

Determinação das constantes elásticas do OSB e do *Eucalyptus grandis* com vistas a simulação numérica de vigas *I-Joists*

Determination of the elastic constants of OSB and *Eucalyptus grandis* aiming to numerical simulation of I-Joists beams

Jorge Luís Nunes de Góes

Paulo Roberto Pizzini

Tatiana Carlin

Resumo

As vigas *I-joists* são utilizadas em larga escala na América do Norte e Europa principalmente como barrotes em pisos de madeira. Elas são elementos estruturais industrializados, compostas por mesas de madeira serrada e alma de OSB. A fim de estudar o comportamento estrutural dessas vigas, simulações numéricas em elementos finitos podem ser realizadas, tendo em vista a necessidade de coerente alimentação com as propriedades elásticas dos materiais que compõem o elemento estrutural. Dessa forma, este trabalho visa caracterizar elasticamente a madeira de *Eucalyptus grandis* e as chapas de OSB através de ensaios laboratoriais previstos em normas nacionais e internacionais. Os resultados experimentais obtidos dos ensaios demonstraram concordância com os valores da bibliografia. Além disso, as relações entre as constantes elásticas, para madeira maciça, mostraram-se próximas das encontradas por outros pesquisadores. Por fim, o modelo de corpo de prova para determinação do módulo de elasticidade ao cisalhamento mostrou-se ser de simples execução em comparação com outros modelos, apresentando resultados satisfatórios.

Abstract

I-joists are widely used in North America and Europe mainly as bars on hardwood floors. They are structural and industrialized elements, made up of lumber flanges and structural panel webs. In order to study the structural behavior of these beams, numerical simulations with finite elements can be performed, considering the need for coherent maintenance with the elastic properties of the materials that compose the structural element. Thus, this work aims at characterize *Eucalyptus grandis* and OSB boards through laboratory tests foreseen in national and international standards. The experimental results obtained from the tests showed conformity with the values of the bibliography. In addition, the relations between elastic constants for solid wood were close to those found by other researchers. Finally, the specimen model for the determination of the shear modulus was shown to be simple in comparison to other models, presenting satisfactory results.

Palavras chave: *Eucalyptus grandis* / OSB / Constantes elásticas / Cisalhamento / Simulações numéricas / Vigas *I-joists*

Keywords: *Eucalyptus grandis* / OSB / Elastic constants / Shear / Numerical simulations / I-joists beams

Jorge Luís Nunes de Góes

Professor Doutor
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campo Mourão
Brasil
jorgegoes01@gmail.com
jgoes@utfpr.edu.br

Paulo Roberto Pizzini

Acadêmico do curso de Engenharia Civil
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campo Mourão
Brasil
paulor.pizzini@gmail.com

Tatiana Carlin

Acadêmica do curso de Engenharia Civil
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campo Mourão
Brasil
tatianacarlin@hotmail.com

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

GÓES, Jorge L. N. [et al.] – Determinação das constantes elásticas do OSB e do *Eucalyptus grandis* com vistas a simulação numérica de vigas *I-Joists* **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 7. ISSN 2183-8488. (julho 2018) 73-80.

1 Introdução

Pelo fato de ser um material ecologicamente correto e com grande potencial para ser utilizado de forma estrutural, a madeira vem ganhando cada vez mais espaço no mercado da construção civil brasileiro. Dessa forma, com o aumento de sua utilização no mercado novas espécies vêm sendo cogitadas para a elaboração de projetos estruturais. Todavia, a falta de conhecimento de suas propriedades aliado à complexidade de seu comportamento dificulta seu correto dimensionamento.

Essa questão torna-se ainda mais crítica com o rápido desenvolvimento de programas computacionais de cálculo estrutural, em que se torna fundamental conhecer as propriedades do elemento utilizado no projeto para sua correta utilização. Além disso, uma das tendências atuais é a utilização de modelos numéricos a fim descrever o comportamento estrutural do elemento analisado, tornando as simulações numéricas mais práticas e menos onerosas do que os ensaios experimentais. Entretanto, para que essas simulações sejam confiáveis elas devem ser alimentadas com as propriedades elásticas do material em estudo.

As vigas *I-joists* são elementos estruturais industrializados de madeira utilizados principalmente para a construção de lajes de residências [1]. Dessa forma, a fim de simular numericamente essas vigas faz-se necessário caracterizar elasticamente os materiais que a compõem, sendo eles duas mesas, uma inferior e uma superior, de madeira maciça e uma alma de compensado ou OSB (*Oriented Strand Board*). Assim sendo, este trabalho tem a finalidade de caracterizar elasticamente a madeira que compõem as mesas dessas vigas, que é o *Eucalyptus grandis*, e a alma delas constituída por uma chapa de OSB.

1.1 Elasticidade

As relações entre tensões e deformações em um sólido correspondem a ações externas (forças) que geram respostas mecânicas internas no mesmo. Uma vez cessada a causa externa geradora de tensões e deformações, um sólido elástico é capaz de armazenar a energia desenvolvida pelo trabalho externo e transformá-la em energia potencial elástica, ou energia de deformação, retornando a sua situação inicial. Esta propriedade denomina-se elasticidade [2]. Dessa forma, para sólidos em condições adiabáticas e isotérmicas, o estado de tensões depende somente do estado atual de deformações, isto é, as tensões e deformações nestes sólidos são totalmente reversíveis, podendo ser expressas matematicamente na equação 1, em que σ_{ij} representa o tensor das tensões, ϵ_{kl} o tensor das deformações e F_{ij} a função resposta do material [3].

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\epsilon_{kl}) \quad (1)$$

Nesse contexto, quando um corpo se deforma e nenhuma energia é dissipada nesse processo, as equações ou leis constitutivas que regem o comportamento desse corpo são chamadas de modelos elásticos de Green. Assim, para um sólido elástico sob ações de forças e impondo ao mesmo deslocamentos virtuais infinitesimais δU_p , os quais são compatíveis com as condições de equilíbrio, é possível através do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) estabelecer uma relação entre o trabalho externo (forças externas e deslocamentos)

e o trabalho interno (tensões e deformações internas), representada na equação 2 [4].

$$\sigma_{ij} = \frac{\delta U_0}{\delta \varepsilon_{ij}} \quad (2)$$

Com base nas propriedades da energia de deformação, [2] apresenta a série polinomial de primeira ordem para materiais elásticos lineares, que é representada na equação 3, em que α_{ij} e β_{ijk} são constantes e C_0 é igual a zero. Assim, a partir dessa série polinomial e aplicando-se o modelo elástico de Green, descrito na equação 2, com as devidas simplificações e substituições é possível escrever a equação 4, conhecida como lei de Hooke generalizada, em que C_{ijkl} é chamado de tensor de constantes elásticas. Além disso, admitindo-se naturalmente que $C_{ijkl} \neq 0$, é possível expressar a lei constitutiva em uma forma tensorial alternativa, representada pela equação 5, em que S_{ijkl} é conhecido como tensor *compliance*.

$$U_0 = C_0 \cdot \delta_{ij} + \alpha_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} + \beta_{ijk} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl} \quad (5)$$

De acordo com [5], a lei de Hooke generalizada é um enunciado matemático que relaciona todos os componentes do tensor deformação com todos os componentes do tensor tensão. Em vista disso o tensor C_{ijkl} acena para existência de 81 elementos diferentes. Todavia, conforme indicado por [2] os tensores da tensão tal como o da deformação são simétricos. Assim, direcionando-se esses conceitos a equação 4 dos 81 elementos diferentes sobram 36. Entretanto, o tensor C_{ijkl} é simétrico em relação aos pares i, j e k, l de modo que dos 36 elementos diferentes apenas 21 elementos diferentes compõem o tensor C_{ijkl} . De modo análogo o tensor S_{ijkl} também possui 21 elementos diferentes. Contudo, conforme abordado por [6], o número de termos independentes nos tensores C_{ijkl} e S_{ijkl} não é 21, mas sim 18 termos. Ainda segundo o autor, uma notação reduzida para os elementos dos tensores ε_{ij} , σ_{ij} , C_{ij} e S_{ij} pode ser aplicada, permitindo que seus índices sejam contraídos para ε_p , σ_p , C_p e S_p .

1.2 Simetria elástica

As leis constitutivas, a depender do material analisado, podem ser simples ou complexas, sendo que o modelo constitutivo elástico mais geral formulado para descrever o comportamento mecânico dos sólidos é o modelo anisotrópico [7]. Tal modelo implica que não há simetria elástica no material e suas propriedades elásticas são diferentes para as diversas direções através de um ponto. Por outro lado, caso houver simetria elástica no material, o mesmo pode ser adequado ao modelo ortotrópico ou isotrópico. Assim, a adequação de um material para um determinado modelo elástico baseia-se no grau de simetria elástica que o mesmo apresenta [6].

Nesse sentido, os sólidos anisotrópicos podem ser classificados de acordo com a simetria elástica que manifestam. Se um material tem propriedades direcionais, mas não apresenta simetria elástica ele é classificado como anisotrópico, Figura 1-a, os tensores C_{ij} e S_{ij} passam a possuir 21 elementos diferentes, sendo que apenas 18 são independentes. Caso o material possua três planos de simetria

elástica ele é classificado como ortotrópico, Figura 1-b, contendo 12 elementos diferentes, sendo que apenas 9 são independentes. Já o material transversalmente isotrópico, Figura 1-c, apresenta um plano de simetria elástica em que todas as direções são elasticamente equivalentes, ou seja, todos os planos perpendiculares a esse plano também são planos de simetria elástica. Assim esse material apresenta 5 elementos independentes. Por fim, um material que evidencia simetria em todas as direções, sendo todas elas consideradas principais, é classificado como um material isotrópico, Figura 1-d, implicando na existência de 3 elementos diferentes nos tensores, dos quais apenas 2 são independentes, o módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν), e 1 dependente dos demais que é o módulo de elasticidade transversal G [8].

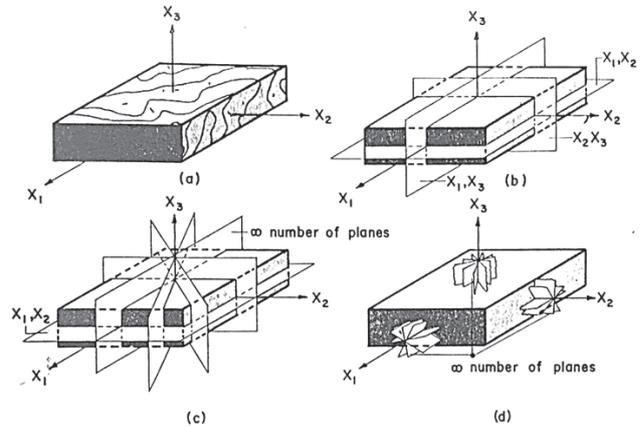


Figura 1 Simetria elástica dos materiais [5]: (a) anisotrópico, (b) ortotrópico, (c) transversalmente isotrópico e (d) isotrópico

De acordo com [7] e [9] a adoção de um modelo ortotrópico para madeira é fruto do conhecimento de suas estruturas microscópicas e macroscópicas, além de sua fisiologia, crescimento da árvore e leis constitutivas que regem o material. Com isso, torna-se interessante escrever o tensor *compliance* S_{ij} em função dos termos usuais da engenharia, módulos de elasticidade (E), coeficientes de Poisson (ν) e módulos de elasticidade transversal (G), e dos eixos de simetria elástica da madeira, Longitudinal (L), Radial (R) e Tangencial (T), sendo tal representação expressada na forma matricial pela equação 6.

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\nu_{RL} & -\nu_{TL} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\nu_{TR} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{-\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

No caso de compósitos de madeira, como o OSB, [5] apresenta uma simplificação no modelo ortotrópico, em que aproximações bidimensionais são introduzidas caracterizando um estado plano de tensões, como notado na Figura 2. Dessa forma, as relações entre tensão e deformação podem ser simplificadas, resultando em uma equação com apenas duas tensões normais e uma de cisalhamento, que representadas nos eixos principais da chapa de OSB e com os termos usuais da engenharia podem ser escritas na equação 7.

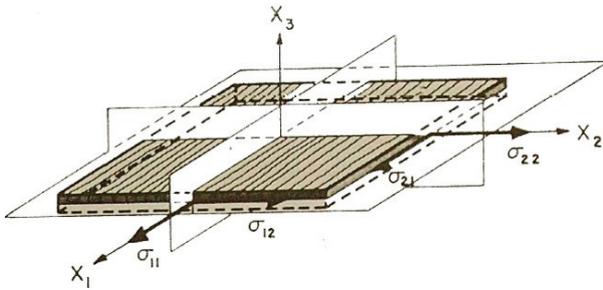


Figura 2 Placa ortotrópica sujeita a um estado plano de tensões [5]

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\nu_{21} & 0 \\ -\nu_{12} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (7)$$

1.3 Considerações sobre os ensaios laboratoriais para determinação das constantes elásticas

A fim de determinar os módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson da madeira, considera-se uma solicitação normal atuando num sólido cujos eixos de simetria elástica (Longitudinal, Tangencial e Radial) coincidem com os geométricos (x_1 , x_2 e x_3), como representado na Figura 3. Dessa forma, para um corpo de prova cujo carregamento esteja na direção longitudinal é possível obter o módulo de elasticidade Longitudinal (E_L) e os coeficientes de Poisson nos planos Longitudinal-Tangencial (ν_{LT}) e Longitudinal-Radial (ν_{LR}), vide equação 8.

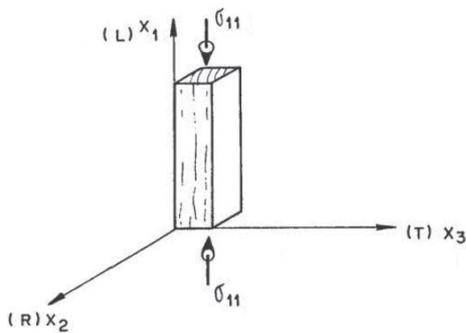


Figura 3 Tensão aplicada no sólido segundo o eixo principal longitudinal [2]

$$E_L = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1}; \nu_{LR} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \nu_{LT} = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \quad (8)$$

De forma análoga, determina-se outras seis constantes elásticas da madeira utilizando-se mais dois corpos de prova. O primeiro com a maior dimensão sendo a Radial obtém-se as relações da equação 9, e o segundo com a maior dimensão sendo a Tangencial tem-se as relações da equação 10.

$$E_R = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}; \nu_{RL} = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}; \nu_{RT} = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \quad (9)$$

$$E_T = \frac{\sigma_3}{\varepsilon_3}; \nu_{TR} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}; \nu_{TL} = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \quad (10)$$

Já para análise do módulo de elasticidade transversal faz-se necessário utilizar as transformações tensoriais para mudanças de base. Assim, enfocando-se o elemento S'_{11} , transcrito na equação 11, observa-se que o módulo de elasticidade transversal (G_{RL}) torna-se função apenas do elemento S'_{11} , do módulo de elasticidade Longitudinal (E_L), do coeficiente de Poisson (ν_{LT}) e do módulo de elasticidade Radial (E_R). Com efeito, conhecendo-se essas constantes estaria então determinado o módulo de elasticidade transversal G_{RL} [2].

$$S'_{11} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{RL}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) + \frac{\sin^4 \theta}{E_R} \quad (11)$$

Portanto, para um ângulo θ de 45° e fazendo-se as devidas simplificações pode-se escrever uma equação generalizada para determinar o módulo de elasticidade transversal representada na equação 12.

$$G_{ij} = \frac{E_i \cdot E_j \cdot E'_0}{4E_i \cdot E_i - E_j \cdot E'_0 + (2\nu_{ij} - 1)E_i \cdot E'_0} \quad (12)$$

Como já apresentada, a lei constitutiva para chapas de OSB pode ser simplificada resultando em apenas quatro constantes elásticas a serem determinadas. Posto isso, para determinação dos módulos de elasticidade Transversal, Longitudinal e Vertical a metodologia utilizada baseia-se em ensaios de flexão com corpos de prova prescritos nas normas [10] e [11], sendo que para os dois primeiros módulos a norma preconiza o ensaio de flexão a três pontos, e para o módulo de elasticidade vertical um ensaio de flexão a quatro pontos. As Figuras 4 e 5 ilustram respectivamente tais ensaios.

Já para a determinação do módulo de elasticidade ao cisalhamento, a norma [12] estabelece três métodos de ensaio, sendo eles *Small Panel Shear Test*, *Large Panel Shear Test* e *Two Rail Shear Test*. Tais métodos baseiam-se no princípio de garantir ao corpo de prova um estado puro de tensões de cisalhamento no plano da chapa. Dessa forma, utilizando-se extensômetros pode-se mensurar os deslocamentos obtidos por esse estado de tensões, sendo possível então a determinação do módulo de elasticidade ao cisalhamento.

Por fim, para determinar-se os coeficientes de Poisson, [13] apresenta um método analítico baseado nos módulos de elasticidade longitudinal (E_L), transversal (E_2) e de cisalhamento (C_{12}). Tal método presume o conhecimento da razão e do produto entre os coeficientes de Poisson (ν_{12} e ν_{21}). A razão entre esses coeficientes pode ser obtida pela simetria do tensor constitutivo, descrita na

equação 13. Já para encontrar o produto desses coeficientes, [14] apresenta a equação 14 para estimar tal valor.

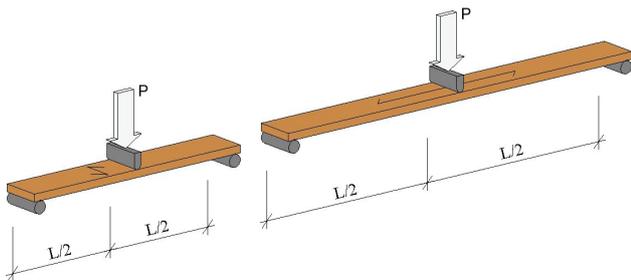


Figura 4 Esquema de ensaio para obter os módulos de elasticidade longitudinal e transversal

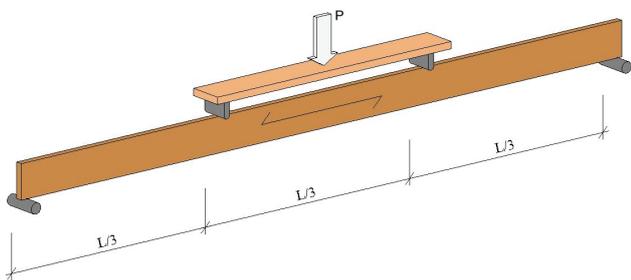


Figura 5 Esquema de ensaio para obter o módulo de elasticidade vertical

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (13)$$

$$G_{12} = \frac{0,5 \cdot \sqrt{E_1 \cdot E_2}}{1 + \sqrt{\nu_{12} \cdot \nu_{21}}} \quad (14)$$

A partir disso, os coeficientes de Poisson ν_{12} e ν_{21} podem ser encontrados pela solução de um sistema simples com duas equações e duas incógnitas. Dessa forma, com as devidas simplificações e substituições feitas pode-se escrever as equações 15 e 16 para representar os coeficientes de Poisson ν_{12} e ν_{21} , respectivamente.

$$\nu_{12} = \frac{E_1 \cdot \nu_{21}}{E_2} \quad (15)$$

$$\nu_{21} = \left(\frac{0,5 \cdot \sqrt{E_1 \cdot E_2}}{G_{12}} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \quad (16)$$

2 Metodologia

Para determinação das constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus grandis* um único indivíduo arbóreo com 0,40 m de diâmetro e 1,10 m de comprimento foi adquirido. A partir disso, foram demarcadas as posições de retirada dos corpos de prova de compressão simples, respeitando-se as direções das fibras da madeira. Tal representação pode ser evidenciada pela Figura 6, que demonstra de forma tridimensional as posições de retirada dos corpos de prova.

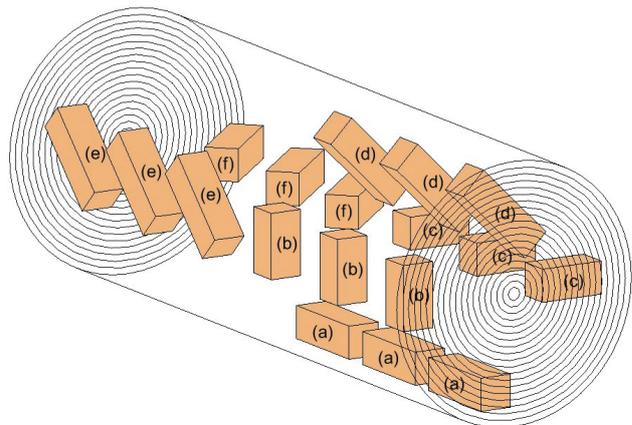


Figura 6 Representação tridimensional da posição dos corpos de prova no indivíduo arbóreo: (a) corpo de prova Longitudinal; (b) corpo de prova Tangencial; (c) corpo de prova Radial; (d) corpo de prova inclinado 45° no plano Radial-Tangencial; (e) corpo de prova inclinado 45° no plano Longitudinal-Tangencial; (f) corpo de prova inclinado 45° no plano Longitudinal-Radial

Foram confeccionados três corpos de prova para cada direção indicada na Figura 7, totalizando 18 amostras, atendendo as dimensões indicadas pela norma [15].

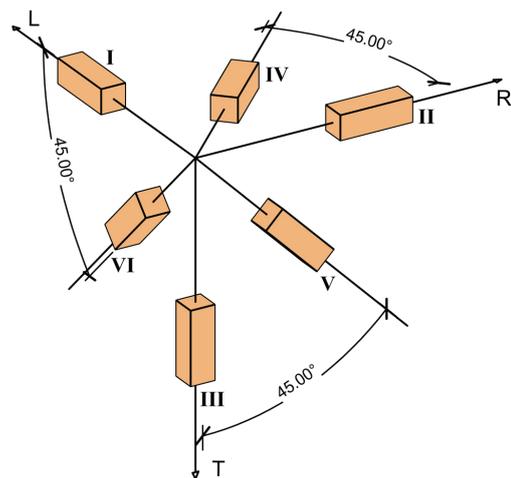


Figura 7 Posições para retirada de corpos de prova

Tabela I Posições básicas dos corpos de prova para mensuração dos parâmetros elásticos

Posição	I	II	III	IV	V	VI
Parâmetros elásticos	$E_L = \frac{\sigma_L}{\epsilon_L}$	$E_R = \frac{\sigma_R}{\epsilon_R}$	$E_T = \frac{\sigma_T}{\epsilon_T}$			
Parâmetros mensurados	$\nu_{LT} = -\frac{\epsilon_T}{\epsilon_L}$	$\nu_{RL} = -\frac{\epsilon_L}{\epsilon_R}$	$\nu_{TR} = -\frac{\epsilon_R}{\epsilon_T}$	G_{LR}	G_{TR}	G_{LT}

Para determinar os coeficientes de Poisson restantes (ν_{LR} , ν_{LT} e ν_{RT}) foram utilizadas as relações descritas pela equação 17. Tais relações podem ser obtidas a partir da simetria do tensor constitutivo.

$$\frac{\nu_{RL}}{E_R} = \frac{\nu_{LR}}{E_L}; \frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L}; \frac{\nu_{TR}}{E_T} = \frac{\nu_{RT}}{E_R} \quad (17)$$

De posse dos corpos de prova, foram colados nos mesmos extensômetros elétricos de resistência perpendiculares ao carregamento e em faces paralelas com o objetivo de mensurar as deformações laterais. Todos os procedimentos de ensaio seguiram o preconizado pela norma [15], sendo o esquema de ensaio representado na Figura 8. Por fim, com o auxílio do sistema de aquisição de dados LYNX 2161 e do software AqDados determinou-se as deformações específicas nos corpos de prova.



Figura 8 Corpo de prova instrumentado para ensaio

A fim de se obter o módulo de elasticidade ao cisalhamento das chapas de OSB, foram feitos ensaios em três corpos de prova adaptados da norma [12]. Baseado no método C da mesma (*Two-Rail Test*), os corpos de prova são compostos por uma chapa OSB e seis montantes (três de cada lado da chapa) que foram colados na chapa conforme a Figura 9.

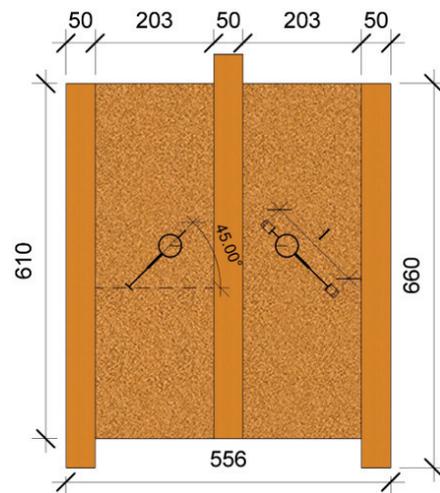


Figura 9 Corpo de prova adaptado da norma [12] (dimensões em mm)

Os montantes possuem seção transversal retangular de 50 mm por 40 mm, com altura de 660 mm e são produzidos de madeira maciça de *Pinus sp.* A chapa de OSB, com espessura nominal de 9,5 mm, foi cortada nas dimensões de 556 mm de largura e 610 mm de altura, mantendo assim duas regiões de cisalhamento retangulares (610 mm por 203 mm). Nas regiões de cisalhamento, foram instalados transdutores de deslocamento, orientados a 45° com a horizontal (cuja sensibilidade é de 0,001 mm), com o objetivo de medir a deformação por cisalhamento nas chapas.

O módulo de elasticidade ao cisalhamento (G) no plano da chapa é obtido a partir da teoria clássica de Euler-Bernoulli, que relaciona tensão e deformação na equação 18. Onde G é o módulo de elasticidade transversal (MPa), P/Δ é o coeficiente angular da curva carga \times deformação (N/mm), l é o comprimento da medida do deslocamento (mm), L é o comprimento de cisalhamento da borda lateral do CP (mm) e t é a espessura nominal da chapa de OSB (mm).

$$G = 0,25 \cdot \left(\frac{P}{\Delta} \right) \cdot \left(\frac{l}{L \cdot t} \right) \quad (18)$$

Para determinação dos módulos de elasticidade à flexão longitudinal, transversal e vertical, adotou-se as normas [10], para flexão longitudinal e transversal, que preconiza a flexão a três pontos, sendo os módulos determinados pela equação 19, e a norma [11], para flexão vertical, que indica a flexão a quatro pontos em que o módulo é determinado pela equação 20. Dessa forma, temos que E é o módulo de elasticidade, L é o vão entre os apoios (mm), $F_{50\%}$ e $F_{10\%}$ são as cargas correspondentes a 10% e 50% da carga máxima (N), $\delta_{50\%}$ e $\delta_{10\%}$ são os deslocamentos no meio do vão correspondentes a 10% e 50% da carga máxima (mm) e I é o momento de inércia da seção transversal do corpo de prova (mm⁴).

$$E = \left(\frac{L^3}{48 \cdot I} \right) \cdot \left(\frac{F_{50\%} - F_{10\%}}{\delta_{50\%} - \delta_{10\%}} \right) \quad (19)$$

$$E = \left(\frac{23 \cdot L^3}{1296 \cdot I} \right) \cdot \left(\frac{F_{50\%} - F_{10\%}}{\delta_{50\%} - \delta_{10\%}} \right) \quad (20)$$

Por fim, para determinar-se os coeficientes de Poisson para as chapas de OSB foram utilizadas as equações 15 e 16 apresentadas no item 1.3. Dessa forma, foi possível encontrar esses coeficientes de forma analítica.

3 Resultados e discussões

Com base na metodologia apresentada, foi possível caracterizar todas as constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus grandis*, cujos valores médios dos corpos de prova estão na Tabela II.

Tabela II Constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus grandis* (E_i e G_{ij} em MPa)

Constantes elásticas	E_L	E_R	E_T	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}
Valores médios	22014,85	1494,08	781,13	109,92	599,44	878,04
Constantes elásticas	ν_{RL}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{TR}	ν_{LT}	ν_{RT}
Valores médios	0,03	0,02	0,46	0,32	0,55	0,61

Observando-se os valores apresentados na Tabela II é possível estabelecer as seguintes relações entre as constantes elásticas:

- $E_L : E_R : E_T \approx 28,2 : 1,9 : 1$;
- $E_L : E_R \approx 14,7 : 1$;
- $G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} \approx 8 : 5,5 : 1$;
- $G_{LR} : G_{LT} \approx 1,5 : 1$;
- $E_L : G_{LR} \approx 25,1 : 1$.

Com isso, pode-se destacar que as relações obtidas se mostram próximas das apresentadas por [5], além de seguirem o mesmo padrão das relações encontradas por [2]. Já para o OSB, as constantes elásticas encontradas utilizando a metodologia apresentada estão sintetizadas na Tabela III. A partir de análise da Tabela III, observa-se que os coeficientes de variação das chapas de OSB são significativamente inferiores àqueles normalmente apresentados pela madeira maciça. Isto é uma característica típica das chapas de madeira reconstituída em geral, e se deve ao processo industrial que tende a homogeneizar as propriedades do material.

Tabela III Constantes elásticas para o OSB

Parâmetros elásticos	Módulo de elasticidade (MPa)				ν_{12}	ν_{21}
	Flexão longitudinal (7CPs)	Flexão transversal (7CPs)	Flexão vertical (5CPs)	Cisalhamento (6CPs)		
Valores médios	4246,74	2391,39	3246,26	1131,05	0,54	0,31
Desvio padrão	427,07	211,68	223,47	138,56	-	-
Coefficiente de variação (%)	10,06	8,85	6,88	12,25	-	-

4 Conclusões

Nesse contexto, finda-se ressaltando que as constantes elásticas obtidas, bem como suas relações, se mostram coerentes com os valores encontrados na literatura. Para madeira de *Eucalyptus grandis*, o módulo de elasticidade longitudinal é numericamente maior que o radial, e este ligeiramente maior que o tangencial. Já para as relações entre os módulos de elasticidade transversais (G_{ij}), os valores obtidos seguem as mesmas ordens de grandeza daqueles encontrados na bibliografia, em que G_{LR} e G_{LT} são próximos entre si e superiores a G_{RT} . Ademais, entre os coeficientes de Poisson ν_{RL} e ν_{TL} foram os que manifestaram maior proximidade e menor valor numérico.

Por fim, os resultados obtidos para o OSB são próximos aos encontrados em normativas e na literatura, bem como aos apresentados pelos fabricantes. Além disso, com relação ao modelo de corpo de prova para determinação do módulo de elasticidade ao cisalhamento, este se mostrou ser de simples execução quando comparado com outros modelos e apresentou resultados satisfatórios na determinação do módulo de elasticidade ao cisalhamento (G).

Agradecimentos

Os autores agradecem pelo apoio financeiro do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) através do Programa de Educação Tutorial (PET) desenvolvido pelo Ministério da Educação (MEC) e à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campus Campo Mourão, pela disponibilização de equipamentos e infraestrutura necessários para a realização desse trabalho.

Referências

- [1] American Wood Council – "Wood I-Joist Awareness Guide". Washington: American Forest & Paper Association, 2006b. 6 p.
- [2] Mascia, N. T. – *Considerações a respeito da anisotropia da madeira*. 1991. 293p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.
- [3] Love, A. E. – *A treatise on the theory of elasticity*. 4 ed. New York: Dover Publications, 1944.
- [4] Desai, C. S; Siriwardane, H. J. – *Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials*. 1 ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1984.
- [5] Bodig, G. J; Jayne, B. A. – *Mechanics of wood and wood composites*. New York: Van Nostrand, 1982.
- [6] Lekhnitskii, S. G. – *Theory of elasticity of anisotropic body*. 1 ed. Moscow: MIR, 1981.
- [7] Mascia, N. T; Lahr, F. A. R. – "Remarks on orthotropic elastic models applied to wood". *Materials Research*: v. 9 n.3 São Carlos July/Sept. 2006 ISSN 1980-5373.
- [8] Furlani, J. E. – *Um estudo sobre a variação numérica do coeficiente de Poisson na madeira, considerando a anisotropia do material*. 1995. 156p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia Civil. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

- [9] Mascia, N. T. – *Considerações a respeito da anisotropia da madeira*. 1991. 293p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.
- [10] ASTM, American Society for Testing and Materials – D3043: Standard Test Methods for Structural Panels in Flexure. West Conshohocken, 2000.
- [11] ASTM, American Society for Testing and Materials – D4761: Standard Test Methods for Mechanical Properties of Lumber and Wood-Base Structural Material. West Conshohocken, 2002.
- [12] ASTM, American Society for Testing and Materials – D2719: Standard Test Methods for Structural Panels in Shear Through-the-Thickness. West Conshohocken, 2002.
- [13] Thomas, W. H. – "Poisson's ratios of an oriented strand board". *Wood Science Technology*. v. 37. p. 259-268. Sierra, 2003 ISSN 1432-5225.
- [14] Bares, R. – *Tables for the analysis of plates slabs and diaphragm*. Wiesbaden Berlin: Bauverlag, 1971.
- [15] Associação Brasileira de Normas Técnicas – NBR 7190: Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro, 1997.