

Um método iterativo para o projeto de maciços rígidos de encabeçamento de estacas

An iterative method for design of rigid pile caps

José Milton de Araújo

Resumo

Em um artigo anterior, o autor [1] apresentou um novo modelo de escoras e tirantes para projeto de maciços rígidos de encabeçamento de estacas, baseado no conceito de área ampliada sob o pilar. Nesta área ampliada, as tensões de compressão são reduzidas o bastante para não haver rotura das escoras. Um algoritmo iterativo é usado para determinar a profundidade requerida da área ampliada. O modelo considera a rotura por esmagamento das escoras e por escoamento do tirante de aço. A comparação com um grande número de resultados experimentais disponíveis na literatura demonstrou a eficiência do modelo proposto para o projeto de maciços de encabeçamento de estacas. O presente artigo introduz uma modificação na geometria da área ampliada que simplifica o uso do modelo para o projeto estrutural. O método dos coeficientes parciais de segurança é empregado para o projeto dos maciços e a segurança estrutural é avaliada através do índice de confiabilidade. A pequena probabilidade de rotura, estimada através do índice de confiabilidade, demonstra a segurança do método proposto.

Abstract

In a previous article, the author [1] presented a new strut-and-tie model for design of rigid pile caps based on the concept of magnified area under the column. In this magnified area, compressive stresses have been reduced enough not to cause crushing of the struts. An iterative algorithm is used to determine the required depth of the magnified area. The model considers both failure by crushing of the compressed struts and by yielding of the tie reinforcement. Comparison with a large number of experimental results available in the literature has demonstrated the effectiveness of the proposed model for the design of concrete pile caps. The present paper introduces a modification in the geometry of the magnified area that simplifies the use of the model for the structural design. The partial safety factors method is used for pile caps design and structural safety is evaluated by means of the reliability index. The small failure probability, estimated through the reliability index, demonstrates the safety of the proposed method.

Palavras-chave: Escoras e tirantes / Maciços de encabeçamento de estacas / Concreto armado / Projeto estrutural / Segurança estrutural

Keywords: Strut-and-tie / Pile caps / Reinforced concrete / Structural design / Structural safety

José Milton de Araújo

Professor Titular
Escola de Engenharia
Universidade Federal do Rio Grande – FURG
Rio Grande, RS, Brasil
ed.dunas@mikrus.com.br

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

ARAÚJO, José Milton de – Um método iterativo para o projeto de maciços rígidos de encabeçamento de estacas. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 6. ISSN 2183-8488. (março 2018) 5-16.

1 Introdução

Usualmente, as estruturas de concreto são divididas em duas regiões distintas, para as quais são feitas diferentes hipóteses sobre seu comportamento [2]. As regiões em que a hipótese das seções planas da teoria técnica de flexão apresenta precisão satisfatória são chamadas de regiões B. Para essas regiões, aplicam-se os métodos clássicos da teoria de flexão. Esses métodos clássicos não são aplicáveis nas regiões da estrutura onde a distribuição de deformações é não linear, como próximo a cargas concentradas, nós de pórticos, aberturas, vigas-parede, maciços rígidos de encabeçamento de estacas, etc. Essas regiões são denominadas de regiões D.

Desse modo, as normas de projeto das estruturas de concreto armado consideram dois diferentes métodos para o projeto dos maciços de encabeçamento de estacas. No primeiro método, o maciço é analisado como uma viga ou uma laje apoiada nas estacas. A armadura principal é calculada como em um problema de flexão para o momento em uma seção de referência localizada no pilar. A resistência à força cortante é verificada usando o mesmo critério de vigas. A punção é verificada como em lajes [3,4,5]. Usualmente, esse método seccional é empregado para os maciços flexíveis, quando a distância entre o eixo de qualquer estaca até a face do pilar é maior que duas vezes a altura do maciço.

Para evitar a necessidade de armadura transversal, a força cortante em uma seção de referência é limitada pela mesma fórmula usada para as lajes finas. A resistência à força cortante depende da resistência à compressão do concreto e da taxa de armadura [3,4]. Algumas normas de projeto [5,6] também consideram a espessura da laje na avaliação da resistência à força cortante. Geralmente, a seção de referência usada para determinar a força cortante de cálculo é tomada a uma distância d da face do pilar, onde d é a altura útil do maciço.

A punção é verificada em um perímetro de controle localizado a uma distância $d/2$ da face do pilar [3,7], ou a uma distância $2d$ [5,6]. Existe uma falta de uniformidade com relação à localização do perímetro de controle, bem como em relação ao valor da resistência ao punçamento. Verificações adicionais no perímetro do pilar e em torno das estacas também podem ser necessárias.

No segundo método, os maciços são projetados através de um modelo de treliça espacial, também chamado de modelo de escoras e tirantes [8,9,10,11]. As verificações objetivam limitar as tensões de compressão nas escoras de concreto para evitar uma rotura frágil. Se as escoras são idealizadas como prismáticas ou cônicas [3], é suficiente limitar as tensões de compressão nos nós da treliça, localizados próximos às estacas e próximos ao pilar. Em seguida, calcula-se a armadura necessária para os tirantes. Esse método é empregado para os maciços rígidos, quando a distância entre o eixo de qualquer estaca até a face do pilar é menor que duas vezes a altura do maciço [3,5].

As zonas nodais sobre as estacas são denominadas de zonas nodais CCT porque elas recebem duas forças de compressão e uma força de tração. Usualmente, considera-se uma zona nodal ampliada para levar em conta a distribuição das tensões de contato até o nível da armadura. A zona nodal abaixo do pilar é denominada de zona nodal

CCC porque em um problema bidimensional ela recebe três forças de compressão. Vários métodos de escoras e tirantes tradicionais usam um valor arbitrário x para a altura da zona nodal CCC sob o pilar. Nesses métodos, o valor de x é escolhido sem nenhum critério racional.

Em um artigo anterior, o autor [1] apresentou um novo modelo de escoras e tirantes para o projeto de maciços rígidos de encabeçamento de estacas, baseado no conceito de área ampliada sob o pilar. Nessa área ampliada, as tensões de compressão já foram reduzidas o bastante para não causar esmagamento das escoras. Assim, essa verificação é substituída pela determinação da altura x da zona nodal CCC no topo do maciço (igual à profundidade da área ampliada) requerida para não ocorrer esmagamento das escoras. Um algoritmo iterativo é usado para esse fim.

O presente artigo introduz uma modificação na geometria da área ampliada, o que simplifica o emprego do modelo. O método dos coeficientes parciais de segurança é empregado para o projeto dos maciços e a segurança estrutural é avaliada através do índice de confiabilidade. Um grande número de resultados experimentais disponíveis na literatura é usado para determinar o índice de confiabilidade. A pequena probabilidade de rotura, estimada através do índice de confiabilidade, demonstra a segurança do método proposto.

2 Modelo proposto para projeto de maciços rígidos de encabeçamento de estacas

No modelo proposto neste trabalho, considera-se que as escoras convergem para um plano horizontal situado a uma distância x do topo do maciço. Nesse plano horizontal, as tensões verticais σ_{vd} já foram reduzidas o bastante para não ocorrer esmagamento das escoras de concreto. A tensão de compressão σ_c na escora é dada por $\sigma_c = \sigma_{vd} / \sin^2 \theta$, onde θ é o ângulo de inclinação da escora em relação à horizontal. O ângulo de inclinação das escoras deve satisfazer a relação $\tan \theta \geq 1/2$, ou seja, $\theta \geq 26,6^\circ$. O ACI Building Code [3] exige $\theta \geq 25^\circ$. A altura do maciço deve ser escolhida para assegurar essa inclinação mínima para as escoras de concreto.

Para evitar o esmagamento das escoras próximo ao topo do maciço, é necessário limitar $\sigma_c \leq f_{cd1}$, onde f_{cd1} é a resistência à compressão de cálculo do concreto nessa zona. Logo, o plano horizontal procurado é aquele onde $\sigma_{vd} = \sin^2 \theta f_{cd1}$, como mostrado na Figura 1.

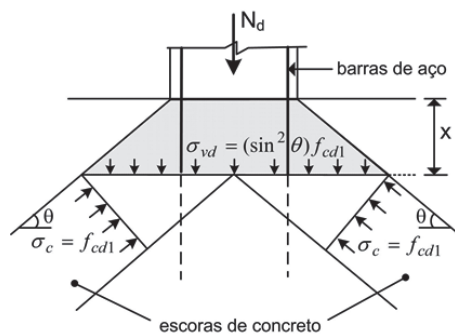


Figura 1 Verificação das escoras sob o pilar

Conforme está indicado na Figura 1, a região com profundidade x , situada abaixo do pilar, nada mais é do que uma extensão do próprio pilar dentro do maciço. Nessa região, o pilar tem uma base alargada. Uma vez que a armadura do pilar penetra até a base do maciço, ou são empregados chumbadores de espera, a carga é transferida progressivamente por aderência e, principalmente, através da amplificação da área comprimida dentro do maciço. De fato, no contato do pilar com o topo do maciço, apenas a carga $N_{dc} = N_d - N_{as}$ é transferida imediatamente ao concreto do maciço, onde N_{as} é a parcela da carga que é resistida pela armadura do pilar. A rotura devida às tensões de contato somente ocorre se o concreto do maciço tiver uma resistência muito menor que o concreto do pilar.

Devido ao confinamento imposto por um grande cobrimento de concreto, o concreto dessa região está submetido a um estado de compressão triaxial (para maciços de várias estacas), ou a um estado de compressão biaxial (para maciços de duas estacas). Desse modo, ocorrerá um aumento significativo na resistência à compressão uniaxial f_c , não havendo risco de esmagamento nessa zona, mesmo se o concreto do maciço tiver uma resistência um pouco menor que a resistência do concreto do pilar.

Usualmente, essa região é referida como uma zona nodal CCC porque, em um problema bidimensional, ela recebe três forças de compressão. As várias normas de projeto fornecem limites para a tensão de compressão nessa zona nodal. Para um nó não confinado, o Eurocódigo EC2 [6] adota $f_{cd1} = 1,0 (1 - f_{ck} / 250) f_{cd}$, onde f_{ck} é a resistência característica em MPa e f_{cd} é a resistência à compressão uniaxial de cálculo do concreto. De acordo com essa equação, resulta $f_{cd1} \geq 0,85 f_{cd}$ se $f_{ck} \leq 37,5$ MPa. O limite $0,85 f_{cd}$ para a tensão de compressão também é adotado em [3, 4, 12]. Desse modo, neste trabalho adota-se $f_{cd1} = 0,85 f_{cd}$ para a zona nodal CCC.

Em um artigo anterior [1], a área ampliada sob o pilar foi definida considerando uma distribuição da carga ao longo da altura do maciço com a mesma inclinação das escoras. No presente trabalho, a distribuição da carga é considerada como ilustrado na Figura 2 para um maciço de quatro estacas.

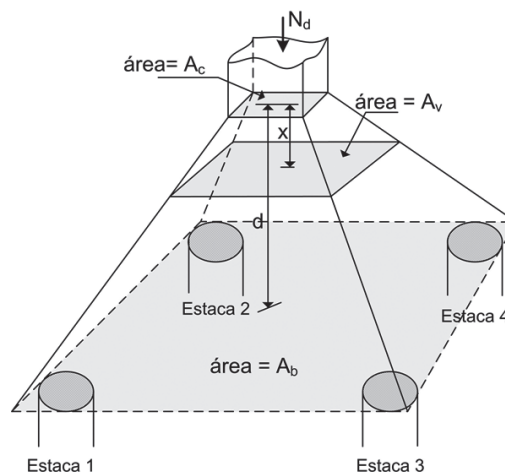


Figura 2 Distribuição da carga na direção vertical para um maciço de quatro estacas

A área da seção transversal do pilar é A_c . A área da base do maciço, no contorno externo das estacas, é A_b . A área ampliada A_v na profundidade x é interpolada como:

$$A_v = (1-\xi)A_c + \xi A_b \quad (1)$$

onde $\xi = x/d$ e d é a altura útil do maciço.

Na Figura 3 apresentam-se as áreas A_b para maciços de duas e três estacas. Na Figura 4 apresenta-se o modelo de escoras e tirante proposto.



Figura 3 Área A_b na base do maciço

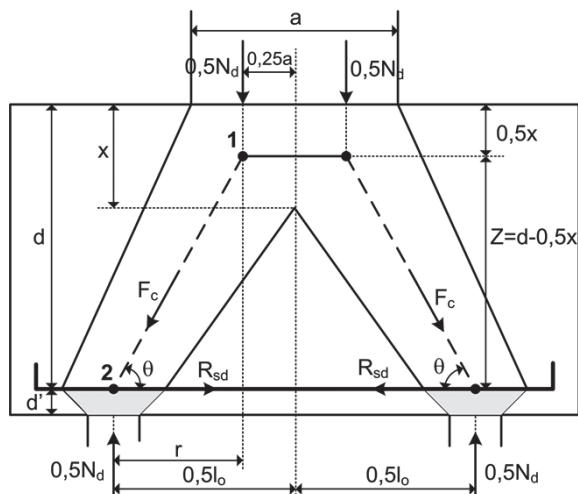


Figura 4 Modelo de escoras e tirante para um maciço de duas estacas

A inclinação das escoras é dada por $\tan \theta = (d - 0,5 x) / r$, onde $r = 0,5 l_o - 0,25 a$. Para maciços de mais de duas estacas, r é o comprimento da projeção horizontal da escora partindo de um ponto dentro do pilar e indo até a estaca mais afastada. Esta equação pode ser escrita como:

$$\tan \theta = \tan \theta_o \left(1 - 0,5 \frac{x}{d} \right) \quad (2)$$

onde $\tan \theta_o = d/r$.

Então, para um dado valor de x é possível calcular a inclinação das escoras, através da equação (2), e a área ampliada A_v sob o pilar usando a equação (1). A tensão vertical na área ampliada é dada por $\sigma_{vd} = N_d / A_v$, onde N_d é a carga de cálculo e A_v é uma função de x . Impondo a condição $\sigma_{vd} = \sin^2 \theta f_{cd}$, pode obter-se x através de um processo iterativo.

Definindo a força normal relativa:

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (3)$$

e impondo a condição $\sigma_{vd} = \sin^2 \theta f_{cd}$, onde $f_{cd} = 0,85 f_{cd}$, resulta:

$$\frac{v A_c f_{cd}}{(1-\xi)A_c + \xi A_b} = 0,85 f_{cd} \sin^2 \theta \quad (4)$$

Resolvendo a equação (4), obtém-se:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{v - 0,85 \sin^2 \theta}{(\eta - 1)0,85 \sin^2 \theta} \quad (5)$$

onde $\eta = A_b / A_c$.

A equação (5) só pode ser resolvida iterativamente. Para isto, adota-se o seguinte procedimento:

Passo 1: Admitir $x = 0$ e calcular o ângulo $\theta = \theta_o$ através da relação $\tan \theta_o = d/r$.

Passo 2: Calcular $x = \xi d$ através da equação (5). Se $x \leq 0$, a solução é $x = 0$, indicando que as escoras podem convergir para o topo do maciço. Se $x > 0$, ir para o passo seguinte.

Passo 3: Com o valor de x obtido no passo anterior, calcular um novo ângulo θ com o emprego da equação (2). Com esse valor de θ , calcular o novo valor de x através da equação (5) e proceder iterativamente até a convergência de x . O critério de convergência adotado é: $|x_j - x_{j-1}|/x_j < 0,01$, onde x_{j-1} e x_j são os valores obtidos em duas iterações sucessivas.

Para assegurar um mínimo de ductilidade e evitar uma ruptura frágil, a profundidade relativa $\xi = x/d$ do plano horizontal obtido com a equação (5) deve ser limitada. Assim, ξ é restrito aos valores $\xi \leq 0,45$ (para $f_{ck} \leq 35$ MPa) e $\xi \leq 0,35$ (para $f_{ck} > 35$ MPa), de acordo com as recomendações do Código Modelo CEB-FIP [13]. Do mesmo modo, o ângulo de inclinação das escoras é limitado a $\theta \geq 26,6^\circ$. Se essas restrições não forem atendidas, devem aumentar-se a altura útil d do maciço e/ou as dimensões da seção transversal do pilar. O mesmo deve ser feito se o processo iterativo não convergir.

Para evitar o processo iterativo, pode adotar-se um valor mínimo para o ângulo θ , calculando-se x com o emprego da equação (5). Em [14], por exemplo, adota-se $\theta = 26,6^\circ$ como sendo este o ângulo mínimo de inclinação das escoras. Esse procedimento simplifica o projeto estrutural, mas pode ser antieconômico, particularmente para maciços de duas estacas. Outros autores [15,16] consideram um valor de x fixado arbitrariamente, tal como $x = 0,30 d$, calculando-se a inclinação θ através da equação (2). Com essa simplificação, resulta o braço de alavanca $Z = 0,85 d$. Esse valor de x pode ser excessivo, se a carga do pilar for pequena, e a solução será antieconômica. De todo modo, o processo iterativo proposto envolve cálculos simples e converge rapidamente, sendo a solução recomendada.

Se o pilar transmite um momento fletor ao maciço, a força normal relativa v deve ser calculada para uma carga equivalente $N_{de} > N_d$. Como uma simplificação, pode considerar-se que N_{de} seja igual ao número de estacas multiplicado pela reação de cálculo da estaca mais carregada. Se algumas estacas estiverem tracionadas, surgirá um momento negativo, o qual exigirá uma armadura na face

superior do maciço. Além disso, deve garantir-se que as barras das estacas sejam ancoradas no topo do maciço para suspender essas reações negativas. Alternativamente, podem ser usados estribos verticais para suspender a força de tração da estaca.

Após o cálculo de x , o braço de alavanca $Z = d - 0,5x$ fica definido como mostrado na Figura 4. As Figuras 5 e 6 mostram as variações do braço de alavanca relativo Z/d para dois valores da razão $\eta = A_b / A_c$. Observa-se que o valor simplificado $Z = 0,85d$ é excessivo em muitos casos. Essas figuras podem ser usadas para determinar a altura útil mínima do maciço. Por exemplo, para um maciço com $\eta = 4$ e $v = 0,6$, é necessário que $d/r > 0,75$ como pode ser observado na Figura 5. Se $d/r = 1,00$, resulta $Z/d = 0,90$. Gráficos semelhantes podem ser obtidos para outras razões de $\eta = A_b / A_c$.

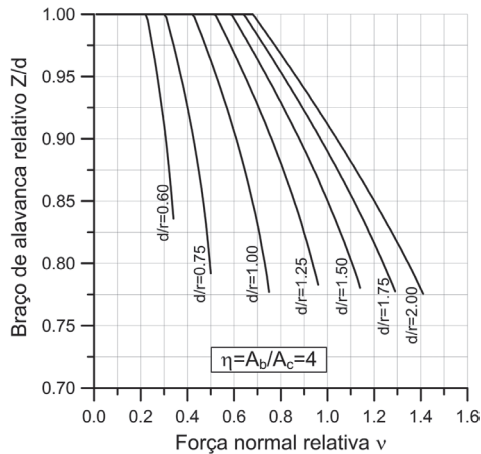


Figura 5 Braço de alavanca relativo Z/d para $\eta = 4$

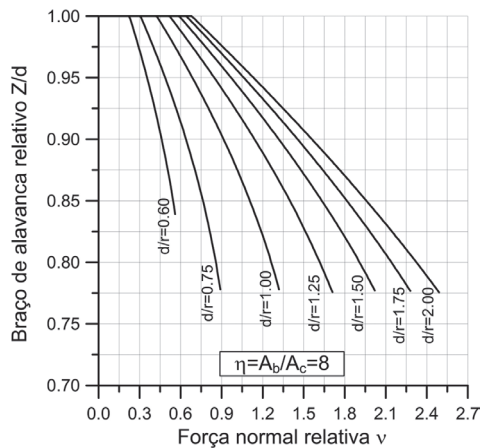


Figura 6 Braço de alavanca relativo Z/d para $\eta = 8$

Após a determinação do braço de alavanca Z , calcula-se a área de aço $A_s = R_{sd} / f_{yd}$ onde $R_{sd} = 0,5 N_d \cot \theta$ e $\cot \theta = (0,5 l_o - 0,25 a) / Z$. Logo,

$$A_s = \frac{0,5 N_d (0,5 l_o - 0,25 a)}{Z f_{yd}} \quad (6)$$

onde f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo do aço.

A equação (6) pode ser escrita como:

$$A_s = \frac{M_d}{Z f_{yd}} \quad (7)$$

onde M_d é o momento fletor de cálculo em uma seção de referência localizada a uma distância de $0,25a$ da face do pilar, causado pela reação de uma estaca.

As reações das estacas são obtidas considerando o maciço como um corpo rígido e uma variação linear dos assentamentos de cada estaca. Se as estacas são carregadas desigualmente, devido à excentricidade da força N_d , deve considerar-se aquela que causa o maior valor de M_d na seção de referência.

A equação (7) indica que o modelo de bielas e tirantes conduz a um cálculo das armaduras semelhante ao que é adotado para os maciços flexíveis. A principal diferença é que as armaduras devem ser concentradas nas localizações dos tirantes idealizados no modelo. Desse modo, o modelo pode ser usado para calcular as armaduras dos maciços de várias estacas. Para isto, basta calcular a reação de cada estaca e determinar o momento fletor máximo na seção de referência. Esse momento fletor é calculado considerando as reações de todas as estacas localizadas do mesmo lado da seção de referência.

Na Figura 7 indicam-se as seções para cálculo das armaduras em duas direções ortogonais, para um maciço de várias estacas. A armadura da direção 1 é calculada para o momento fletor na seção S1, produzido pelas reações de todas as estacas situadas à direita desta seção. Se as estacas do lado esquerdo produzirem um momento fletor maior, deve considerar-se a seção S1 localizada neste lado. A armadura da direção 2 é calculada para o momento na seção S2, de maneira similar. A armadura em cada direção deve ser concentrada no alinhamento das estacas, preferencialmente numa largura máxima igual ao diâmetro da estaca, como indicado na Figura 7. Uma atenção especial deve ser dada à ancoragem das barras dos tirantes. A força mínima a ser ancorada deve ser maior ou igual a 75% da força de tração máxima [17]. Armaduras adicionais, dispostas entre as estacas, podem ser necessárias para controlar a fissuração do concreto.

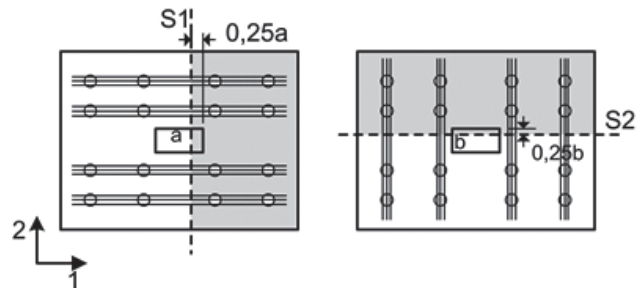


Figura 7 Seções de referência para cálculo das armaduras

A tensão na escora no nó 2 (Figura 4) sobre a estaca é dada por:

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{de}}{A_{amp} \sin^2 \theta} \quad (8)$$

onde F_{de} é a reação de cálculo da estaca, $A_{amp} = kA_p$ é a área ampliada sobre a estaca, A_p é a área da seção transversal da estaca e k é um fator que leva em conta a distribuição das tensões de contato até o centroide da armadura.

Para maciços de duas estacas submetidos a uma carga centrada como mostrado na Figura 4, $F_{de} = 0,5 N_{gr}$. Se as estacas são carregadas desigualmente, deve-se determinar o nó onde σ_{cz} é máxima.

Admite-se que as tensões de contato sobre as estacas se dissipam com ângulos de 45 graus em todas as direções, de acordo com as recomendações do EC2 [6]. Desse modo, o coeficiente k é dado por:

$$k = \left(1 + \frac{2d'}{\phi_p} \right)^2 \quad (9)$$

onde ϕ_p é o diâmetro da seção da estaca e d' é a distância entre o eixo da armadura do tirante e a face inferior do maciço, como mostrado na Figura 4.

Para estacas de seção quadrada, ϕ_p é o lado da seção transversal. Deve-se garantir que a área ampliada $A_{amp} = kA_p$ não caia fora do maciço. Em todo caso, recomenda-se limitar $k \leq 4$.

Para maciços de duas estacas, as tensões de contato se dissipam apenas na direção das estacas e $k = 1 + 2d'/\phi_p$. Se for necessário considerar a amplificação bidirecional dada na equação (9) para evitar o esmagamento da escora, é necessário prever um reforço transversal sobre a estaca. Isto pode ser modelado usando um modelo de escoras e tirante na direção transversal. A área desse reforço transversal é dada por $A_{st} = 0,25 F_{de} / f_{yd}$. Para maciços de mais de duas estacas, esse reforço não é necessário.

A zona nodal sobre a estaca é denominada de zona nodal CCT. Para evitar a ruptura das escoras nessa zona, deve-se limitar $\sigma_{cz} \leq f_{cd2}$. Aqui não existe consenso quanto ao limite para a tensão de compressão f_{cd2} , como mostrado em [1]. Assim, conservativamente, adota-se:

$$f_{cd2} = 0,60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad (10)$$

de acordo com as recomendações do Código Modelo CEB-FIP [13].

3 Verificação da segurança estrutural

A segurança de uma estrutura pode ser avaliada comparando sua resistência com as cargas externas. A diferença entre esses dois valores é uma medida da distância ao estado limite último. Considerando a resistência e as cargas como variáveis aleatórias, é necessário formular o problema em termos da probabilidade de rotura. Se F_u é uma variável aleatória representando a carga de rotura da estrutura (isto é, sua capacidade de carga) e F_s representa as cargas aplicadas, a probabilidade de rotura P_f é dada por:

$$P_f = P(F_s > F_u) \quad (11)$$

e indica a probabilidade de que as ações externas excedam a resistência estrutural [18].

Esse problema pode ser formulado em termos da margem de segurança ou do coeficiente de segurança [19]. A segunda alternativa

é adotada neste trabalho. Definindo o coeficiente de segurança global $S = F_u/F_s$, a rotura corresponde à ocorrência do evento $S < 1$. Se S tem uma distribuição lognormal, seu logaritmo natural $Y = \ln S$ tem uma distribuição normal com valor médio μ_y e desvio padrão σ_y . Assim, a probabilidade de rotura é dada por:

$$P_f = \int_{-\infty}^0 f_y(y) dy \quad (12)$$

onde $f_y(y)$ é a distribuição normal de probabilidades (ou distribuição de Gauss).

Definindo a variável normal reduzida $t = (y - \mu_y)/\sigma_y$, a equação (12) pode ser escrita como:

$$P_f = \Phi(-\beta) = \int_{-\infty}^{-\beta} f_y(t) \sigma_y dt \quad (13)$$

onde $\beta = \mu_y / \sigma_y$ é o índice de confiabilidade e $\Phi(-\beta)$ é a função acumulada da distribuição normal reduzida.

Como pode ser observado, a probabilidade de rotura diminui com o aumento de β . Logo, o índice β é uma importante medida do nível de segurança, uma vez que ele é relacionado à probabilidade de rotura ou, alternativamente, à segurança estrutural.

Para demonstrar a validade do modelo proposto, foram analisados 186 maciços de encabeçamento de estacas ensaiados por outros autores. Esses resultados experimentais incluem 37 maciços de duas estacas, 21 maciços de três estacas e 128 maciços de quatro estacas. Todos os maciços foram submetidos a uma carga centrada. Os pilares possuem seção transversal quadrada ou retangular. As estacas podem ser quadradas, retangulares ou de seção circular. A resistência à compressão do concreto f_{cd} , baseada em testes de cilindros, variou de 13,2 MPa a 49,3 MPa.

Na Tabela I, apresentam-se informações resumidas sobre os maciços. Os detalhes completos podem ser obtidos nas referências listadas na tabela. Para os maciços de quatro estacas, os dados completos também podem ser obtidos em [29].

Tabela I Maciços usados para verificar o modelo

Ref. []	Número de maciços	Número de estacas	f_c MPa mín	f_c MPa máx
[20]	11	2	32,8	33,9
[21]	20	2	19,5	32,3
[22]	6	2	23,6	47,0
[22]	12	3	17,7	37,4
[23]	9	3	24,5	40,3
[22]	31	4	13,2	49,3
[24]	13	4	22,5	43,7
[25]	19	4	18,9	30,9
[26]	17	4	25,6	30,9
[27]	30	4	24,5	29,4
[28]	18	4	20,2	37,9

Ao realizar o projeto estrutural, a carga de cálculo N_d é dada por $N_d = \gamma_f N_k$, onde N_k é a carga característica e $\gamma_f > 1$ é um coeficiente parcial de segurança. A resistência à compressão de cálculo do concreto é $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$, onde f_{ck} é a resistência característica e $\gamma_c > 1$ é outro coeficiente parcial de segurança. Finalmente, a tensão de escoamento de cálculo do aço é $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$, onde f_{yk} é a tensão de escoamento característica e $\gamma_s > 1$ é um terceiro coeficiente parcial de segurança. Para comparação com resultados experimentais, adota-se $f_{ck} = f_c$ e $f_{yk} = f_{y'}$, onde f_c e $f_{y'}$ são as resistências obtidas nos ensaios. A rigor, as resistências características são menores que os valores discretos obtidos nos ensaios. Assim, ao considerar $f_{ck} = f_c$ e $f_{yk} = f_{y'}$, as cargas de rotura teóricas serão superavaliadas e o coeficiente de segurança global obtido será menor que o real. Desse modo, o procedimento adotado fica mais conservativo.

Neste trabalho, adotam-se os coeficientes parciais de segurança $\gamma_c = 1,50$ e $\gamma_s = 1,15$ de acordo com o Eurocódigo EC2 [6]. Para o coeficiente das ações, adota-se $\gamma_f = 1,40$ de acordo com a norma brasileira NBR-6118 [30].

A capacidade resistente F_u é a carga de rotura obtida no ensaio. A carga aplicada F_s é igual à carga característica $N_k = N_d / \gamma_f$. Logo, o coeficiente global de segurança $S = F_u / F_s$ e $Y = \ln S$ podem ser determinados para cada ensaio. Considerando todos os ensaios para cada tipo de maciço, pode determinar-se o valor médio μ_y e o desvio padrão σ_y . Finalmente podem calcular-se o índice de confiabilidade $\beta = \mu_y / \sigma_y$ e a probabilidade de rotura $p_F = \Phi(-\beta)$.

Para determinar a carga de rotura teórica, emprega-se um processo incremental para a carga N_d . Para cada valor de N_d , determina-se a profundidade x do plano horizontal com o algoritmo iterativo apresentado anteriormente. Em seguida, verifica-se a tensão de compressão na escora sobre a estaca com o uso das equações (8), (9) e (10). Finalmente, compara-se a força de tração R_{sd} no tirante com sua resistência $A_s f_{yd}$. Se a rotura não ocorrer para qualquer desses dois modos de rotura, incrementa-se a carga até encontrar a carga de rotura teórica N_d . A carga aplicada F_s para determinar o coeficiente global de segurança é $F_s = N_d / \gamma_f$.

Observa-se que a carga de cálculo N_d é determinada indiretamente a partir dos dados experimentais (retroanálise). De acordo com o modelo, um maciço com as dimensões, armaduras e resistências dos materiais do ensaio rompe para carga $F_s = N_k = N_d / \gamma_f$. Essa carga de rotura teórica é determinada com as resistências de cálculo $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ e $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$. Porém, a carga de rotura obtida no ensaio é F_u . Desse modo, pode determinar-se o coeficiente global de segurança $S = F_u / F_s$ para cada ensaio. Admitindo-se que S seja lognormal, pode calcular-se o índice de confiabilidade e estimar a probabilidade de rotura.

4 Resultados e discussão

Na Figura 8 apresenta-se o gráfico de probabilidade normal de $Y = \ln S$ para os 37 maciços de duas estacas. Na mesma figura, indica-se o resultado do teste de Kolmogorov-Smirnov (teste K-S) para uma correlação com a distribuição normal. Considerando um nível de significância de 5% e 37 pontos amostrais, a tabela do teste K-S [31] fornece $D_{37}^{0,05} = 0,22$. Como $D < D_{37}^{0,05}$, pode admitir-se que o coeficiente de segurança S seja lognormal.

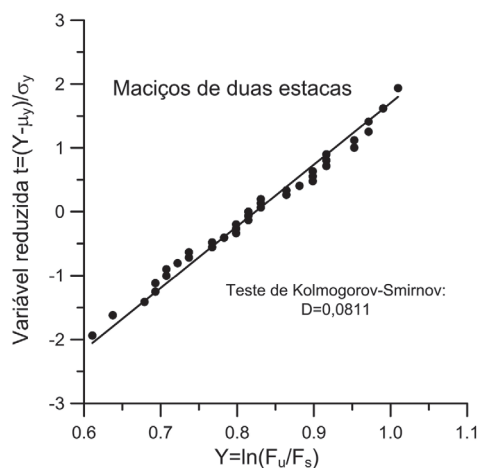


Figura 8 Gráfico de probabilidade para os maciços de duas estacas

Na Figura 9 apresenta-se o histograma de $Y = \ln S$ para os 37 maciços de duas estacas. O valor médio de Y é $\mu_y = 0,82$ e o desvio padrão é $\sigma_y = 0,10$. O índice de confiabilidade é $\beta = 8,2$.

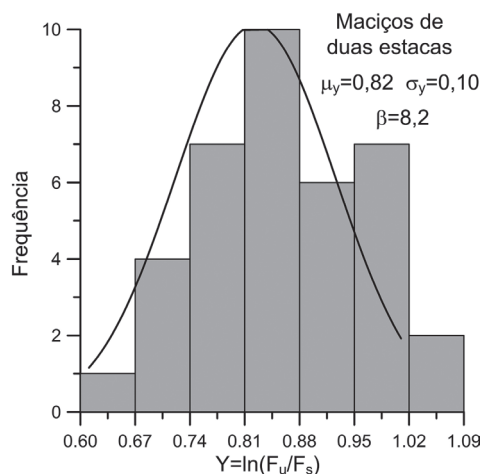


Figura 9 Histograma para os maciços de duas estacas

Na Figura 10 apresenta-se o gráfico de probabilidade normal de $Y = \ln S$ para os 21 maciços de três estacas e o resultado do teste K-S. Para um nível de significância de 5% e 21 pontos amostrais, a tabela do teste K-S fornece $D_{21}^{0,05} = 0,29$. Como $D < D_{21}^{0,05}$, admite-se que o coeficiente de segurança S é lognormal.

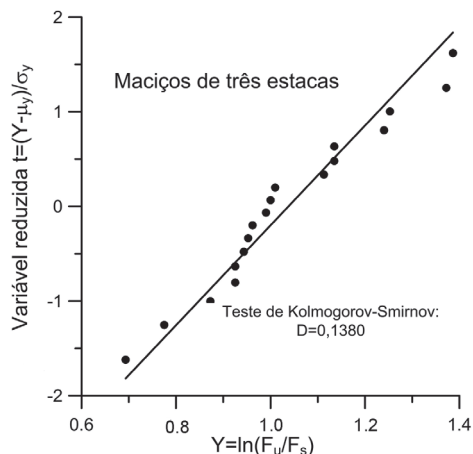


Figura 10 Gráfico de probabilidade para os maciços de três estacas

Na Figura 11 apresenta-se o histograma de $Y = \ln S$ para os 21 maciços de três estacas. O valor médio é $\mu_y = 1,04$, o desvio padrão é $\sigma_y = 0,18$ e o índice de confiabilidade é $\beta = 5,8$.

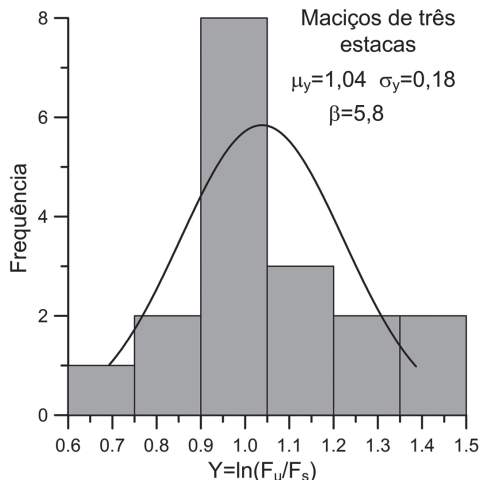


Figura 11 Histograma para os maciços de três estacas

Na Figura 12 apresenta-se o gráfico de probabilidade normal de $Y = \ln S$ para os 128 maciços de quatro estacas e o resultado do teste K-S. Para um nível de significância de 5% e 128 pontos amostrais, a tabela do teste K-S fornece $D_{128}^{0,05} = 0,12$. Como $D < D_{128}^{0,05}$, pode-se admitir que o coeficiente de segurança S seja lognormal.

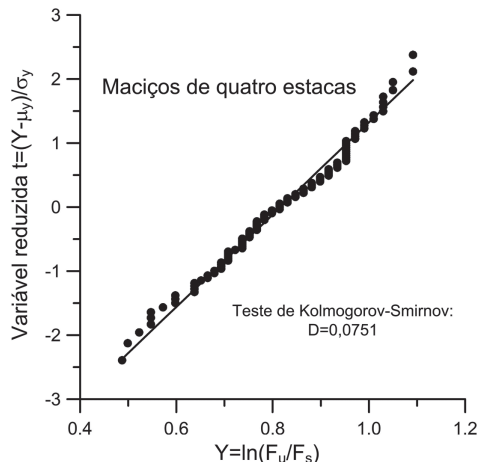


Figura 12 Gráfico de probabilidade para os maciços de quatro estacas

Na Figura 13 apresenta-se o histograma de $Y = \ln S$ para os 128 maciços de quatro estacas. O valor médio é $\mu_y = 0,82$, o desvio padrão é $\sigma_y = 0,14$ e o índice de confiabilidade é $\beta = 5,9$.

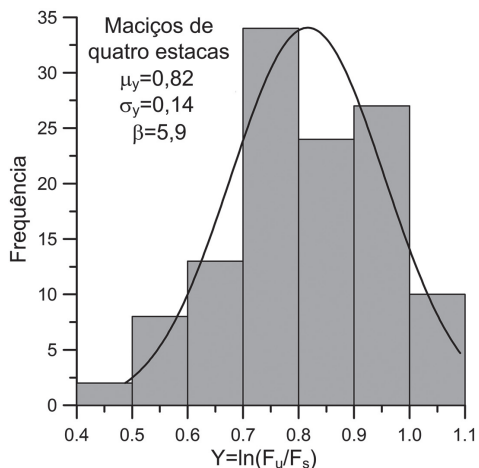


Figura 13 Histograma para os maciços de quatro estacas

Como pode ser observado, o índice de confiabilidade varia de acordo com o número de estacas. O maior valor para o índice de confiabilidade β foi obtido para os maciços de duas estacas. Esse valor muito alto para β é devido ao fato de que o desvio padrão σ_y é muito pequeno.

Na Tabela II apresenta-se um resumo dos resultados, juntamente com a probabilidade de rotura $p_f = \Phi(-\beta)$.

Tabela II Índice de confiabilidade e probabilidade de rotura estimada

Número de estacas	μ_y	σ_y	$\beta = \frac{\mu_y}{\sigma_y}$	p_f
2	0,82	0,10	8,2	$0,12 \times 10^{-15}$
3	1,04	0,18	5,8	$0,33 \times 10^{-8}$
4	0,82	0,14	5,9	$0,18 \times 10^{-8}$

A EN 1990 [32] adota um índice de confiabilidade alvo $\beta = 3,8$ para consequência de rotura média em um período de referência de 50 anos. Para alta consequência de rotura, o índice de confiabilidade alvo é $\beta = 4,3$. Para um período de referência de um ano, esses valores requeridos sobem para $\beta = 4,7$ e $\beta = 5,2$, respectivamente. Observa-se que esses índices de confiabilidade alvo foram alcançados para todos os maciços analisados.

5 Exemplo numérico

O método proposto é empregado para dimensionar o maciço de quatro estacas mostrado na Figura 14. O modelo de escoras e tirantes tridimensional é indicado na Figura 15.

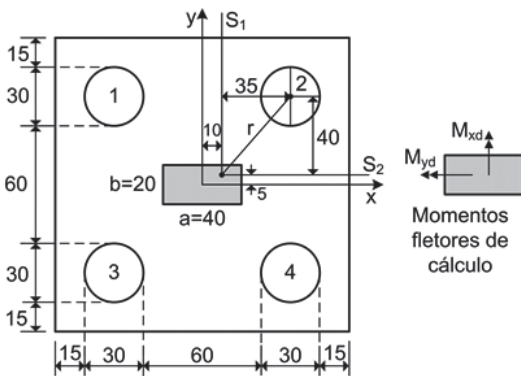


Figura 14 Exemplo de maciço de quatro estacas

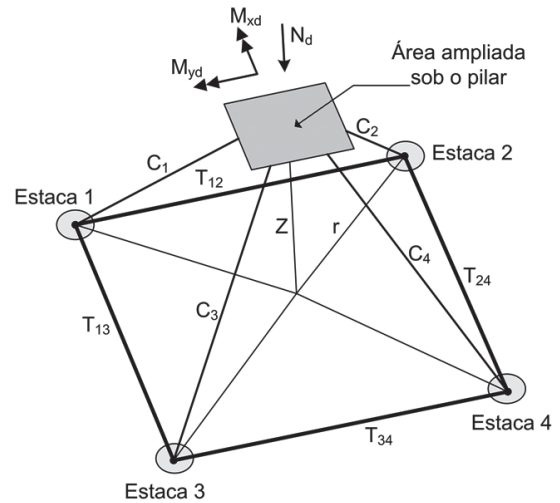


Figura 15 Modelo de escoras e tirantes para maciço de quatro estacas

Dados adicionais:

$$d = 58 \text{ cm}; d' = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Altura total do maciço: } h = d + d' = 65 \text{ cm}$$

$$N_d = 1600 \text{ kN}; M_{xd} = M_{yd} = M_{yd} = 160 \text{ kNm}$$

Propriedades dos materiais:

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}; f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

Resistência de cálculo do concreto:

$$f_{cd} = 30/1,5 = 20 \text{ MPa} (= 2 \text{ kN/cm}^2)$$

Tensão de escoamento de cálculo do aço:

$$f_{yd} = 500/1,15 = 435 \text{ MPa} (= 43,5 \text{ kN/cm}^2)$$

Uma vez que as estacas possuem a mesma rigidez axial, a carga em cada estaca é obtida da relação:

$$F_{di} = \frac{N_d}{n} + \frac{M_{xd}}{l_x} x_i + \frac{M_{yd}}{l_y} y_i \quad (14)$$

onde $n = 4$ é o número de estacas, $l_x = \sum_{j=1}^n x_j^2$, $l_y = \sum_{j=1}^n y_j^2$, x_i e y_i são as coordenadas do eixo da estaca em relação ao sistema de eixos $x - y$ com origem no eixo do pilar. Substituindo os dados, resulta: $F_{d1} = 400 \text{ kN}$, $F_{d2} = 578 \text{ kN}$, $F_{d3} = 222 \text{ kN}$, $F_{d4} = 400 \text{ kN}$.

A escora mais solicitada parte de um ponto de coordenadas $x = 0,25a = 10 \text{ cm}$ e $y = 0,25b = 5 \text{ cm}$ e vai até o eixo da estaca 2. O comprimento da projeção horizontal da escora é $r = 53,15 \text{ cm}$ (obtido da Figura 14).

$$\tan \theta_o = \frac{d}{r} = \frac{58}{53,15} \rightarrow \theta_o = 47,5^\circ \quad (15)$$

$$\text{Carga equivalente: } N_{de} = n F_{d2} = 2312 \text{ kN}$$

$$\text{Força normal relativa: } v = \frac{N_{de}}{A_c f_{cd}} = \frac{2312}{20 \times 40 \times 2} = 1,45$$

Área da base (ver Figuras 2 e 14):

$$A_b = 120 \times 120 = 14\,400 \text{ cm}^2$$

$$\eta = \frac{A_b}{A_c} = \frac{14\,400}{20 \times 40} = 18$$

Na Tabela III apresentam-se os resultados do processo iterativo para encontrar x , empregando as equações (2) e (5).

Tabela III Resultados do processo iterativo

Iteração	x (cm)	θ (graus)	$\frac{x_j - x_{j-1}}{x_j}$	$\frac{x}{d}$
0	0	47,50	–	0
1	7,30	45,64	1,00	0,13
2	7,97	45,46	0,09	0,14
3	8,04	45,45	<0,01	0,14

Logo: $x = 8,04$ cm; $x/d = 0,14 < 0,45$; $\theta = 45,45^\circ > 26,6^\circ$

Braço de alavanca: $Z = d - 0,5x = 58 - 0,5 \times 8,04 = 53,98$ cm

Área de aço do tirante no alinhamento das estacas 1 e 2 (tirante T_{12} na Figura 15):

$$A_{sx} = \frac{578 \times 35}{53,98 \times 43,5} = 8,62 \text{ cm}^2$$

Usar a mesma armadura para o tirante T_{34} .

Área de aço do tirante no alinhamento das estacas 2 e 4 (tirante T_{24} na Figura 15):

$$A_{sy} = \frac{578 \times 40}{53,98 \times 43,5} = 9,85 \text{ cm}^2$$

Usar a mesma armadura para o tirante T_{13} .

Verificação da escora sobre a estaca 2 (escora C_2 na Figura 15):

$F_{de} = 578$ kN (reação da estaca)

$A_p = 707$ cm² (área da seção transversal da estaca)

$$k = \left(1 + \frac{2d'}{\phi_p}\right)^2 = \left(1 + \frac{2 \times 7}{30}\right)^2 = 2,15 < 4$$

$A_{amp} = kA_p = 1520$ cm² (área ampliada sobre a estaca)

$$\sigma_{cz} = \frac{F_{de}}{A_{amp} \sin^2 \theta} = \frac{578}{1520 \sin^2 45,45} = 0,75 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cdz} = 0,60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} = 10,56 \text{ MPa}$$

Como $\sigma_{cz} = 7,5$ MPa é menor que $f_{cdz} = 10,56$ MPa, a segurança da escora está garantida.

6 Conclusões

Neste trabalho foi proposto um modelo de escoras e tirantes para o projeto de maciços de encabeçamento de estacas. A metodologia usada para determinar a altura da zona nodal CCC sob o pilar é a

principal diferença entre este modelo e os métodos tradicionais. Vários métodos tradicionais de escoras e tirantes adotam um valor arbitrário x para a altura da zona nodal CCC. Nesses métodos, o valor de x é escolhido sem nenhuma metodologia, por exemplo, simplesmente adotando $x = 0,30d$.

No modelo proposto, o esmagamento das escoras sob o pilar é verificado em um plano horizontal situado dentro do maciço. Para isto, considera-se que as tensões verticais sob o pilar se dissipam até uma profundidade x , onde elas são reduzidas o bastante para não causar esmagamento das escoras. A determinação da profundidade desse plano horizontal (a altura da zona nodal CCC sob o pilar) requer o emprego de um processo iterativo.

Em um artigo anterior [1], a área ampliada sob o pilar foi definida considerando que a distribuição da carga ao longo da altura do maciço ocorre com a mesma inclinação das escoras. No presente artigo foi introduzida uma modificação na geometria da área ampliada, o que simplifica o uso do modelo. Com essa nova formulação para a área ampliada, podem-se elaborar gráficos que permitem a solução direta do problema, sem a necessidade de realizar iterações. Alguns gráficos desse tipo são mostrados nas Figuras 5 e 6.

O modelo proposto foi usado para analisar 186 maciços ensaiados por outros autores, sendo 37 maciços de duas estacas, 21 maciços de três estacas e 128 maciços de quatro estacas. O método dos coeficientes parciais de segurança foi empregado para projetar os maciços e a segurança estrutural foi avaliada através do índice de confiabilidade β . A pequena probabilidade de rotura, estimada a partir do índice β , demonstra a segurança do método proposto. O uso prático do método foi mostrado em um exemplo numérico de dimensionamento.

Referências

- [1] Araújo, J.M. – “Design of rigid pile caps through an iterative strut-and-tie model”, *Journal of Advanced Concrete Technology*, Vol. 14, No. 8, 2016; p. 397-407.
- [2] Schlaich, J.; Schäfer K.; Jennewein M. – “Toward a consistent design of structural concrete”, *PCI Journal*, Vol. 32, No. 3, 1987; p. 74-150.
- [3] American Concrete Institute – *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14)*. Farmington Hills, MI, USA, 2014.
- [4] Japan Society of Civil Engineers – *Standard Specifications for Concrete Structures – 2007, Design*. JSCE Guidelines for Concrete No. 15, Tokyo, Japan, 2010.
- [5] Comisión Permanente Del Hormigón – *Instrucción de Hormigón Estructural. EHE-08*. Madrid, 2011.
- [6] European Committee For Standardization – *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. EN 1992-1-1:2004+A1:2014, Brussels, Belgium, 2014.
- [7] International Federation For Structural Concrete – *fib Model Code 2010*. Lausanne, Switzerland, 2010.
- [8] Adebar, P.; Zhou, Z. – “Design of deep pile caps by strut-and-tie models”, *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 4, 1996; p. 1-12.

- [9] Brown, M.D.; Sankovich, C.L.; Bayrak, O.; Jirsa, J.O.; Breen, J.E.; Wood, S.L. – “Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models”, Report No. FHWA/TX-06/0-4371-2. Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin, USA, 2006.
- [10] Chantelot, G.; Mathern, A. – *Strut-and-tie modelling of reinforced concrete pile caps*, Master of Science Thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 2010.
- [11] American Concrete Institute – *Further Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models. ACI SP-273*, Farmington Hills, MI, USA, 2010.
- [12] Canadian Standards Association – *A23.3-14: Design of Concrete Structures*. Mississauga, Ontario, Canada, 2014.
- [13] Comité Euro-International Du Béton – *CEB-FIP Model Code 1990*. Edited by Thomas Telford, London, UK, 1993.
- [14] Fusco, P.B. – *Técnica de Armar as Estruturas de Concreto*. Pini, São Paulo, Brasil, 1995.
- [15] Jimenez Montoya, P.; Garcia Mesegner, A.; Moran Cabre, F. – *Hormigón Armado*. 14th ed. Gustavo Gili, Barcelona, 2000.
- [16] Calavera, J. – *Cálculo de Estructuras de Cimentación*. 4th ed. INTEMAC, Madrid, 2000.
- [17] Adebar, P.; Kuchma, D.; Collins, M. P. – “Strut-and-tie models for the design of pile caps: an experimental study”, *ACI Structural Journal*, Vol. 87, No. 1, 1990; p. 81-92.
- [18] Araújo, J.M. – “Probabilistic analysis of reinforced concrete columns”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, No. 12, 2001; p. 871-879.
- [19] Ang, A.H.S.; Tang, W.H. – *Probability Concepts in Engineering Planning and Design – Vol. II: Decision, Risk and Reliability*. John Wiley & Sons, New York, NY, USA, 1984.
- [20] Munhoz, F.S. – *Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura*, Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, Brasil, 2014.
- [21] Mautoni, M. – *Blocos sobre duas estacas*. Grêmio Politécnico, São Paulo, SP, Brasil, 1972.
- [22] Blévet, J.; Frémy R. – “Semelles sur pieux”, *Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, Vol. 20, No. 230, 1967; p. 223-295.
- [23] Miguel, M.G. – *Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas*, Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, Brasil, 2000.
- [24] Clarke, J.L. – “Behavior and Design of Pile Caps with Four Piles”, *Technical Report* No. 42.489, Cement and Concrete Association, London, UK, 1973.
- [25] Suzuki, K.; Otsuki, K.; Tsubata, T. – “Influence of bar arrangement on ultimate strength of four-pile caps”, *Transactions of the Japan Concrete Institute*, Vol. 20, Tokyo, Japan, 1998.
- [26] Suzuki, K.; Otsuki, K.; Tsubata, T. – “Experimental study on four-pile caps with taper”, *Transactions of the Japan Concrete Institute*, Vol. 21, Tokyo, Japan, 1999.
- [27] Suzuki, K.; Otsuki, K.; Tsubata, T. – “Influence of edge distance on failure mechanism of pile caps”, *Transactions of the Japan Concrete Institute*, Vol. 22, Tokyo, Japan, 2000.
- [28] Suzuki, K.; Otsuki, K. – “Experimental study on corner shear failure of pile caps”, *Transactions of the Japan Concrete Institute*, Vol. 23, Tokyo, Japan, 2002.
- [29] Souza, R.; Kuchma, D.; Park, J.; Bittencourt, T. – “Adaptable strut-and-tie model for design and verification of four-pile caps”, *ACI Structural Journal*, Vol. 106, No. 2, 2009; p. 142-150.
- [30] ABNT – *NBR-6118: Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, 2014.
- [31] Haldar, A.; Mahadevan, S. – *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*. John Wiley & Sons, New York, NY, USA, 2000.
- [32] European Committee For Standardization – *EN 1990, Eurocode – Basis of Structural Design*. Brussels, Belgium, 2009.

