (2012) Enhancing the durability properties on concrete prepared with coarse recycled aggregate. Construction and Building Materials, vol. 35, pp. 69-76.
- [23] Kwan, H.; Ramli, M.; Kam, J.; Sulieman, Z. (2012) Influence of the amount of recycled coarse aggregate in concrete design and durability properties. Construction and Building Materials, vol. 26, n.º 1, pp. 565-573.
- [24] Langford, P.; Broomfield, J. (1987) Monitoring the corrosion of reinforcing steel. Construction Repair, vol. 1, n.º 2, pp. 32–6.
- [25] Levy, M.; Helene, P. (2004) Durability of recycled aggregates concrete: a safe way to sustainable development. Cement and Concrete Research, vol. 34, n.º 11, pp. 1975-1980.
- [26] Limbachiya, C.; Leelawat, T.; Dhir, K. (2000) Use of recycled concrete aggregate in high strength concrete. Materials and Structures, vol. 33, pp. 574–80.
- [27] Limbachiya, C.; Meddah, S.; Ouchagour, Y. (2012) Use of recycled concrete aggregate in fly-ash concrete. Construction and Building Materials, vol. 27, n.º 1, pp. 439-449.
- [28] Mália, M.; de Brito, J.; Duarte Pinheiro, M.; Bravo, M. (2013) Construction and demolition waste indicators. Waste Management and Research, vol. 31, n.º 3, pp. 241-255.
- [29] Neville, M. (1981) *O*. Pitman, London.
- [30] Nt Build 492 (1999) Concrete, mortar and cement-based repair materials: chloride migration coefficient from non-steady-state migration experiments. Espoo, Finland: Nordtest, 8 p.
- [31] Poon, S.; Shui, H.; Lam, L. (2004) Effect of microstructure of ITZ on compressive strength of concrete prepared with recycled aggregates. Construction and Building Materials, vol. 18, n.º 6, pp. 461–8.

- [32] Rao, C.; Bhattacharyya, K.; Barai, V. (2011) Influence of field recycled coarse aggregate on properties of concrete. Materials and Structures, vol. 44, pp. 205-20.
- [33] Sagoe-Crentsil, K.; Brown, T.; Taylor, A. (2001) Performance of concrete made with commercially produced coarse recycled concrete aggregate. Cement and Concrete Research, vol. 31, pp. 707–712.
- [34] Silva, V.; de Brito, J.; Dhir, K. (2014a) Properties and composition of recycled aggregates from construction and demolition waste suitable for concrete production. Construction and Building Materials, vol. 65, pp. 201-217.
- [35] Silva, V.; de Brito, J.; Dhir, K. (2014b) The influence of the use of recycled aggregates on the compressive strength of concrete: a review. European Journal of Environmental and Civil Engineering, vol. 19, n.º 7, pp. 825-849.
- [36] Tabsh, W.; Abdelfatah, S. (2009) Influence of recycled concrete aggregates on strength properties of concrete. Construction and Building Materials, vol. 23, pp. 1163-7.
- [37] Thomas, C.; Setién, J.; Polanco, A.; Alaejos, P.; Sánchez, M. (2013) Durability of recycled aggregate concrete. Construction and Building Materials, vol. 40, pp. 1054-1065.
- [38] Topçu, B. (1995) Using waste concrete as aggregate. Cement and Concrete Research, vol. 25, n.º 7, pp. 1385-1390.
- [39] Xiao, J.; Ying, J.; Shen, L. (2012) FEM simulation of chloride diffusion in modeled recycled aggregate concrete. Construction and Building Materials, vol. 29, pp. 12-23.

Influência da utilização de agregados reciclados com diferentes origens em betão estrutural Diogo Pedro, Jorge de Brito, Luís Evangelista

Identificação de dano baseada em métodos numéricos e de inteligência artificial

Damage identification based on numerical and artificial intelligence methods

João Santos Paulo Silveira Luís Calado Christian Crémona

Resumo

O controlo da segurança de estruturas de engenharia civil baseado na Monitorização da Integridade Estrutural (MIE) tem sido levado a cabo, de um modo geral, *a posteriori* e por comparação com bases de referência nas quais se tem de assumir que as estruturas monitorizadas se encontram sãs e inalteradas. Para além desta limitação, a larga maioria destas metodologias baseia-se em métodos de inteligência artificial (reconhecimento de padrões) ou em análises numéricas. As primeiras apenas permitem detetar dano mas não conseguem localizá-lo ou classificá-lo, enquanto as segundas permitem extrair os três níveis de informação (deteção, localização e classificação do dano) mas são computacionalmente ineficientes, e portanto inapropriadas para aplicação em tempo real.

O presente trabalho apresenta uma metodologia inovadora para deteção, localização e classificação de dano em estruturas de engenharia civil sem recorrer à comparação com bases de referência e em tempo real, recorrendo para tal à combinação de métodos de inteligência artificial, como as redes neuronais e os algoritmos de *clusters*, com métodos numéricos. A aplicação da metodologia a um caso real no qual foram impostos cenários de dano a uma ponte permitiu concluir sobre a validade e aplicabilidade prática da metodologia desenvolvida.

Abstract

Safety control of civil structures based on Structural Health Monitoring (SHM) has been conducted, in general, with a posterior character and resorting to the comparison of data with reference baselines, in which the target structures must be assumed as undamaged and unchanged. In addition, the large majority of SHM methods are based on artificial intelligence methods (pattern recognition) or in numerical analyses. While the first type of methodologies only allows detecting damage, the second type allows detecting, locating and classifying damage but is computationally inefficient and thus inappropriate for real-time operation.

The present work presents an innovative methodology for detecting, locating and classifying damage in civil engineering structures, without resorting to baseline comparison and in real-time. It consists in the combination of artificial intelligence methods, such as the neural networks and the clustering methods, with numerical methods. Its application to a real case study in which damage was imposed to a bridge allowed concluding about its validity and practical applicability.

Palavras-chave: Simulações numéricas / Redes neuronais / Análise de *clusters* / / Estatística robusta / Segurança estrutural

Keywords: Numerical simulations / Neural networks / Cluster analysis / Robust statistics / Structural safety

João Santos

Bolseiro de Pós-doutoramento Laboratório Nacional de Engenharia Civil Lisboa, Portugal josantos@lnec.pt

Paulo Silveira

Investigador Principal Laboratório Nacional de Engenharia Civil Lisboa, Portugal

Luís Calado

Professor Catedrático Instituto Superior Técnico Lisboa, Portugal

Christian Crémona

Investigador-Coordenador CEREMA Paris, França

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

SANTOS, J. P. [et al.] – Identificação de dano baseada em métodos numéricos e de inteligência artificial. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 81-89.

1 Introdução

Monitorização da integridade de estruturas (MIE) pode ser definida como a implementação de estratégias de identificação de dano em sistemas estruturais, de engenharia civil ou outros [1]. Este tema tem sido tratado através de dois tipos de abordagens distintas [2,3]: a abordagem inversa, ou model updating, e a abordagem direta, baseada em técnicas de inteligência artificial. A primeira consiste em encontrar os modelos numéricos que melhor se ajustam às respostas estruturais [4]. As soluções deste tipo de abordagens não são, em geral, únicas e a sua obtenção requer o uso de algoritmos de otimização e envolve grande complexidade computacional [5]. Não são, por isso, apropriadas à identificação de dano em tempo real. As abordagens baseadas em métodos de inteligência artificial são computacionalmente mais eficientes e apresentam-se como as melhores candidatas à identificação de dano em tempo real [6,7]. No entanto, o facto de não incluírem informação de carácter estrutural faz com que apenas permitam detetar dano, ao passo que as anteriores permitem também localizá-lo e classificá-lo.

O presente trabalho descreve uma abordagem original de monitorização da integridade estrutural que inclui modelos numéricos e algoritmos de inteligência artificial para deteção, localização e classificação de dano em tempo real. A abordagem proposta baseia-se em duas vertentes principais. A primeira consiste na geração numérica de uma base de dados de cenários de dano que se considera poderem pôr em causa a segurança de uma estrutura alvo. As entradas desta base de dados consistem em conjuntos de incrementos gerados nos sensores instalados *in situ*. A segunda vertente consiste na aplicação de redes neuronais, de algoritmos de *cluster* e de estatística robusta aos dados adquiridos para definir, em tempo real, um conjunto de incrementos experimentais que possam ser eficazmente comparados com os da base de dados.

Após esta breve introdução, a secção 2 descreve o caso prático estudado e a secção 3 os principais conteúdos teóricos. A secção 4 consiste na descrição da metodologia original desenvolvida através da aplicação ao caso prático. Finalmente, na secção 5 tecem-se algumas considerações finais.

2 Caso prático – a passagem superior Z24

A passagem superior Z24 foi construída em 1963 sobre a autoestrada Suíça A1 e localiza-se no cantão de Berna, próximo de Solothurn. A estrutura compreende um tabuleiro em caixão bicelular pré-esforçado com um vão central de 30 m e dois laterais de 14 m (Figura 1). Os dois pilares e os dois encontros têm 5,5 m de altura e encontram-se enviesados de 8,5° em relação ao eixo da ponte. A secção do tabuleiro tem 8,6 m de largura e 1,1 m de altura (Figura 2), com almas e banzos de 0,45 m e 0,2 m de espessura, respetivamente. Sobre os pilares existem dois diafragmas e junto aos encontros duas lajes de aproximação com 2,7 m de comprimento.

A passagem superior Z24 foi demolida em 1998 para permitir a construção de uma linha de caminho de ferro adjacente à autoestrada A1. Antes da demolição, a passagem superior foi sujeita a um extenso programa de monitorização estrutural entre novembro de 1997 e agosto de 1998, durante o qual a estrutura permaneceu inalterada. Em setembro de 1998, foram impostos diversos cenários de dano ao sistema estrutural [8,9]. Estes cenários consistiram em perdas de rigidez em diversos elementos estruturais e consequentes imposições de deslocamentos e rotações, e encontram-se identificados no Quadro 1 e descritos em [9].



Figura 1 Secção longitudinal da passagem superior Z24 [9]



Figura 2 Secção transversal do tabuleiro [9]

Cenário de dano	Data	Vulnerabilidade	Redução de rigidez	Deslocamento
1	9 a 18 ago 1998	Erosão interna	Fundação do pilar	Abaixamento do pilar
2	19 ago 1998	Erosão interna	Fundação do pilar	Rotação da fundação do pilar
3	25 e 26 ago 1998	Destacamento de betão	Tabuleiro	Incremento das flechas
4	27 ago 1998	Escorregamento de terras no encontro	Encontro	Rotação do encontro
5 e 6	2 a 9 set 1998	Corrosão nos cordões de pré-esforço	Tabuleiro	Incremento das flechas

Quadro 1 Cenários de dano impostos à passagem superior Z24

Durante o período de monitorização foram registadas acelerações em 16 acelerómetros assim como a temperatura: (i) no pavimento, (ii) nos banzos e (iii) nas almas do tabuleiro (TP, TW e TS, Figura 2). As séries temporais de temperaturas e das primeiras quatro frequências de vibração encontram-se apresentadas na Figura 3 e na Figura 4, e foram obtidas nos extensos estudos experimentais descritos e referidos em [8,9]. Nestas figuras, as linhas ponteadas verticais dividem o período no qual a estrutura permaneceu inalterada daquele em que a estrutura foi submetida ao cenário de dano 1 (Quadro 1), que consistiu na redução de rigidez de um pilar. Dados recolhidos durante os restantes cenários não foram considerados no presente artigo.



Figura 3 Frequências correspondentes aos primeiros quatro modos de vibração obtidas na passagem superior Z24. Linha vertical ponteada divide a condição estrutural inalterada da correspondente ao cenário 1 do Quadro 1 [8,9]





3 Conteúdos teóricos

3.1 Redes neuronais artificiais

As redes neuronais artificiais são usadas no presente artigo com o objetivo de modelar o comportamento estrutural sob ação dos efeitos ambientais e operacionais, com especial ênfase na temperatura apresentada no ponto anterior, para em seguida obter respostas estruturais que sejam livres desses mesmos efeitos. Esta tarefa é apelidada, no âmbito de MIE, de normalização de dados (ou supressão de efeitos) e a escolha de redes neuronais artificiais para a levar a cabo justifica-se por:

- se pretender modelar a resposta estrutural sem quaisquer premissas relativamente à relação entre esta e as ações (as redes neuronais encontram, por si, estas relações);
- por se pretender um algoritmo com capacidade para modelar e "aprender" relações altamente não lineares.

O modelo de estimação da resposta estrutural de redes neuronais aqui utilizado consiste no Perceptrão Multi-Camada [10] que é definido com grandezas ambientais e operacionais (que neste caso prático consiste na temperatura – Figura 4) como *input* e com as respostas estruturais (que neste caso prático consistem nas frequências – Figura 3) como *output*. As primeiras são identificadas com a letra x e as segundas com a letra y no grafo que representa os modelos usados (Figura 5).





O modelo de rede neuronal artificial usado é constituído por três camadas de unidades neuronais artificiais, tendo a de *output* um caráter linear e a camada escondida (ou intermédia – ver Figura 5) um caráter não linear fornecido por funções de tangente hiperbólica. Esta arquitetura foi escolhida por se saber que permite modelar de forma eficaz e computacionalmente eficiente qualquer relação contínua não linear [10]. A formulação matemática destes modelos pode ser colocada, de forma simples, através da expressão:

$$y_{iv} = \sigma \left(\sum_{s=1}^{m} \hat{z}_{ik}^{r} u_{sv}^{(W)} \right) + re_{iv} = \sigma \left(\sum_{s=1}^{m} h \left(\sum_{j=1}^{d+1} x_{ij} u_{jk}^{(U)} \right) u_{sv}^{(W)} \right) + re_{iv}, \quad v = 1...p \quad (1)$$

na qual *h* é a função tangente hiperbólica utilizada nos neurónios artificiais da camada intermédia, σ a relação linear das unidades neuronais de *output*, *x* uma leitura de temperatura, *y* um valor de frequência, *re* os erros residuais associados à estimativa gerada pela rede neuronal e *z* o valor de saída das unidades neuronais da camada escondida. A grandeza *u* consiste nos pesos definidores do modelo de rede neuronal e divide-se em pesos da camada escondida (índice *II*) e pesos da camada de *output* (com índices *III*).

Tal como em modelos de regressão linear, também o modelo ótimo de rede neuronal artificial se pode obter através da minimização dos erros quadrados de estimação. No entanto, ao contrário dos modelos mais simples, nas redes neuronais não é possível obter uma solução analítica para este problema [11]. Para obviar esta incapacidade, é costume recorrer-se a métodos numéricos para obter a estimativa dos erros quadrados. De entre os vários existentes na literatura, os mais comummente utilizados são baseados na obtenção do gradiente dos erros através da retropropagação do erro ao longo da rede neuronal. De entre estes, foi utilizado no presente trabalho o *gradient descent* [10], que consiste em fazer variar os valores dos pesos, u, a cada iteração Ψ , de acordo com o simétrico do gradiente dos erros, como se mostra na Eq.(2):

$$U^{\{\Psi+1\}} = U^{\{\Psi\}} - \eta \nabla SSR^{\{\Psi\}}(U)$$
⁽²⁾

Nesta equação $U^{(\Psi)} e U^{(\Psi+1)}$ representam os valores de erros obtidos na iteração $\Psi e \Psi + 1$, respetivamente, ao passo que ∇SSR é o gradiente da soma dos erros quadráticos e η denomina-se de taxa de aprendizagem e é um fator que define qual o "passo" dado na direção do gradiente, em direção ao mínimo da curva de erro.

A escolha da arquitetura de rede e a garantia de que esta "aprende" as relações entre grandezas em vez de as "memorizar" foram obtidas através de técnicas de regularização quadrática, que se encontram convenientemente descritas em [10,11].

3.2 Análise de clusters

A identificação de comportamentos estruturais distintos num conjunto de dados adquiridos de um sistema estrutural é levada a cabo, no presente trabalho, através de análise de *clusters* [12,13]. A família de métodos de inteligência artificial apelidados de *clusters* é classificada de não supervisionada, o que significa que permitem classificar respostas estruturais sem qualquer premissa sobre a condição estrutural presente ou passada [12]. O objetivo de um método de análise de *clusters* pode ser definido como a divisão de um conjunto de dados, uni ou multivariado, em subconjuntos que devem ser tão compactos e estar tão afastados entre si quanto possível. Para tal é necessário definir distâncias entre pares de objetos de dados, cujos valores elevados indicam pares discrepantes, ao passo que valores baixos indicam pares de objetos semelhantes, de acordo com as suas distribuições reais.

Matematicamente, o objetivo de um método de análise de *clusters* pode ser definido como a tentativa de minimização da distância global intra-*cluster*, $W(C_{\nu})$,

$$W(C_{\kappa}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\kappa} \sum_{C(i)=k} \sum_{C(j)=k} d_{ij}$$
(3)

em que C(i) é uma regra de alocação, que atribui o objeto *i* ao *cluster k*, e d_{ij} , a distância entre os objetos de dados *i* e *j*. A minimização da distância $W(C_k)$ tem como consequência direta a maximização da distância inter-*cluster* $B(C_k)$,

$$B(C_{k}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} d_{ij} - W(C_{k})$$
(4)

na qual N é o número total de objetos considerados na análise. Várias famílias de métodos de análise de *cluster* podem ser encontradas na literatura, sendo os mais conhecidos e utilizados os partitivos e os hierárquicos. No presente trabalho optou-se por utilizar o método partitivo *Dynamic Cloud* [14] para poder definir *clusters* justapostos de dados, aumentando assim a sensibilidade a anomalias e minimizando o esforço computacional.

O método Dynamic Cloud é iterativo por natureza e começa por uma fase de inicialização onde o número de objetos de dados a analisar é definido e os protótipos de cada cluster aleatoriamente colocados no espaço de dados a analisar (Figura 6a). Cada iteração começa pela fase de alocação, onde os objetos de dados são atribuídos ao cluster mais próximo (Figura 6b), à qual se segue a representação, sendo os protótipos de cada cluster definidos como os centros geométricos dos objetos que lhes foram atribuídos (Figura 6c). Este processo repete-se então até que os protótipos não sejam alterados

durante um número predefinido de iterações sucessivas. Em geral o método converge em menos de dez iterações.



Figura 6 Método *Dynamic Cloud*: (a) inicialização, (b) alocação da iteração 1, (c) representação da iteração 1, (d) alocação da iteração 2, (e) representação da iteração 2 e (f) conjunto final de protótipos de *clusters*

A utilização deste método de análise de clusters requer a definição de objetos de dados simbólicos que, em vez de consistirem em leituras individuais relativas a sensores distintos, são definidos através de conceitos, como por exemplo intervalos de tempo de leituras, elementos estruturais ou mesmo até sistemas estruturais integrais. Uma descrição detalhada da utilização deste tipo de dados em análise de *clusters* pode ser encontrada em [18]. Este tipo de dados é mais genérico que os dados "clássicos" (leituras) e permite realizar uma grande compressão do volume de dados sem perda de informação estrutural [12]. Cada objeto simbólico é descrito por um ou mais histogramas ou intervalos interquartilhos (um por grandeza em análise, que no presente caso consistem em frequências), o que lhe confere elevada precisão na representação dos dados que o constituem. No presente trabalho foi decidido utilizar intervalos interquartilhos para descrever objetos simbólicos. A distância simbólica usada neste trabalho, para quantificar a similaridade entre pares de objetos simbólicos, é a distância de Hausdorff [14] devido à sua simplicidade computacional e à sua eficiência demonstrada em trabalhos anteriores [13,15]. A distância de Hausdorff definida entre dois objetos simbólicos, T, e T, pertencentes a um conjunto de dados com N objetos descritos por r = 1, ..., p intervalos, respetivamente $\left(T_{i,inf}^{(r)};T_{i,sup}^{(r)}\right) \in \left(T_{j,inf}^{(r)};T_{j,sup}^{(r)}\right)$, é definida por:

$$\boldsymbol{d}_{ij} = \left(\sum_{r=1}^{p} \left[\frac{\boldsymbol{\Phi}_{r}(\boldsymbol{T}_{i},\boldsymbol{T}_{j})}{\boldsymbol{H}_{r}}\right]^{2}\right)^{\nu_{2}}$$
(5)

em que $\Phi_{\!_{r}}$ é a dissimilaridade univariada de Hausdorff, que é dada por:

$$\varphi_r(T_i, T_j) = max\left(\left|T_{i,inf}^{(r)} - T_{j,inf}^{(r)}\right|, \left|T_{i,sup}^{(r)} - T_{j,sup}^{(r)}\right|\right)$$
(6)

ao passo que o termo de normalização pode ser obtido através de:

$$H_{r}^{2} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left[\phi_{r} \left(T_{i}, T_{j} \right) \right]^{2}$$
(7)

A análise de *clusters* permite separar um conjunto de dados em

qualquer número de *clusters*, quer estes existam realmente nos dados analisados ou não. Para verificar qual o número de *clusters* que de facto existe no conjunto de dados em análise, podem ser usados índices de validação de *clusters* [16]. No presente trabalho foi utilizado o índice de validação Calinski and Harabasz, por ter exibido desempenho superior no estudo [13,15].

4 Metodologia desenvolvida

Deteção de dano em tempo real baseada em janelas móveis

A primeira tarefa da metodologia desenvolvida para identificação de dano consiste na deteção de anomalias em tempo real. Para que uma estratégia deste tipo seja bem-sucedida, tem de ser executada imediatamente após a aquisição (e transmissão remota) de cada conjunto de dados e não pode fornecer falsos alertas. Em acréscimo, a metodologia deve ser tão sensível quanto possível, por forma a detetar anomalias antes de estas constituírem dano, ou seja, antes de estas poderem influenciar o bom desempenho estrutural, presente ou futuro [13].

No presente trabalho, a elevada sensibilidade foi conseguida através da utilização de algoritmos de *clusters* que, por oposição aos restantes métodos de análise de dados, avaliam compacidade / densidade em vez de valores absolutos ou relativos. A robustez a alertas falsos foi conseguida através da utilização de modelos de redes neuronais para suprimir efeitos ambientais ou operacionais e, como se verá adiante neste ponto, através do estabelecimento de limites de confiança robustos, cujos valores não dependem da existência de valores anómalos (*outliers*). A capacidade de análise em tempo real foi conseguida através da aplicação de todos estes métodos em janelas móveis, de forma idêntica a um simples cálculo de médias móveis, mas com uma base teórica mais complexa.

4.1.1 Supressão dos efeitos ambientais

A supressão dos efeitos ambientais em janelas móveis foi levada a cabo usando as redes neuronais Perceptrão Multi-Camada. Estes algoritmos foram definidos e treinados para cada janela de forma independente e deles foram obtidos os erros residuais que, tal como foi referido no ponto 3.1, consistem em respostas estruturais não influenciadas por efeitos externos como os ambientais ou operacionais. Para o caso de estudo da passagem superior Z24 foram definidas janelas móveis com duração de 60 dias e sobreposição de 50, resultando assim numa capacidade de detetar dano a cada 10 dias. A dimensão de objetos simbólicos e janelas ao longo do tempo foi escolhida para ilustrar de forma clara e simples os métodos aqui propostos. No entanto, estes parâmetros foram alvo de estudos detalhados em [13,17,18], tendo sido possível atingir-se resoluções temporais de deteção de 3 minutos para aquisição dinâmica [13] e de 1 dia para aquisição com caráter estático [18].

A escolha de janelas móveis realizada para o presente caso de estudo resultou em 27 janelas de dados analisadas independentemente. Destas 27 janelas, mostram-se na Figura 7 as últimas 20 contendo duas séries temporais da terceira frequência de vibração: a cor azul a



Figura 7 Supressão dos efeitos ambientais numa estratégia de janelas móveis. A cor azul apresenta-se a 3ª frequência influenciada pela temperatura e a cor verde já com o efeito desta ação suprimido. Na janela TW=27 encontra-se a linha vertical ponteada indicando o instante em que foi imposto o cenário de dano 1: redução de rigidez do pilar. Valores de frequência centrados na média de cada janela

série obtida *in situ*, contendo os efeitos da temperatura, e a cor verde a série de erros residuais de frequência, livre de efeitos externos, obtida com recurso à rede neuronal. Na janela TW = 27 encontra-se a linha vertical ponteada indicando o instante em que foi imposto o cenário de dano 1: redução de rigidez do pilar.

Como pode ser observado na Figura 7, existe uma grande variabilidade nos dados adquiridos *in situ* (cor azul), que pode ser geradora de inúmeros e importantes falsos alertas. No entanto, após aplicação das redes neuronais estes dados mostram tendência nula e fraca variabilidade, assemelhando-se a um sinal com variações de caráter aleatório. A exceção a esta constatação consiste na janela TW = 27, onde se observa que a rede neuronal não removeu a tendência clara gerada pela imposição do cenário de dano 1. Este facto mostra que a rede neuronal é capaz de distinguir, por si, comportamentos anómalos e regulares sem recorrer a qualquer *input* humano ou a bases de referência nas quais a estrutura tenha de ser considerada sã e inalterada.

4.1.2 Classificação robusta de dados

O *output* obtido na secção anterior consiste na obtenção, em cada janela, de séries temporais de respostas estruturais livres de efeitos externos ambientais. Este tipo de informação mostra se a estrutura foi ou não danificada no período correspondente a cada janela: os gráficos de cor verde representados na Figura 7 mostram média nula e caráter aleatório em todas as janelas com exceção da última, ao longo da qual ocorreu, de facto, o cenário de dano 1. No entanto, não fornece informação binária do tipo VERDADEIRO / FALSO sobre a existência de dano. A extração de informação binária torna-se crucial para uma deteção em tempo real e para a obter recorreu-se, no presente trabalho, a algoritmos de classificação estatística e, de entre estes, a algoritmos de *clusters* por não requererem bases de referência para classificar informação de MIE, quanto a relacionada com estruturas sãs ou alteradas.

O método *Dynamic Cloud* foi aplicado, no presente trabalho, de forma independente aos dados pertencentes a cada janela (apresentadas na Figura 7). Cada uma destas análises compreendeu várias inicializações com números diferentes de *clusters*. De entre estas, as que produziram maior valor do índice de Calinski and Harabasz foram automaticamente escolhidas para análise. Cada janela foi definida por forma a conter 6 objetos de dados simbólicos, descritos pelos seus intervalos interquartilhos, dos quais se obtiveram as distâncias de Hausdorff.

Dos *clusters* obtidos de cada uma das análises descritas no parágrafo anterior foi definido um índice de dano que, apesar de ter valor único, é capaz de descrever a condição estrutural observada durante o período correspondente a uma janela de dados com comprimento e número de sensores arbitrário. Este índice, intitulado *DI* – índice de dano, é definido como a distância entre *clusters* automaticamente definidos pelo *Dynamic Cloud* e encontra-se formulado matematicamente na Eq.(8), na qual *K* é o número de *clusters* encontrado no conjunto de dados em análise e d_{ck} a distância entre o objeto *c* e o *cluster k*.

$$DI = \frac{1}{K(K-1)} \sum_{k=1}^{K} \sum_{c=1}^{K} d_{ck}$$
(8)

Os testes de hipótese estatísticos são então feitos diretamente no índice DI, resultando assim num processo mais simples e eficiente quando comparado com o teste estatístico dos dados adquiridos in situ. Tal como a normalização de dados, também a classificação se definiu baseada em janelas móveis: o limite de confiança foi definido recorrendo a um conjunto de índices DI igual ao número de dados simbólicos existentes em cada janela. Esta estratégia foi já usada com sucesso noutras aplicações [13,15,17,28] e neste trabalho resultou em amostras de índices DI com dimensão 6. Com o objetivo de evitar a comparação com bases de referência, as amostras testadas são usadas para definir os próprios limites de teste / / confiança. Para garantir que estes são robustos (ausência de falsos alertas) e que os danos são detetados, estes limites foram definidos com base em grandezas estatísticas robustas, nomeadamente na mediana (para estimar o centro de cada amostra de DI) e na MAD (mediana do desvio à mediana – para estimar a variabilidade das amostras). Assim, os limites de confiança, CB, de cada janela são definidos de acordo com a expressão apresentada na Eq.(9):

$$CB_{i} = med[DI_{i-w+1}DI_{i}] + X_{1-\alpha}^{2}MAD[DI_{i-w+1}DI_{i}]/\sqrt{W}$$
(9)

na qual o índice *i* representa o objeto simbólico considerado, *w* representa o número de objetos simbólicos existentes em cada janela, *med* representa o valor mediano e $X_{1-\alpha}$ representa o percentil 1 - α da distribuição chi-quadrado.

Das janelas apresentadas na Figura 7 foram obtidas as séries temporais de *DI* e *CB* apresentadas na Figura 8 com as cores correspondentes. Nestas pode observar-se o caráter adaptativo (variável ao longo do tempo) dos limites de confiança, necessário para identificação em tempo real. Na mesma figura pode observar-se também que sem a utilização de redes neuronais para modelar e normalizar os dados, a deteção de dano fornece falsos alertas nas janelas onde se verificam maiores variações de temperatura (*TW* = 10 a 15 – Figura 8a). Estes falsos alertas assumem valores de *DI* maiores que os gerados pelo dano imposto na janela *TW* = 27. Pelo contrário, caso sejam utilizadas redes neuronais, os falsos alertas desaparecem e a deteção "verdadeira" (*TW* = 27) é a única obtida (Figura 8b).



Figura 8 Séries de *DI* e *CB* (a) com recurso a redes neuronais MLP e (b) sem recurso a estas

4.2 Localização e classificação de dano em tempo real

A metodologia de localização e classificação de dano em tempo real baseia-se na de deteção apresentada no ponto anterior, é também realizada em janelas móveis e requer que o dano a localizar e classificar tenha sido já detetado. Assim, as rotinas desenvolvidas para localização e classificação permanecem em modo de suspensão durante a aquisição de dados até que o valor de *DI* exceda, nalguma janela, o valor correspondente de *CB*. Quando tal acontece, a metodologia avalia, de forma instantânea, o ajuste entre as variações das respostas estruturais obtidas *in situ*, na janela em que *DI* > *CB*, e as variações pertencentes a uma base de dados de cenários de dano, previamente gerada com recurso a análises numéricas.

4.2.1 Geração de base de dados com cenários de dano numéricos

A geração de bases de danos de cenários é realizada com o objetivo de simular os cenários mais gravosos para a segurança da estrutura alvo. No caso de estudo da passagem superior Z24, esta base de dados foi definida com os cenários de dano descritos no programa experimental [8,9] e apresentados no Quadro 1. Assim, foram simulados seis cenários, três dos quais consistiram em variações de rigidez num dos pilares (cenário 1, Figura 9) e em duas secções do tabuleiro (cenários 5 e 6, Figura 9) e outras três em rotações impostas nas fundações do pilar (cenários 3 e 4, Figura 9) e de um dos encontros (cenário 4, Figura 9).

Para cada um dos cenários foram obtidas as variações, ou incrementos, das frequências de vibração medidas *in situ*, que consistem nas primeiras quatro frequências de vibração. Estes incrementos, denominados no presente trabalho de incrementos numéricos, *NI*, encontram-se apresentados para as quatro frequências de vibração e para cada um dos seis cenários sob a forma de gráficos de barras, na Figura 10. A sua obtenção consistiu na subtração das frequências de vibração da estrutura sã pelas frequências de vibração obtidas em cada um dos cenários de dano. A magnitude das variações de rigidez consideradas em cada um dos cenários na Figura 10 foram normalizados para um valor máximo absoluto de 1.



Figura 9 Modelo numérico tridimensional da passagem superior Z24 e cenários de dano impostos ao mesmo para geração da base de dados de danos



Figura 10 Incrementos numéricos das primeiras quatro frequências de vibração da passagem superior Z24

4.2.2 Avaliação do ajuste entre informação experimental e numérica

Uma vez definida a base de dados de cenários de dano, a metodologia de classificação e localização de dano baseia-se na comparação destes incrementos (*NI*) com os obtidos dos dados adquiridos *in situ*, aqui denominados de incrementos simbólicos (*SI*) devido à natureza da sua obtenção. Para obter cada conjunto de *SI*, o procedimento descrito em 4.1 para obtenção do índice de dano, *DI*, é repetido não para o conjunto de todas as respostas medidas *in situ*, mas para cada uma das respostas em separado. Assim, em vez de um valor de *DI* único para a estrutura, cada janela gera um conjunto de incrementos *SI*, com número igual aos das grandezas adquiridas *in situ*. No caso de estudo da passagem superior Z24, este procedimento consiste na obtenção de um incremento *SI* para cada uma das quatro frequências de vibração.

Os incrementos *SI* obtidos da janela 27 (na qual foi imposto o dano) encontram-se apresentados na Figura 11a. A comparação destes incrementos com os numéricos apresentados na Figura 10 foi feita com recurso à formulação dada pelo índice *MAC*, que é tradicionalmente usado como forma de aferir a correlação entre modos de vibração estrutural [18],

$$Corr_{sc}(SI,NI) = \frac{\left(\sum_{j=1}^{p} SI_{j} NI_{j,sc}\right)^{2}}{\sum_{j=1}^{p} SI_{j} SI_{j} \sum_{j=1}^{p} NI_{j,sc} NI_{j,sc}}; sc = 1,...,SC$$
(10)

por se verificar que leva a maior precisão quando comparada com a formulação "tradicional" de correlação [18]. Na Eq.(10), sc é o índice de cenário de dano e SC o número total de cenários simulados numericamente.

A avaliação do ajuste entre os incrementos simbólicos, obtidos da janela TW = 27, e os numéricos apresenta-se na Figura 11b, onde se pode observar que, de entre os cenários simulados numericamente, aquele que corresponde aos dados adquiridos *in situ* e analisados no presente trabalho (cenário 1) é o que apresenta maiores valores de correlação, que atingem os 90%. Este resultado permite concluir

sobre a eficácia da metodologia desenvolvida em detetar, localizar e classificar dano estrutural em tempo real e sem recorrer a bases de referência.



Figura 11 Valores de (a) incrementos simbólicos e (b) de correlação entre estes e os incrementos numéricos

5 Considerações finais

O presente trabalho propõe uma metodologia inovadora para deteção, localização e classificação de dano em estruturas de engenharia civil, que não assume quaisquer premissas sobre a condição estrutural. Esta consiste na combinação de algoritmos de reconhecimento de padrões com análises numéricas e o seu teste e validação foram feitos através da sua aplicação à passagem superior Z24, situada na Suíça e à qual foram impostos cenários de dano durante a sua vida útil.

Os algoritmos de inteligência artificial usados no desenvolvimento da metodologia proposta no presente trabalho consistem nas redes neuronais artificiais e nos algoritmos de *clusters*. As redes neuronais foram utilizadas para "aprender" e estimar a resposta estrutural sob imposição de ações ambientais e operacionais. Os algoritmos de *clusters* aplicados ao *output* das redes neuronais permitiram que a identificação de danos pudesse ser feita de forma totalmente automática e sem assumir quaisquer premissas sobre a condição estrutural.

A automatização da deteção de dano foi levada a cabo através da definição de janelas móveis, garantindo assim que a metodologia se processa de forma contínua e automática ao longo do tempo.

A localização e classificação de dano baseou-se na geração numérica de cenários de alterações estruturais e na comparação dos resultados com o *output* dos algoritmos de *clusters*. Esta comparação permitiu identificar com sucesso o cenário monitorizado *in situ*, de entre um conjunto de cenários gerados numericamente.

Referências

 C. R. Farrar; K. Worden – "An introduction to structural health monitoring", *Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 365, no. 1851, pp. 303–315, Feb. 2007.

- [2] S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime; D. W. Shevitz Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review, Los Alamos, USA, 1996.
- [3] F. L. Wang, T. H. T. Chan; D. P. Thambiratnam; A. C. C. Tan; C. J. L. Cowled – "Correlation-Based Damage Detection for Complicated Truss Bridges Using Multi-Layer Genetic Algorithm", *Adv. Struct. Eng.*, vol. 15, no. 5, pp. 693–706, May 2012.
- [4] S. D. Glaser; A. Tolman "Sense of Sensing: From Data to Informed Decisions for the Built Environment", J. Infrastruct. Syst., vol. 14, no. 1, pp. 4–14, 2008.
- [5] M. Sahin; R. A. Shenoi "Quantification and localisation of damage in beam-like structures by using artificial neural networks with experimental validation", *Eng. Struct.*, vol. 25, no. 14, pp. 1785–1802, 2003.
- [6] K. Worden; J. M. Dulieu-Barton "An Overview of Intelligent Fault Detection in Systems and Structures", *Struct. Heal. Monit.*, vol. 3, no. 1, pp. 85–98, Mar. 2004.
- [7] D. F. Giraldo "Damage Detection Accommodating Varying Environmental Conditions", *Struct. Heal. Monit.*, vol. 5, no. 2, pp. 155– 172, Jun. 2006.
- [8] B. Peeters; G. de Roeck "One-year monitoring of the Z24 Bridge environmental effects versus damage events", *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, vol. 30, no. 2, pp. 149–171, 2001.
- [9] E. Reynders; G. De Roeck "Continuous vibration monitoring and progressive damage testing on the Z24 bridge", in *Encyclopedia of Structural Health Monitoring*, 1st ed., Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2009, Cap. 126, pp. 2149–2158.
- [10] C. M. Bishop Pattern Recognition and Machine Learning. Berkeley, USA: Springer, 2006, p. 748.
- [11] T. Hastie The Elements of Statistical Learning, Data Mining, Inference and Prediction, 2nd ed. Stanford, USA: Springer, 2011, p. 763.
- [12] A. Cury Téchniques D'Anormalité Appliquées a la Surveillance de Santé Structurale, Université Paris-Est, 2010.
- [13] J. Santos; A. D. Orcesi; C. Crémona; P. Silveira "Baseline-free realtime assessment of structural changes", *Struct. Infrastruct. Eng. Maintenance*, Manag. Life-Cycle Des. Perform., 2014.
- [14] E. Diday; Noirhomme-Fraiture Symbolic Data Analysis and the SODAS Software. Chicester, UK: John Wiley and Sons, 2008, p. 445.
- [15] J. Santos; C. Crémona; A. D. Orcesi; P. Silveira "Multivariate Statistical Analysis for Early Damage Detection", *Eng. Struct.*, vol. 56, pp. 273– 285, 2013.
- [16] G. Milligan; M. Cooper "An Examination of Procedures for Determining the Number of Clusters in a Data Set", *Psychometrika*, vol. 50, no. 2, pp. 159–179, 1985.
- [17] J. Santos; C. Crémona; A. Orcesi; P. Silveira "Baseline-Free Real-Time Novelty Detection Using Vibration-Based Symbolic Features", in EVACES'13, 2013, pp. 1–8.
- [18] J. P. Santos Smart Structural Health Monitoring Techniques for Novelty Identification in Civil Engineering Structures, Instituto Superior Técnico - University of Lisbon, 2014.
- [19] EN1990 "Eurocode 0: Basis of Structural Design", Brussels, Belgium, 1990.

Identificação de dano baseada em métodos numéricos e de inteligência artificial João Santos, Paulo Silveira, Luís Calado, Christian Crémona

Estudo experimental do comportamento sísmico de pilares de betão armado sujeitos à flexão biaxial

Experimental study of the seismic behaviour of RC columns subjected to biaxial loadings

Hugo Rodrigues André Furtado António Arêde Humberto Varum

Resumo

O estudo do comportamento de pilares de betão armado sujeitos a esforcos de flexão biaxial cíclica combinados com carga axial é uma temática ainda pouco aprofundada como se comprova pelo número limitado de trabalhos experimentais que se podem encontrar na literatura. A importância destes estudos é particularmente relevante dado que na resposta tridimensional dos edifícios se verifica este tipo de solicitações nos pilares, sendo reconhecido que esforços de flexão biaxial cíclica tendem a reduzir a capacidade resistente e a aumentar a degradação de rigidez dos pilares de betão armado. Neste estudo é apresentada uma vasta campanha experimental de pilares de betão armado, de diferentes secções geométricas e diferentes armaduras longitudinais, sujeitos a flexão uniaxial e biaxial cíclica combinada com esforço axial constante e/ou variável com diferentes histórias de carregamento. Será apresentada ao longo do estudo uma análise comparativa do comportamento dos pilares sujeitos a flexão uniaxial e biaxial e a influência da história de carregamento, em termos da resposta força-deslocamento, degradação da rigidez e evolução da dissipação de energia.

Palavras-chave: Pilares de BA / Flexão biaxial cíclica / Estudo experimental

Abstract

The study of the reinforced concrete columns behaviour subjected to biaxial cyclic loading and axial load is a subject still little depth studied, as evidenced by the reduced number of experimental studies available in the literature. This topic is of full importance since the tridimensional response of the buildings it is observed this type of loading solicitation, and furthermore it is recognized that the biaxial loading reduce the capacity of the reinforced concrete columns and increase the stiffness degradation. In this study a large experimental campaign of reinforced concrete columns, with different geometric section and reinforcement detailing, subjected to uniaxial and biaxial bending combined with axial and variable axial load is presented. The evaluation between the uniaxial and the biaxial response, and the influence of the load path will be performed in terms of hysteretic force-displacement curves, stiffness degradation and energy dissipation.

Keywords: RC columns / Biaxial cyclic loading / Experimental study

Hugo Rodrigues

Professor Adjunto RISCO – ESTG, Instituto Politécnico de Leiria Leiria, Portugal hugo.f.rodrigues@ipleiria.pt

André Furtado

Investigador CONSTRUCT-LESE, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Porto, Portugal afurtado@fe.up.pt

António Arêde

Professor Associado CONSTRUCT-LESE, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Porto, Portugal aarede@fe.up.pt

Humberto Varum

Professor Catedrático CONSTRUCT-LESE, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Porto, Portugal hvarum@fe.up.pt

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

RODRIGUES, H. [*et al.*] – Estudo experimental do comportamento sísmico de pilares de betão armado sujeitos à flexão biaxial. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 1. ISSN 2183-8488 (julho 2016) 91-98.

1 Introdução

O estudo da resposta de elementos estruturais de betão armado sujeitos a cargas axiais em combinação com flexão biaxial cíclica é reconhecido como um tópico importante para a definição do comportamento sísmico das estruturas de BA em zonas de moderado/alto risco sísmico. A importância deste tópico justifica-se pelo facto de a ação sísmica atuante sobre os edifícios não ocorrer numa única direção e, por outro lado, porque a própria resposta dos edifícios é tridimensional quer pela sua orientação face à ação sísmica, quer pelas suas irregularidades estruturais. O efeito da ação biaxial aplicada sobre um elemento de betão armado conduz a uma aceleração da degradação de rigidez e resistência durante a ação cíclica.

Os resultados experimentais disponíveis sobre o comportamento de pilares de betão armado sujeitos a carga axial e esforços de flexão biaxiais são muito limitados, continuando a existir muitas incertezas no que se refere à relação e combinação das histórias de carga a aplicar nas duas direções principais. Como consequência desta lacuna, o atual conhecimento sobre a resposta não-linear de elementos de betão armado sujeitos à flexão biaxial é muito limitado quando comparado com o conhecimento para a flexão unidirecional [1-3].

Apesar de a quantidade de resultados experimentais ser claramente insuficiente, durante os últimos 30 anos diversos investigadores têm dado contributos importantes para o avanço do conhecimento nesta matéria, em particular: Takizawa e Aoyama, 1976 [4], Otani *et al.*, 1980 [5], Saatcioglu *et al.* [6], Bousias *et al.*, 1992 [7], Kim e Lee, 2000 [8], Qiu *et al.*, 2002 [9], Tsuno e Park, 2004 [10], Nishida e Unjoh, 2004 [11], Umemura e Ichinose, 2004 [12], Kawashima *et al.*, 2006 [13], Li *et al.*, 2008 [14], Acun, 2010 [15] e Rodrigues, 2012 [17].

O trabalho experimental apresentado neste artigo é parte do trabalho que tem vindo a ser desenvolvido ao longo dos últimos anos no Laboratório de Engenharia Sísmica e Estruturas (LESE), da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), para o estudo de pilares de betão armado, de edifícios e pontes, sob ações horizontais cíclicas [17-23]. O principal objetivo da campanha experimental deste trabalho é o estudo do comportamento cíclico uniaxial e biaxial de pilares de betão armado e esforço axial constante. Os resultados serão apresentados em termos da resposta histerética força-deslocamento, degradação da rigidez e dissipação da energia.

2 Estudo experimental de pilares de betão armado

2.1 Descrição das amostras e do *setup* experimental

A presente campanha experimental é composta por quatro séries de pilares de BA construídos com três secções geométricas e disposições de armaduras diferentes, que foram sujeitas a diferentes histórias de carregamentos. Um total de dezasseis pilares com 1,70 m de altura, encastrados numa sapata quadrada de dimensões 1,30 × 1,30 m² em planta com altura de 0,50 m foram divididos em 3 tipos de secções, como ilustra a Figura 1: 0,20 × 0,40 m² (série 1), 0,30 × 0,40 m² (série 2) e 0,30 × 0,50 m² (série 3 e 4). É assumido que o ponto de inflexão de um pilar de 3 m se situa a meia altura deste (\approx 1,5 m), representando assim o comportamento de um pilar da base de um edifício típico de betão armado quando sujeito a ações sísmicas.



Figura 1 Pilares de betão armado em estudo a) secção transversal e detalhes de armaduras para cada série; b) dimensões gerais e c) *setup* experimental

O setup experimental é composto por dois atuadores horizontais (um com capacidade de 500 kN com \pm 150 mm de amplitude e outro com capacidade de 200 kN com \pm 100 mm de amplitude) e um atuador vertical para aplicação do esforço axial com capacidade para 700 kN, como ilustra a Figura 2. O sistema de reação é composto por 2 estruturas metálicas e uma parede resistente de betão armado. Os pórticos de reação metálicos e as sapatas dos pilares ensaiados foram fixados à laje de reação do laboratório através de varões pré-esforçados de forma a impedir escorregamentos e/ou fenómenos de derrubamento. Durante os ensaios experimentais garantiu-se que o atuador vertical permanece na mesma posição durante o ensaio enquanto o pilar acomoda o deslocamento horizontal imposto, através de um sistema de deslizamento desenvolvido e colocado entre o topo do pilar e o atuador vertical, minimizando assim o atrito. A transmissão da carga vertical é realizada através de um dispositivo constituído por duas placas com as superfícies de contacto concebidas para minimizar o atrito que ocorre quando se impõem os deslocamentos horizontais. A placa inferior está pousada sobre o provete, enquanto que a placa superior está ligada ao atuador vertical, através de uma rótula que permite as rotações do topo do pilar que ocorrem durante o ensaio quando são impostos os deslocamentos horizontais, e a uma barra rígida à qual está acoplada uma célula de carga que mede a força de atrito que ocorre entre as duas placas [17].



Figura 2 Esquema em planta do *setup* de ensaio de pilares de betão armado sujeitos a flexão biaxial com carga axial desenvolvido no Laboratório LESE

2.2 História de carregamento

Com o objetivo de estudar e caracterizar a resposta de pilares de betão armado sujeitos a flexão biaxial combinada com esforço axial constante e/ou variável, foram aplicados deslocamentos laterais cíclicos com um aumento constante dos níveis de exigência. Cinco histórias de deslocamento foram adotadas para o carregamento horizontal biaxial, ilustrado na Figura 3, e são considerados os seguintes deslocamentos de pico (em mm): 3, 5, 10, 4, 12, 15, 7, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75 e 80 mm. Para as séries 1, 2 e 3 foi aplicado esforço axial constante durante o ensaio, tendo a série de pilares 4 sido sujeita a esforço axial variável. Antes dos testes com variação do esforço axial, as capacidades de pico em termos de deslocamento e resistência correspondentes à primeira

Séries	Pilares	Geometria [cm × cm]	<i>f_{cm}</i> [MPa]	$f_{_{yk}}$ [MPa]	Esforço axial [kN]	$^{\mathcal{N}}$ N/($A_c f_{cm}$)	Lei de carregamento horizontal
	PB01-N01			422.62	170	0,04	Uniaxial – Maior inércia
1	PB02-N02	2040	40.25				Uniaxial – Menor inércia
	PB12-N03	20 × 40	48,35	432,03			Cruz
	PB12-N04						Losango
	PB01-N05				300	0,12	Uniaxial – Maior inércia
2	PB02-N06	30 × 40	21 /0	129.69			Uniaxial – Menor inércia
	PB12-N07	50 × 10	21,40	729,09			Losango
	PB12-N08						Quadrado
	PB01-N09		24,39	429,69	300	0,08 —	Uniaxial – Maior inércia
з	PB02-N10	30 x 50					Uniaxial – Menor inércia
, ,	PB12-N11	30 × 30					Losango
	PB12-N12						Quadrado
	PC01-NV19				300 (± 150)	0,07 (± 0,03)	Uniaxial – Maior inércia
4 —	PC02-NV20	30 × 50	2702	575.6			Uniaxial – Menor inércia
	PC12-NV21		21,32	ט,כ וכ			Losango
	PC12-NV23						Quadrado

Quadro 1 Descrição da campanha experimental e das características das séries de pilares

cedência foram avaliadas baseadas em simulações numéricas dos testes uniaxiais. Com esta informação o esforço axial dos pilares foi considerado variável e proporcional aos deslocamentos impostos até ao deslocamento de cedência numericamente estimado. Nos testes biaxiais, a variação do esforço axial é relativa ao deslocamento observado na direção de maior inércia. Depois de atingido o deslocamento de cedência, d_{y^2} o valor do esforço axial foi mantido constante. O valor do esforço axial inicial foi definido em 300 kN com uma variação de ± 150 kN, como se pode observar na Figura 4.









Na Quadro 1 são apresentas as quatro séries de pilares que constituem a presente campanha experimental e respetivas histórias de carregamento, geometria, esforço axial e características mecânicas.

3 Resultados experimentais

Com o objetivo de avaliar o efeito das histórias de carregamento biaxiais na resposta dos pilares de betão armado de cada uma das séries apresentadas em termos de rigidez inicial, resistência máxima, degradação da rigidez e da resistência, foram determinados os seguintes parâmetros: i) força-deslocamento; ii) envolventes força-deslocamento; iii) degradação da rigidez; iv) rácios entre a força máxima e a ductilidade obtidos pelos ensaios biaxiais e os ensaios uniaxiais, e por fim v) evolução da dissipação de energia.

3.1 Envolventes força-deslocamento

Através da análise das curvas histeréticas força-deslocamento de todos os pilares ensaiados foi possível retirar algumas conclusões relativas aos seguintes tópicos: i) comparação e identificação das principais diferenças na forma das envolventes força-deslocamento dos ensaios uniaxiais e biaxiais; ii) avaliação da menor ductilidade observada nos ensaios biaxiais quando comparada com o verificado nos ensaios uniaxiais; iii) interpretação da forte relação entre as respostas nas duas direções do pilar nos ensaios biaxiais; e finalmente iv) caracterização da correlação entre a máxima resistência e a força de cedência observada em cada ensaio. Na Figura 5 é apresentada a resposta histerética força-deslocamento de um pilar sujeito a um ensaio uniaxial *versus* a resposta de um ensaio biaxial, sendo apresentadas na Figura 6, Figura 7, Figura 8 e Figura 9 as envolventes força-deslocamento das séries 1, 2, 3 e 4 respetivamente. Da análise destes resultados podem-se fazer as seguintes observações:

- A rigidez inicial não é significativamente afetada pela história de carregamento biaxial em ambas as direções do pilar.
- Para cada ciclo dos testes biaxiais, a máxima resistência dos pilares obtida na direção de menor inércia Y é cerca de 30% a 40% inferior quando comparada com os valores obtidos nos testes uniaxiais, como já observado em estudos realizados por outros autores [24, 25]. É observada uma redução entre 15-30% da resistência máxima na direção de maior inércia X entre os testes biaxiais e os uniaxiais. Verificou-se maior redução da capacidade resistente máxima dos pilares de betão armado com a secção 30x50 (Séries 3 e 4), tendo-se observado as mesmas tendências de redução da resistência máxima nos testes com esforco axial constante (Série 3) e variável (Série 4). Estes resultados podem ser comparados com a cláusula 5.4.3.2.1 do Eurocódigo 8 [26] onde é dito que para pilares de betão armado em flexão se deve ter em conta uma redução de 30% da sua resistência em cada direção. Trabalhos anteriores desenvolvidos em pilares de betão armado sujeitos a histórias de deslocamento diagonais obtiveram reduções da capacidade resistente superiores a 30% [21, 22]. Face a estes resultados experimentais o fator de redução da capacidade resistente para pilares de betão armado em flexão desviada deve ser revisto com base nos trabalhos experimentais desenvolvidos até ao momento e disponíveis na literatura.
- Nos pilares das séries 1, 2 e 3 é possível observar que a ductilidade de cedência é reduzida em cerca de 50 a 75% na direção de menor inércia Y, nos ensaios biaxiais comparativamente com os respetivos ensaios uniaxiais, enquanto na direção forte se observa uma redução em cerca de 35%.

- Comparando os resultados dos pilares sujeitos a flexão uniaxial e biaxial, estes demonstram uma relação entre a força máxima e a força de cedência, tendo-se verificado que esta última corresponde a 70% da primeira.
- É possível observar que a história de carregamento biaxial combinada com o esforço axial variável, série 4, reduziu consideravelmente a ductilidade dos pilares em cerca de 20% e 50% na direção de menor inércia Y e maior inércia X, respetivamente. Verificou-se que a história de carregamento horizontal quadrangular conduziu à maior redução de ductilidade nos pilares.
- Como expectável, observou-se uma degradação da resistência mais acentuada nos ensaios biaxiais do que nos ensaios uniaxiais.



Figura 5 Resposta histerética força-deslocamento de um pilar sujeito a flexão uniaxial *vs.* flexão biaxial: a) direção X e b) direção Y



Figura 6 Envolventes força-deslocamento dos pilares da série 1: a) direção X e b) direção Y



Figura 7 Envolventes força-deslocamento dos pilares da série 2: a) direção X e b) direção Y



Figura 8 Envolventes força-deslocamento dos pilares da série 3: a) direção X e b) direção Y



Figura 9 Envolventes força-deslocamento dos pilares da série 4: a) direção X e b) direção Y

3.2 Rácio entre resistência máxima e ductilidade da resposta biaxial vs. uniaxial

A relação entre os resultados dos pilares sujeitos a flexão uniaxial e biaxial está ilustrada na Figura 10a para a resistência máxima e na Figura 10b para a ductilidade µ. Da análise dos resultados pode-se afirmar que as histórias de carregamento biaxiais reduzem em cerca de 30%-40% a resistência máxima dos pilares na direção de menor inércia Y, e cerca de 15-30% na direção de maior inércia X quando comparadas com os resultados obtidos nos testes uniaxiais. A redução da resistência máxima é sempre superior na direção de menor inércia entre 10-15%, isto porque, para pilares retangulares, a resposta dos pilares retangulares na direção de menor inércia X é menos afetada pelo dano prévio na direção de menor inércia do que o observado na resposta dos pilares na direção de menor inércia quando sujeitos a dano prévio na direção de maior inércia.



Figura 10 Rácio entre resposta de pilar sujeito a flexão biaxial e uniaxial: a) força máxima e b) ductilidade

Relativamente à ductilidade pode-se observar que a história de carregamento horizontal em quadrado reduz significativamente a

ductilidade dos pilares, particularmente na direção de menor inércia Y. Pode-se observar que os pilares que compõem a série 1 são os sujeitos a menor redução da ductilidade (5-15%), seguidos dos pilares das séries 3 e 4 com uma perda de ductilidade entre 10-55% na direção de maior inércia até 10-65% na direção de menor inércia.

3.3 Degradação da rigidez

A degradação da rigidez ao longo dos ensaios foi avaliada comparando a rigidez secante pico a pico resultante desde o primeiro ciclo de cada deslocamento de pico imposto. Na Figura 11, Figura 12, Figura 13 e Figura 14 estão ilustrados os gráficos da degradação da rigidez para os pilares das séries 1, 2, 3 e 4 nas direções de maior inércia X e direção de menor inércia Y. Dos resultados pode-se observar que a degradação da rigidez apresenta envolventes similares tanto para pilares sujeitos a flexão uniaxial como para pilares sujeitos a flexão biaxial. Pode-se observar igualmente que a história de carregamento não afeta significativamente a evolução da degradação de rigidez.



Figura 11 Rigidez relativa dos pilares da série 1: a) direção X e b) direção Y



Figura 12 Rigidez relativa dos pilares da série 2: a) direção X e b) direção Y



Figura 13 Rigidez relativa dos pilares da série 3: a) direção X e b) direção Y

Estudo experimental do comportamento sísmico de pilares de betão armado sujeitos à flexão biaxial Hugo Rodrigues, André Furtado, António Arêde, Humberto Varum



Figura 14 Rigidez relativa dos pilares da série 4: a) direção X e b) direção Y

Pode-se observar igualmente uma diferença entre a resposta dos pilares sujeitos a esforço axial constante (séries 1, 2 e 3) e a resposta dos pilares sujeitos a esforço axial variável, sendo estes últimos alvo de uma redução de rigidez mais pronunciada nos pilares sujeitos a flexão biaxial. A história de carregamento horizontal em quadrado é a que afeta mais significativamente a degradação da rigidez.

3.4 Energia dissipada acumulada

Os resultados relativos à energia dissipada acumulada estão apresentados na Figura 15 e Figura 16, sendo determinada para cada pico de deslocamento a energia dissipada acumulada correspondente ao seu terceiro ciclo. Verificou-se que os pilares sujeitos a flexão biaxial com história de carregamento horizontal composta em losango dissiparam mais energia (cerca de 30%) para menores valores de drift máximo. A história de carregamento quadrangular dissipa menos energia que qualquer outra lei biaxial. É importante referir que o drift máximo nesta história de carregamento é atingido no deslocamento de canto, correspondente a $\sqrt{2}$ vezes o drift atingido ao longo dos eixos de maior e menor inércia. Os pilares sujeitos a esta história de carregamento dissiparam 30 a 45% menos energia que os sujeitos a lei em losango. Os pilares sujeitos a flexão uniaxial foram os que dissiparam menos energia, nomeadamente os pilares testados apenas na direção de menor inércia. As mesmas observações foram feitas aos pilares da série 4 sujeitos ao esforço axial variável.



Figura 15 Energia dissipada acumulada: a) série 1 e b) série 2



Figura 16 Energia dissipada acumulada: a) série 3 e b) série 4

4 Conclusões

Foi apresentada uma campanha experimental composta por 16 pilares de betão armado, divididos em 4 séries diferentes de acordo com as dimensões geométricas, detalhes de armaduras e tipo de carregamento axial. O objetivo principal foi comparar a resposta de pilares sujeitos a flexão uniaxial com pilares sujeitos a flexão biaxial (com três histórias de carregamento horizontal diferentes). Adicionalmente, foi ainda comparada a resposta de pilares sujeitos a flexão uniaxial e biaxial combinada com esforço axial constante e variável.

Através dos resultados foi observado que a rigidez inicial não é significativamente afetada por histórias de carregamento biaxial. No entanto, observou-se também que a flexão biaxial tende a reduzir a resistência máxima dos pilares em 8% na direção de maior inércia e de 20% na direção de menor inércia.

Verificou-se que a degradação da rigidez é afetada pela variação do esforço axial combinado com histórias de carregamento biaxial. De facto, quando sujeitos a esforço axial constante a degradação da rigidez é suave quando comparada com a dos pilares sujeitos a esforço axial variável.

A ductilidade dos pilares testados foi reduzida, quando comparada a resposta dos pilares sujeitos a flexão uniaxial e biaxial. De facto a flexão biaxial reduziu a ductilidade dos pilares em aproximadamente 35% na direção de maior inércia e em 50 a 75% na direção de menor inércia.

Por fim, pode-se concluir que os pilares sujeitos a flexão biaxial permitiram uma maior dissipação de energia, comparando com o resultado obtido pelos pilares sujeitos a flexão uniaxial, como reconhecido por outros autores. Verificou-se que as histórias de carregamento horizontal quadrangular e em losango são as que dissipam menos e mais energia respetivamente.

Referências

- CEB "RC frames under earthquake loading", *Lausanne Bulletin 220*, 1996.
- [2] M. E. Marante; J. Flórez-López "Model of damage for RC elements subjected to biaxial bending", *Engrg Structures*, vol. V. no. 24, 2002.
- T. Paulay; M. J. N. Priestley Seismic design of RC and masonry buildings – John Wiley – ISBN 0-471-54915-0, 1992.

- [4] H. Takizawa; M. Aoyama "Biaxial effects in modelling earthquake response of RC structures", *Earthq. Engrg and Struct. Dynamics*, vol. V. 4, pp. 523–552, 1976.
- [5] S. Otani; V. W. T. Cheung; S. S. Lai "Reinforced concrete columns subjected to biaxial lateral load reversals", presented at the 7th World Conf. on Earthq. Engrg V. 6, 525–532, 1980.
- [6] M. Saatcioglu; G. Ozcebe "Response of reinforced concrete columns to simulated seismic loading", ACI Structural Journal, vol. no. 86–S1, 1989.
- [7] S. N. Bousias; G. Verzelleti; M. N. Fardis; G. Magonette –"RC columns in cyclic biaxial bending and axial load", presented at the 10th World Conf. on Earthq. Engrg, 3041–3046, Madrid, 1992.
- [8] J.-K. Kim; S.-S. Lee "The behaviour of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending", *Engineering Structures*, vol. no. 23, pp. 1518–1528, 2000.
- [9] F. Qiu; W. Li; P. Pan; J. Qian "Experimental tests on RC columns under biaxial quasi-static loading", *Engrg Structures*, vol. 24, pp. 419–428, 2002.
- [10] K. Tsuno; R. Park "Experimental study of reinforced concrete bridge piers subjected to bi-directional quasi-static loading", *Struct. Engrg Structures, JSCE*, vol. 21, no. 1 11s–26s, 2004.
- [11] H. Nishida; S. Unjoh "Dynamic response characteristic of reinforced concrete column subjected to bilateral earthquake ground motions", presented at the 13th World Conf. on Earthq. Engrg, paper 576, 2004.
- [12] H. Umemura; T. Ichinose "Experimental study on the effects of loading history on the ductility capacity of reinforced concrete members", presented at the 13th World Conf. on Earthq. Engrg, paper 1301, 2004.
- [13] K. Kawashima; H. Ogimoto; R. Hayakawa; G. Watanabe "Effect of bilateral excitation on the seismic performance of reinforced concrete bridge columns", presented at the 8th U.S. National Confe. on Earthq. Engrg, paper 567, 2006.
- [14] L. Li, J. B. Mander, R. P. Dhakal "Bidirectional Cyclic Loading Experiment on a 3D Beam-Column Joint Designed for Damage Avoidance", ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 134, no. 11, pp. 1733–1742, 2008.
- [15] B. Acun "Energy Based Seismic Performance Assessment of Reinforced Concrete Columns", PhD Thesis, Civil Engineering Department, Middle East Technical University, PhD Thesis, 2010.

- [16] S.-Y. Chang "Experimental Studies of Reinforced Concrete Bridge Columns under Axial Load Plus Biaxial Bending", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, pp. 12–25, January 2010.
- [17] H. Rodrigues "Biaxial seismic behaviour of reinforced concrete columns", PhD Thesis, Departamento de Engenharia, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2012.
- [18] H. Rodrigues; A. Arêde; H. Varum; A. G. Costa "Experimental evaluation of rectangular reinforced concrete column behaviour under biaxial cyclic loading", *Earthquake Engineering Structural Dynamics*, 2012.
- [19] H. Rodrigues; H. Varum; A. Arêde; A. Costa "A comparative analysis of energy dissipation and equivalent viscous damping of RC columns subjected to uniaxial and biaxial loading", *Engineering Structures*, vol. 35, pp. 149–164, 2012.
- [20] H. Rodrigues; A. Arêde; H. Varum; A. G. Costa "Damage evolution in reinforced concrete columns subjected to biaxial loading", *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 11, pp. 1517–1540, 2013.
- [21] H. Rodrigues; A. Arêde; A. Furtado; P. Rocha "Seismic behavior of strengthened RC columns under biaxial loading: An experimental characterization", *Construction and Building Materials*, vol. 95, pp. 393–405, 2015.
- [22] H. Rodrigues; A. Arêde; A. Furtado; P. Rocha "Seismic Rehabilitation of RC Columns Under Biaxial Loading: An Experimental Characterization", *Structures*, vol. 3, pp. 43–56, 2015.
- [23] H. Rodrigues; A. Furtado; A. Arêde "Behavior of Rectangular Reinforced-Concrete Columns under Biaxial Cyclic Loading and Variable Axial Loads", *Journal of Structural Engineering*, 2015.
- [24] K. Tsuno; R. Park "Experimental study of reinforced concrete bridge piers subjected to bi-directional quasi-static loading", *Struct. Engrg Structures, JSCE*, vol. 21, no 1 11s–26s, 2004.
- [25] H. Mutsuyoshi; A. Machida; W. Tanzo; N. Mashiko "Inelastic seismic response of RC bridge pier using pseudodynamic test method", *Transactions of the Japan Concrete Institute*, vol. 16, pp. 265–272, 1994.
- [26] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance Part 1-1: General rules, seismic actions and rules for buildings, B. European Committee for Standardization, Belgium, 2003.



Ponte25_{de}Abril **50 Anos** a **Ligar Destinos**



e do topo das torres até ao máximo de **2,0m**

A PONTE PENDE "COM LEVEZA E FORÇA" SOBRE O RIO. A PONTE NÃO APENAS LIGA MARGENS PREVIAMENTE EXISTENTES. É SOMENTE NA TRAVESSIA DA PONTE QUE AS MARGENS SURGEM COMO MARGENS.



Martin Heidegger | 1951



PROCESSAMENTO EM TEMPO REAL

10000 valores adquiridos por segundo 15 unidades de processamento 6 km de fibra ótica 200 sensores



INFC

LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL



2.º ENCONTRO NACIONAL SOBRE QUALIDADE E INOVAÇÃO NA CONSTRUÇÃO Qualidade do património construído Ambiente, sociedade e economia Inovação na construção e na reabilitação Lisboa • LNEC • 21 a 23 de novembro de 2016 http://qic2016.lnec.pt/

www.lnec.pt





A APEE é uma associação de carácter científico e técnico, sem fins lucrativos, com os seguintes objetivos: promover a cooperação científica e técnica entre engenheiros e outros especialistas no campo da Engenharia de Estruturas; e assegurar a representação portuguesa na "International Association for Bridge and Structural Engineering" (IABSE).

Para atingir estes objetivos a APEE promove a divulgação de informação e intercâmbio científico e técnico entre os associados, organizando periodicamente simpósios, congressos, conferências ou visitas técnicas (www.apee.org.pt/).

A APEE organiza, desde 1998, com a colaboração do LNEC e da Ordem dos Engenheiros, o Prémio Ferry Borges, destinado a galardoar trabalhos de divulgação dos conhecimentos no domínio da engenharia de estruturas, desenvolvidos em ligação com entidades portuguesas.



Prémio FERRY BORGES 2016

A 9ª edição do Prémio Ferry Borges, cujo prazo de apresentação de candidaturas decorreu entre 1 de Abril e 15 de Junho de 2016, despertou o maior interesse no meio técnico e científico nacional, tendo-se verificado a apresentação de 113 candidaturas à modalidade de melhor trabalho publicado em língua portuguesa, inglesa, francesa ou castelhana.

Atualmente está a decorrer o processo de constituição do júri, prevendo-se que a cerimónia de entrega do prémio tenha lugar até ao final do corrente ano.





IABSE

International Association for Bridge and Structural Engineering

A IABSE é uma associação internacional, fundada em 1929, que tem como objetivo contribuir para o progresso da engenharia estrutural em todo o mundo, através da promoção da troca de conhecimentos e do incentivo da consciência e responsabilidade dos engenheiros de estruturas para as necessidades da sociedade (www.iabse.org).

Possui atualmente cerca de 3000 membros individuais e 250 membros coletivos, provenientes de 60 países dos cinco continentes.



19th IABSE Congress Stockholm 2016 Challenges in Design and Construction of an Innovative and Sustainable Built Environment Sept. 21-23, 2016 Stockholm, Sweden www.iabse.org/stockholm2016



39th IABSE Symposium Vancouver 2017 Engineering the Future

Sept. 19-23, 2017 Vancouver, Canada Submission of Abstracts by: Oct. 15, 2016. www.iabse.org/vancouver2017

Fernando Branco eleito Presidente da IABSE



O Prof. Fernando Branco, Presidente da APEE, foi eleito **Presidente da International Association for Bridge and Structural Engineering** (IABSE) no passado dia 22 de Setembro. A eleição teve lugar em Genebra, no decurso da Assembleia-Geral desta associação. De acordo com os estatutos, Fernando Branco exercerá as funções de Presidente eleito até Novembro de 2016, iniciando então o seu triénio como Presidente da IABSE.

encontro nacional Betão Estrutural

2 a 4 Novembro 2016 DEC - Universidade de Coimbra

Inclui o Prémio Jovens Mestres 2016

Iniciativa que visa premiar as melhores dissertações de mestrado submetidas nos anos letivos de 2014-15 ou 2015-16 no domínio do betão estrutural Mais informações em http://be2016.dec.uc.pt/premios/

Web: http://be2016.dec.uc.pt/ E-mail: be2016@uc.pt Tel: 239 797 113



Grupo Português de Betão Estrutural



с

Grupo Português de Betão Estrutural

Seminários



GPBE

Estruturas de betão armado com varões FRP e sistemas de reforço FRP

Organizado por João Ramôa Correia e José Sena Cruz. A realizar no Instituto Superior Técnico. Lisboa, 29 de Setembro de 2016.

Estão abertas as inscrições até 15 de Setembro de 2016 Mais informações e inscrições aqui.

Projeto de estruturas de betão em situação de incêndio

Organizado por João Paulo Rodrigues e Miguel Chichorro Gonçalves.

A realizar no Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.

Coimbra, 14 de outubro de 2016.

Estão abertas as inscrições até 30 de setembro de 2016 Mais informações e inscrições aqui.

Projeto de estruturas em betão reforçado com fibras (BRF)

Organizado por Joaquim Barros e Vítor Cunha. A realizar no Laboratório Nacional de Engenharia Civil. Lisboa, 28 de outubro de 2016.

Estão abertas as inscrições até 15 de outubro de 2016 Mais informações e inscrições aqui.







INOVAÇÃO EM ENGENHARIA

Há mais de 60 anos, a FIP INDUSTRIALE, desenvolve e fornece a mais completa gama de dispositivos estruturais, incluindo todo o tipo de dispositivos antissísmicos, apoios estruturais bem como juntas de dilatação rodoviárias e ferroviárias.

A FIP INDUSTRIALE têm a solução e a experiência para todos os tipos de projetos quer sejam pontes, viadutos, naves industriais, plataformas petrolíferas, hospitais, edifícios habitacionais e públicos ou monumentos históricos.

A FIP INDUSTRIALE cumpre as mais recentes especificações no fornecimento de apoios e dispositivos antissísmicos com a marcação CE.





L'AQUILA - ITÁLIA La Silvestrella, Retrofitting de Edifício Histórico.



A SPES

A SPES, é uma associação de carácter cultural e científico de pessoas individuais e colectivas, com os seguintes objectivos:

Fomentar, em Portugal, a) 0 desenvolvimento da Engenharia Sísmica, Sismologia e Prevenção Defesa contra os Sismos. е promovendo divulgação а da informação, o intercâmbio científico e técnico entre os seus associados e a organização de reuniões, colóquios e conferências ou outras iniciativas de carácter análogo.

b) Assegurar a representação
 Portuguesa nas Associações
 Europeia e Internacional de
 Engenharia Sísmica (EAEE e IAEE).

INICIATIVAS 2016 - 2018

- Prémio Carlos Sousa Oliveira, destinado a premiar o melhor trabalho na área da Sismologia e Engenharia Sísmica
- Realização do 11º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica, Lisboa, 2018
- Candidatura à organização da 17º Conferência Europeia de Engenharia Sísmica
- Estudo de procedimentos com vista à futura certificação sísmica de edifícios existentes



SOCIEDADE PORTUGUESA DE ENGENHARIA SÍSMICA

- Estudo relativo à análise das Zonas Sísmicas e respetivos parâmetros, para Portugal Continental: comparação das várias propostas e implicações para a perigosidade sísmica
- Realização dos seminários de verão SPES, em parceria com Pretensa e LNEC
- Realização de workshops em parceria com a ordem dos Arquitetos, ordem dos Engenheiros e LNEC

HISTÓRIA

A Engenharia Sísmica teve o seu início, em Portugal, após o sismo de 1 de Novembro de 1755, uma vez que na reconstrução da cidade de Lisboa foram utilizados sistemas estruturais e construtivos que garantiam segurança acrescida em relação às acções sísmicas (edifícios pombalinos).

O desenvolvimento, em Portugal, da Engenharia Sísmica moderna, com base em critérios científicos, remonta à década de 50, impulsionado pelo Eng. Júlio Ferry Borges que, em 1958, e após a realização do Simpósio sobre os Efeitos dos Sismos e a sua Consideração no Dimensionamento das Construções, participou na redacção do primeiro código de construção anti sísmica em Portugal, o Regulamento de

> Av. do Brasil, 101 1700-066 Lisboa • Portugal Tel. (+351) 21 844 32 91 spes@lnec.pt http://spes-sismica.pt/

Segurança das Construções Contra os Sismos.

A Sociedade Portuguesa de Engenharia Sísmica, SPES, foi criada em 1973 com o apoio do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, LNEC, e do Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica, na continuidade do Grupo Português de Engenharia Sísmica que já cumpria, embora informalmente, os objectivos estatutários da SPES.

Hoje a SPES acolhe todos os que, das diferentes áreas do conhecimento, se preocupam com a tarefa de minimização do risco sísmico, colocando a ciência e a técnica ao serviço desse objectivo ético.

SER SÓCIO SPES

- Usufruir de descontos no valor da inscrição em eventos organizados pela SPES
- Receber as newsletters da SPES por correio electrónico
- Aceder a biblioteca de recursos privilegiados na área da Sismologia e da Engenharia Sísmica
- Concorrer ao Prémio Carlos Sousa Oliveira
- Participar em fóruns de discussão de assuntos de interesse nacional na área da Sismologia e da Engenharia Sísmica




AV DO BRASIL 101 • 1700-066 LISBOA • PORTUGAL tel. (+351) 21 844 30 00 • fax (+351) 21 844 30 11 lnec@lnec.pt www.lnec.pt