

# Definição geométrica e modelos de cálculo aplicáveis a três tipologias de ligações de carpintaria

Design of three typologies of step joints – Review of European standardized approaches

Jorge M. Branco  
Maxime Verbist

## Resumo

Aquando da intervenção no património construído, é frequente a necessidade de lidar com ligações de carpintaria que apresentam a madeira degradada, por agentes físicos ou biológicos, que levam à redução das suas propriedades mecânicas, colocando em risco a segurança da ligação e consequentemente, da estrutura global. Contudo, o conhecimento disponível sobre estas ligações, quer de madeira nova, quer principalmente no caso de ligações existentes, é escasso. Neste contexto, foram estudadas três tipologias de ligações: dente simples, dente duplo e dente simples com respiga e mecha. Para cada uma delas, recolheram-se as recomendações sugeridas pelos mais diversos autores e regulamentos europeus para a sua definição geométrica. Como não são conhecidas regras de cálculo, desenvolveram-se modelos de cálculo para prevenir dois modos de rotura nas ligações de carpintaria: corte no talão à frente do dente e esmagamento localizado no dente. Estes modelos foram já incluídos na proposta de revisão do atual Eurocódigo 5.

## Abstract

When assessing existing buildings, engineers often have to deal with badly preserved step joints at the foot of timber trusses, which have been deteriorated over time due to biological, physical or chemical agents, leading to the reduction of their mechanical performances, and finally to carpentry collapse. In that context, three typologies of Step Joints have been investigated: Single Step Joint, Double Step Joint, and Single Step Joint with Tenon-Mortise. For each one, some design rules and geometrical recommendations have been gathered from European Standards and authors. Since no design equation is conventionally defined, design models of step joints have been determined to prevent the emergence of two failure modes: shear crack in the tie beam, and crushing at the front-notch surface. Ongoing experimental and numerical works on those traditional timber carpentry connections should aim at enhancing the reliability of proposed structural design codes.

Palavras-chave: Madeira / Ligações de carpintaria / Entalhes / Dimensionamento / Regulamentos

Keywords: Timber / Traditional carpentry connections / Step joints / Design / Standards

## Jorge M. Branco

PhD / Professor Auxiliar  
ISISE, Universidade do Minho  
Guimarães, Portugal  
jbranco@civil.uminho.pt

## Maxime Verbist

Aluno de Doutoramento  
ISISE, Universidade do Minho  
Guimarães, Portugal  
verbist.maxime@hotmail.com

### Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

### Legal notice

*The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.*

BRANCO, J. M. [et al.] – Definição geométrica e modelos de cálculo aplicáveis a três tipologias de ligações de carpintaria. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 8. ISSN 2183-8488. (novembro 2018) 93-102.

## 1 Introdução

Nas intervenções no património construído são frequentes as ligações de carpintaria em más condições. Seja por degradação física ou biológica do material seja por danos mecânicos, é normal ser necessário reforçar as ligações ou mesmo restituir a ligação por substituição total ou parcial dos elementos ligados.

As ligações de dente simples e as de dente duplo funcionam normalmente sob efeito de forças de compressão. Para prevenir eventuais esforços de tração ou simplesmente a possibilidade de inversão de esforços, são acrescentados elementos metálicos de reforço ou colocadas cavilhas que podem ser de madeira ou de aço. Estas ligações de carpintaria são usadas há décadas para ligar os elementos inclinados que formam as asnas, em especial, na união perna-linha. Esta é de facto a ligação mais representativa destas ligações de carpintaria, também conhecidas por ligações por entalhes.

No caso das ligações perna-linha, três tipologias podem ser identificadas (Figura 1): dente simples; dente duplo; e dente simples com respiga e mecha [1]. Estas ligações estão frequentemente em contacto com paredes de alvenaria que facilitam o contacto da água com a madeira, pelo que estão expostas a um elevado risco de degradação biológica que leva a uma redução dos níveis de segurança da ligação e conseqüentemente da estrutura. Neste contexto, a avaliação destas ligações de carpintaria é crucial na maioria das intervenções no património construído em madeira. Antes de qualquer intervenção, é essencial compreender como estas ligações de carpintaria se comportam, quais os parâmetros (geometria, propriedades mecânicas e sanidade da madeira, etc.) que influenciam os possíveis modos de rotura e a distribuição das forças internas que confluem na ligação, para assim proceder a um adequado cálculo e/ou reforço destas ligações.

O presente trabalho pretende abordar estas questões através de uma análise focando cada uma destas três tipologias de ligações de carpintaria. Tendo por base as recomendações para a sua definição geométrica presentes em normas europeias (Eurocódigo 5 [2], DIN 1052 [3], SIA 265 [4]) e desenvolvidas por vários autores (Siem e Jorissen [5], Bocquet [6], Allais *et al.* [7]), estabeleceram-se modelos de cálculo para estes três tipos de ligações, assumindo dois possíveis modos de rotura: (i) rotura por corte do talão à frente do dente/entalhe e (ii) esmagamento da superfície frontal do dente/entalhe. Enquanto o primeiro representa uma rotura frágil que pode levar ao colapso da estrutura, o segundo está na origem de deformações locais na estrutura de madeira. É assim importante prevenir a ocorrência destes dois modos de rotura, em particular, aquele de natureza frágil.

Até ao momento, apenas a validade dos modelos de cálculo desenvolvidos para o caso das ligações de dente simples tem vindo a ser aferida através da comparação dos resultados analíticos com os resultados de ensaios experimentais (Verbist *et al.* [8]). Espera-se, no entanto, futuras contribuições na validação dos modelos de cálculo desenvolvidos ao longo deste trabalho.

Antes de qualquer análise dos modelos de cálculo alvo de estudo, importa listar as seguintes considerações:

- A perna está submetida apenas à compressão e a linha está tracionada;
- A inclinação da perna é baixa ou moderada ( $\beta \leq 50^\circ$ ) [7] de modo a prevenir o esmagamento localizado da madeira na superfície frontal do dente, nas três tipologias aqui estudadas, em resultado da elevada componente vertical das forças transferidas pela perna;
- As forças de atrito que ocorrem nas superfícies ligadas são desprezadas de forma a simplificar os modelos de cálculo;
- As verificações adicionais de corte perpendicular às fibras e tração paralela às fibras podem ser dispensáveis [7] se a excentricidade entre o centro da ligação e o apoio da asna, designada por  $d_{sup}$ , é inferior à altura da linha ( $h_{ln}$ );
- Os modelos de cálculo aqui definidos são válidos unicamente para madeira sã.

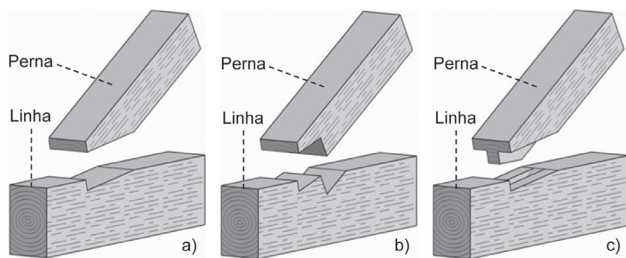


Figura 1 Tipologias das ligações de carpintaria: a) Dente simples; b) Dente duplo; c) Dente simples com respiga e mecha

## 2 Dente simples

### 2.1 Definição geométrica

Com uma geometria simples, a ligação de dente simples é a ligação de carpintaria mais utilizada para ligar a perna à linha no caso de asnas de madeira. A ligação de dente simples (Figura 2), caracteriza-se por apresentar apenas um dente perfazendo duas superfícies de contacto entre a linha e a perna. A primeira superfície de contacto, designada por superfície frontal, localiza-se à frente do dente, ou entalhe, enquanto a segunda se localiza por debaixo do entalhe, designando-se por superfície inferior. A superfície frontal é inclinada de um ângulo  $\alpha$  relativamente à normal da direção das fibras da linha enquanto que a superfície inferior do dente está inclinada de um ângulo  $\gamma$  relativamente às fibras do mesmo elemento. Esta ligação é ainda caracterizada por uma profundidade de entalhe  $t_v$ , um comprimento de corte  $l_v$ , e uma inclinação (ângulo) da perna  $\beta$ .

No Quadro 1, segundo [5], apresentam-se as mais importantes recomendações e normas europeias [3, 4, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16] para a definição geométrica das ligações de dente simples. Em situações em que a prescrição relativa à profundidade do entalhe  $t_v$  não seja cumprida, verificações adicionais, não abordadas neste trabalho, como são a resistência à tração paralela às fibras e ao corte transversal às fibras, devem ser consideradas no dimensionamento da secção transversal da linha [7].

Quadro 1 Recomendações para a definição geométrica das ligações de dente simples de acordo com várias normas europeias [5]

Alemanha [3, 9, 10], Itália [11], Suíça [4]	Países Baixos [12, 13, 14, 15]	Noruega [16]
$\beta \leq 50^\circ$	$50^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$	$\geq 60^\circ$
$\leq 50^\circ$	$\geq 50^\circ$	$\leq 50^\circ$
$50^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$	$\geq 60^\circ$	$\leq 50^\circ$
$t_v \leq \frac{h_{ln}}{4}$	Interpolação linear	$\leq \frac{h_{ln}}{6}$
$\leq \frac{h_{ln}}{6}$	$\leq \frac{h_{ln}}{4}$	$\leq \frac{h_{ln}}{5}$
$\leq \frac{h_{ln}}{4}$	$\leq \frac{h_{ln}}{5}$	$\leq \frac{h_{ln}}{4}$
$\leq \frac{h_{ln}}{5}$	$\leq \frac{h_{ln}}{6}$	$\leq \frac{h_{ln}}{5}$
$\leq \frac{h_{ln}}{6}$		$\leq \frac{h_{ln}}{6}$
$l_v \geq 150 \text{ mm}$ [4]	$\leq 8 \cdot t_v$ [3] $\geq 200 \text{ mm}$ [3]	$\geq 6 \cdot t_v$
$\geq 150 \text{ mm}$		$\geq 150 \text{ mm}$
$\alpha \leq \frac{\beta}{2}$ [4]	$\gamma \leq \alpha \leq \beta$ [3]	$\frac{\beta}{2} \leq \alpha \leq \beta$
		$\frac{\beta}{2}$

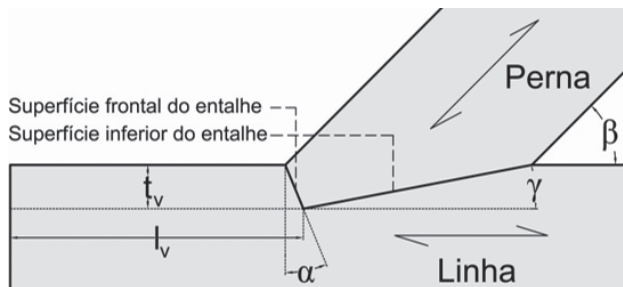


Figura 2 Geometria das ligações de dente simples (modificada de [8])

### 2.2 Revisão das equações de cálculo

#### 2.2.1 Valor característico da resistência à compressão

Segundo o Eurocódigo 5 [2], a equação (1) define os valores de cálculo  $X_d$  e característico  $X_k$  para uma dada resistência da madeira, tomando em consideração o fator de modificação para a duração da carga e teor de água da madeira  $k_{mod}$  e o coeficiente de segurança do material  $\gamma_M$ . Por outro lado, de acordo com [5], os critérios de Hankinson e de Norris podem prever o valor de cálculo da resistência à compressão da madeira  $f_{c,\alpha,d}$  sob um ângulo  $\alpha$  relativamente às fibras. O critério de Hankinson (2) combina a compressão paralela  $f_{c,0,d}$  e perpendicular  $f_{c,90,d}$  às fibras. O fator  $k_{c,90}$  depende da configuração geométrica da força envolvendo a distribuição das tensões de compressão perpendicular às fibras. Uma vez que as condições de aplicabilidade deste coeficiente, no caso de ligações de carpintaria, não se encontram definidas no Eurocódigo 5 [2], é normal ignorar este coeficiente ( $k_{c,90} = 1$ ) no dimensionamento destas ligações.

$$X_d = X_k \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \quad (1)$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)} \quad (2)$$

Sendo similar ao critério de Hankinson, o critério de Norris (3)-(4)-(5) presente na DIN 1052 [3] inclui a delaminação das fibras em resultado das tensões de compressão  $\sigma_{c,\alpha,d}$  na superfície inclinada de ângulo  $\alpha$  relativamente às fibras, introduzindo a tensão de corte paralela às fibras  $f_{v,d}$ . O coeficiente  $k_{c,\alpha}$  (5) está relacionado com a configuração geométrica da ligação e com o cone de distribuição das tensões de compressão segundo um ângulo  $\alpha$  relativamente às fibras. Uma vez que este coeficiente não é definido pela norma alemã [3], no caso de ligações de carpintaria, é possível admitir-se  $k_{c,\alpha} = 1$  [5]. Segundo o anexo alemão do Eurocódigo 5 [10] e a DIN 1052 [3], Siem e Jorissen [5] sugerem que o critério de Norris, no caso de ligações de dente simples, passe a ser definido através de (6), vindo  $f_{v,d}$  e  $f_{c,90,d}$  multiplicados por um fator de 2.

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq f_{c,\alpha,d} \cdot k_{c,\alpha} \quad (3)$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d} \cdot k_{c,\alpha}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}} \quad (4)$$

$$k_{c,\alpha} = 1 + \sin \alpha \cdot (k_{c,90} - 1) \quad (5)$$

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \sin^2(\alpha)\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)\right)^2 + \cos^4(\alpha)}} \quad (6)$$

## 2.2.2 Verificação ao corte

O valor de cálculo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd}$  deve ser verificado pelas equações (7)-(8) de forma a prevenir a rotura por corte no talão da linha (Figura 3) para todas as ligações de dente simples [5, 6, 7, 8].

$$N_{perna} \leq N_{perna,Rd} = k_{v,red} \cdot f_{v,d} \cdot \frac{b \cdot k_{cr} \cdot l_{v,eff}}{\cos \beta} \quad (7)$$

$$l_{v,eff} = \min(l_v, 8 \cdot t_v) \quad (8)$$

O coeficiente redutor  $k_{v,red}$  [5, 12] tem em conta a distribuição não-uniforme das tensões de corte  $\tau_{Ed}$  na direção das fibras ao longo da linha que representa uma redução da capacidade da ligação ao corte. Se o rácio entre o comprimento  $l_v$  e a profundidade do entalhe  $t_v$  for superior a 6,  $k_{v,red} = 0,8$  pode ser aplicado para reduzir o valor de cálculo da resistência ao corte paralelo à fibras,  $f_{v,d}$  [8]. Caso contrário, o seu valor deve ser assumido como unitário. Tendo por base a limitação superior do comprimento mobilizado pelo esforço de corte ( $l_{v,max} = 8 \cdot t_v$ ) imposta pela DIN 1052 [3], o valor efetivo do comprimento de corte  $l_{v,eff}$  (8) tem em conta a distribuição não-uniforme das tensões de corte cujo pico se localiza junto ao entalhe. Por outro lado, a influência das fendas na resistência ao corte na direção das fibras em elementos submetidos à flexão leva à necessidade da adoção de um fator redutor  $k_{cr} = 0,67$  [2, 17] a aplicar no caso de madeira maciça e madeira lamelada colada.

Se a condição  $d_{sup} \leq h_{in}$  se verificar, não são expectáveis fendas de secagem, pelo que  $k_{cr}$  pode ser assumido como unitário [7].

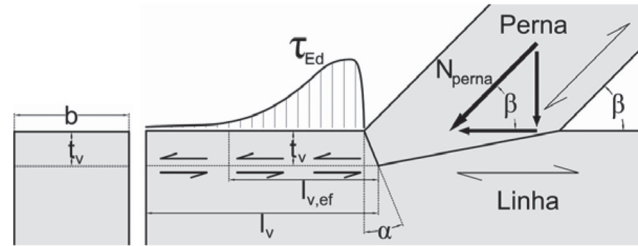


Figura 3 Esquema da distribuição não-uniforme das tensões de corte ao longo do talão na frente do entalhe e à profundidade  $t_v$  (modificada de [8])

## 2.2.3 Verificação do esmagamento localizado

O valor de cálculo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd}$  deve ser verificado na perna e na linha, respetivamente, pelas equações (9)-(10) e (11)-(12) [5, 6, 7, 8] de modo a evitar o esmagamento localizado na superfície frontal do dente inclinado segundo um ângulo  $\alpha$  entre  $0^\circ$  e a inclinação da perna  $\beta$  (Figura 4). A propriedade mecânica  $f_{c,\alpha,d}$  ( $f_{c,\beta-\alpha,d}$ ) corresponde ao valor de cálculo da resistência à compressão da madeira na superfície frontal do dente com um ângulo  $\alpha$  ( $\beta - \alpha$ ) relativamente às fibras da linha (perna). O parâmetro geométrico  $t_{ef,1}$  ( $t_{ef,2}$ ) é o comprimento efetivo da superfície frontal do dente, que considera a distribuição das tensões de compressão na perna (linha).

$$N_{perna} \leq N_{perna,Rd} = f_{c,\beta-\alpha,d} \cdot \frac{b \cdot t_{ef,1} \cdot \sin(90 + \alpha - \gamma)}{\sin(90 - \beta + \gamma)} \quad (9)$$

$$t_{ef,1} = \frac{t_v}{\cos(\alpha)} + 30 \sin(\beta - \alpha) + 30 \sin(\alpha - \gamma) \quad (10)$$

$$N_{perna} \leq N_{perna,Rd} = f_{c,\alpha,d} \cdot \frac{b \cdot t_{ef,2} \cdot \sin(90 + \alpha - \gamma)}{\sin(90 - \beta + \gamma)} \quad (11)$$

$$t_{ef,2} = \frac{t_v}{\cos(\alpha)} + 30 \tan(\alpha) + 30 \quad (12)$$

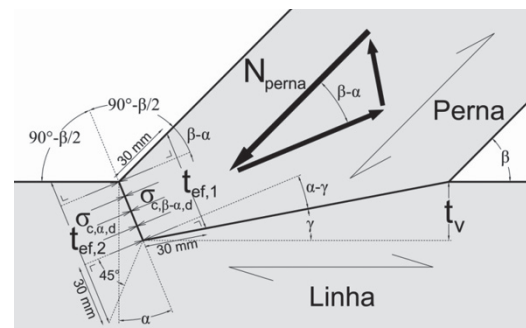
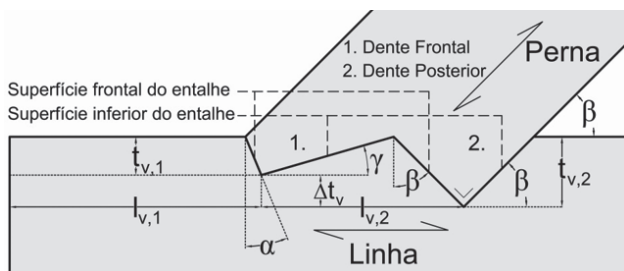


Figura 4 Esquema dos comprimentos efetivos  $t_{ef,1}$  e  $t_{ef,2}$ , respetivamente, na perna e na linha, nas ligações de dente simples (modificada de [8])

### 3 Ligação de dente duplo

#### 3.1 Definição geométrica

Graças a uma ligação maior, incluindo dois entalhes entre a perna e a linha (Figura 5), a ligação de dente duplo é capaz de proporcionar uma maior capacidade resistente ao corte comparativamente à ligação de dente simples. O entalhe frontal está localizado na frente da ligação enquanto o entalhe posterior está localizado na zona posterior da ligação. Tal como as ligações de dente simples, incluem duas superfícies de contacto entre a perna e a linha: (i) superfície frontal e (ii) superfície inferior. Considerando que as inclinações destas duas superfícies,  $\alpha$  e  $\gamma$ , respetivamente, podem variar no dente frontal, as inclinações no dente posterior são iguais ao ângulo de abertura da perna  $\beta$  [1]. Adicionalmente, o comprimento de corte à profundidade do dente frontal  $t_{v,1}$ , designado por  $l_{v,1}$ , representa a distância entre o topo do dente frontal e o bordo superior da linha, enquanto o comprimento de corte do dente posterior à profundidade  $t_{v,2}$ , designado por  $l_{v,2}$ , é a distância entre os topos dos dois entalhes na direção das fibras da madeira. Siem e Jorissen [5] apresentam algumas recomendações relativas à definição geométrica das ligações de dente duplo presentes em várias normas [3, 4, 11, 12, 16] (ver Quadro 2).



**Figura 5** Definição geométrica das ligações de dente duplo (modificada de [18])

**Quadro 2** Recomendações para a definição geométrica das ligações de dente duplo sugeridas por diversas normas europeias [5]

	Alemanha [3], Suíça [4]	Itália [11]	Países Baixos [12]	Noruega [16]
$\beta$	–	–	$\leq 50^\circ$	$\leq 45^\circ$
$t_{v,1}$	$\leq \frac{h_{ln}}{6}$	$\leq 0,8 \cdot t_{v,2}$	–	$\leq \frac{h_{ln}}{4}$
$t_{v,2}$	$\leq \frac{h_{ln}}{4}$	–	–	$\geq \frac{h_{ln}}{4}$
$\Delta t_v$	$\geq 10$ mm	$\geq 10$ mm	$\geq 15$ mm	$15$ mm $\leq \Delta t_v \leq 20$ mm
$l_{v,1}$	$\leq 8 \cdot t_{v,1}$ [3] $\geq 200$ mm [3] $\geq 150$ mm [4]	–	$\geq 6 \cdot t_{v,1}$	–
$l_{v,2}$	$\leq 8 \cdot t_{v,2}$ [3]	–	–	–

$h_{ln}$  é a altura da seção transversal da linha

#### 3.2 Revisão das equações de cálculo

##### 3.2.1 Verificação da resistência ao corte

O valor de cálculo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd,i}$  relativamente aos dentes frontal e posterior, deve ser verificado por (13)-(14) [5, 6, 18], similar a (7)-(8) aplicável no caso das ligações de dente simples, de modo a garantir a rotura por corte na linha (Figura 6). O índice “j” presente nas equações (13)-(14) reflete o tipo de dente,  $i = 1$  para o dente frontal e  $i = 2$  para o dente posterior. Tal como no caso das ligações simples, o coeficiente redutor  $k_{v,red,i}$  tem em conta a distribuição não-uniforme das tensões de corte  $\tau_{Ed,i}$  ao longo das fibras na linha para cada dente (entalhe) da ligação de dente duplo. De forma a estimar a redução do valor de cálculo da resistência de corte paralelo às fibras  $f_{v,d}$ ,  $k_{v,red,i} = 0,8$  deverá ser aplicado aos dentes frontal e posterior, caso o rácio entre o comprimento de corte  $l_{v,i}$  e a profundidade do entalhe  $t_{v,i}$  seja superior a 6 [18]. Caso contrário, este valor deverá ser tomado como unitário. Considerando a limitação máxima para o comprimento mobilizado pelo esforço de corte ( $l_{v,max,i} = 8 \cdot t_{v,i}$ ) [3], o valor efetivo do comprimento de corte  $l_{v,ef,1}$  e  $l_{v,ef,2}$  (14) abrange as duas distribuições não-uniformes das tensões de corte  $\tau_{Ed,1}$  e  $\tau_{Ed,2}$  respetivamente, assumindo que os picos de concentração destas distribuições de tensões se localizam junto aos dentes frontal e posterior. Os valores recomendados para o coeficiente redutor  $k_{cr}$  considerado para o caso das ligações de dente simples, pode ser também aplicado aquando do cálculo de uma ligação de dente duplo.

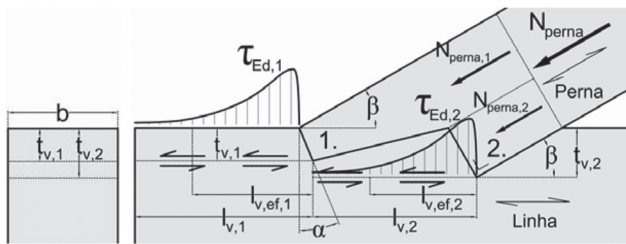
$$N_{perna,i} \leq N_{perna,Rd,i} = k_{v,red,i} \cdot f_{v,d} \cdot \frac{b \cdot k_{cr} \cdot l_{v,eff,i}}{\cos \beta} \quad (13)$$

$$l_{v,eff,i} = \min(l_{vi}, 8 \cdot t_{v,i}) \quad (14)$$

Quando a distribuição das forças internas entre os dois dentes é desequilibrada, a capacidade resistente total da perna  $N_{perna,Rd,tot}$  deverá obedecer às equações (15)-(16). Nestes casos, grande parte do esforço axial da perna é transferido pelo dente frontal pelo que a capacidade resistente do dente posterior não é totalmente solicitada aquando da rotura da ligação. Se a distribuição das forças internas é equilibrada entre os dois dentes, o valor de  $N_{perna,Rd,tot}$  deverá ser igual ao valor máximo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd,max}$ . Nos casos particulares de uma definição geométrica incorreta  $t_{v,1} = t_{v,2}$ , o valor total da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd,tot}$  atinge o seu valor mínimo em resultado do indesejável aparecimento de uma fenda triangular de corte entre os dois dentes. Deste modo, o valor mínimo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd,tot}$  deverá ser considerado igual ao valor de cálculo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd,1}$  relativamente ao dente frontal. Apesar de ser recomendável uma folga de 1-2 mm [6] na superfície frontal do dente frontal de forma a otimizar a capacidade resistente da perna, são necessárias futuras análises numéricas e experimentais para o esclarecimento da distribuição das forças internas pelos dois dentes, em função da sua geometria, de forma a melhorar a equação (15).

$$N_{perna,Rd,1} \leq N_{perna,Rd,tot} \leq N_{perna,Rd,max} \quad (15)$$

$$N_{perna,Rd,max} = N_{perna,Rd,1} = N_{perna,Rd,2} \quad (16)$$



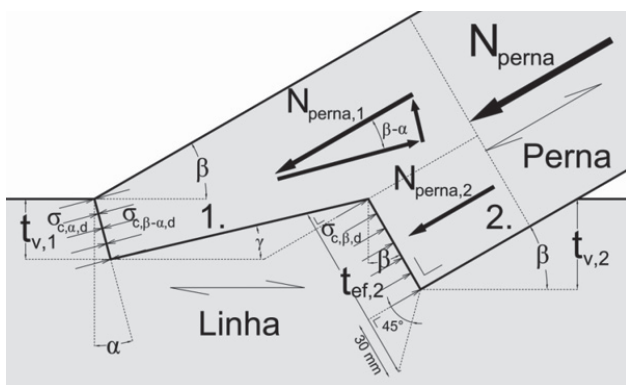
**Figura 6** Esquema da distribuição não-uniforme das tensões de corte  $\tau_{Ed,i}$  na direção das fibras na linha, ao nível das duas profundidades de dentes  $t_{v,i}$  (modificada de [18])

### 3.2.2 Verificação do esmagamento localizado

Tal como no caso da verificação ao corte das ligações de dente duplo, o valor total da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd,tot}$  deverá cumprir as expressões (15)-(16) de modo a prevenir o esmagamento localizado por compressão nas superfícies frontais de ambos os dentes (Figura 7). O valor de cálculo da resistência da perna tendo em conta o esmagamento localizado no dente frontal,  $N_{perna,Rd,1}$ , pode ser quantificado pelas expressões (9)-(10)-(11)-(12) já apresentadas para o caso das ligações simples. Por outro lado, a capacidade resistente da perna por esmagamento localizado no dente posterior  $N_{perna,Rd,2}$  deverá ser quantificada por intermédio de (17), tendo por base o valor efetivo do comprimento  $t_{ef,2}$  (18) medido na linha [18]. A propriedade mecânica  $f_{c,\beta,d}$  assume o valor de cálculo da resistência à compressão da madeira na superfície frontal do dente posterior, segundo um ângulo  $\beta$ , inclinação da perna, relativamente à direção das fibras da linha.

$$N_{perna,2} \leq N_{perna,Rd,2} = f_{c,\beta,d} \cdot b \cdot t_{ef,2} \quad (17)$$

$$t_{ef,2} = \frac{t_{v,2}}{\cos(\beta)} + 30 \tan(\beta - \gamma) + 30 \quad (18)$$



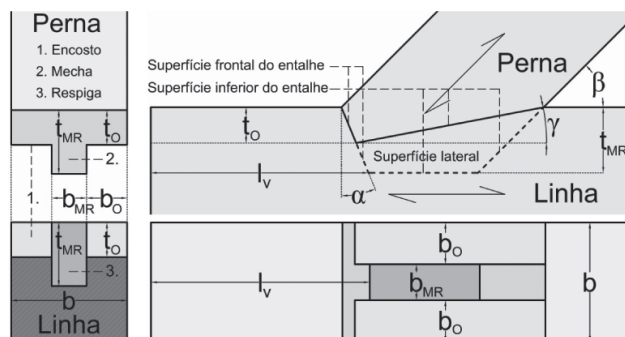
**Figura 7** Esquema da distribuição das tensões de compressão nos dois dentes, e o comprimento efetivo  $t_{ef,2}$  no dente posterior (modificada de [18])

## 4 Ligação de dente simples com respiga e mecha

### 4.1 Definição geométrica

Quando maiores capacidades resistentes de corte e de compressão são necessárias, a opção passa muitas vezes por acrescentar uma respiga e uma mecha à ligação de dente simples (Figura 8). Comparativamente com as anteriores tipologias de ligações de carpintaria, as ligações de dente simples com respiga e mecha são aquelas que apresentam maiores superfícies de contacto entre os dois elementos a ligar. Estas superfícies podem ser divididas em duas partes: (i) uma superfície frontal e duas superfícies inferiores que materializam o encosto; e (ii) uma superfície frontal, duas superfícies inferiores e duas superfícies laterais que formam o conjunto mecha-respiga (MR). Para além de assegurar um melhor contacto entre os elementos ligados, MR garante à ligação uma apreciável capacidade resistente a momentos fletores e previne os deslocamentos para fora do plano da ligação/estrutura.

A inclinação segundo o ângulo  $\alpha$  da superfície frontal e a inclinação  $\gamma$  do encosto regem-se pelas mesmas recomendações apresentadas anteriormente para as ligações de dente simples. Apesar da possibilidade de uma grande variabilidade na configuração das superfícies inferiores no conjunto MR [1, 19, 20], uma das duas superfícies inferiores é normalmente paralela às fibras da linha enquanto a outra é uma extensão da geometria da perna (Figura 8). Uma vez que a sua finalidade é distinta, o encosto e os entalhes MR são caracterizados pela sua profundidade, nomeadamente,  $t_o$  e  $t_{MR}$ , e pelas suas espessuras, designadas por  $b_o$  e  $b_{MR}$ , respetivamente. A literatura [1, 19, 20, 21] sugere que a espessura  $b_{MR}$  deverá idealmente ser igual à espessura do encosto  $b_o$ , ou seja, a um terço da largura da linha  $b$ , de forma a equilibrar as capacidades resistentes à compressão perpendicular às fibras da linha. Quando a espessura de MR é muito baixa ( $b_{MR} \ll 1/3 \cdot b$ ), a superfície inferior (horizontal) de MR torna-se o elo mais fraco da ligação em resultado da menor capacidade resistente à compressão perpendicular às fibras da linha.



**Figura 8** Definição geométrica genérica das ligações de dente simples com respiga e mecha (modificada de [22])

De forma a ultrapassar esta limitação, uma folga de 5 mm [21] pode ser considerada na superfície inferior entre a mecha e a respiga, evitando assim a transmissão de forças verticais. Deste modo, a distribuição das forças internas da ligação é apenas possível pelas superfícies frontais dos entalhes e pelas superfícies do encosto.

Quando a componente vertical da força aumenta nas superfícies de contacto do encosto com ângulos elevados de inclinação da perna ( $\beta > 50^\circ$ ), o comportamento da ligação de dente simples com respiga e mecha é governado pelo esmagamento localizado por compressão perpendicular às fibras da linha, perdendo eficiência em comparação com as ligações de dente simples e dente duplo. Para valores baixos e moderados da inclinação da perna ( $\beta \leq 50^\circ$ ), a melhor opção passa por aumentar a profundidade dos entalhes do conjunto MR,  $t_{MR}$ , tanto quanto possível de forma a fazer frente às forças transmitidas pela perna e assim evitar os modos de rotura já discutidos anteriormente. No entanto, o parâmetro  $t_{MR}$  não deverá exceder metade do valor da altura da secção transversal da linha  $h_{ln}$  [22], de modo a prevenir modos de rotura adicionais na secção reduzida da linha, como são a rotura por tração perpendicular às fibras e corte transversal. Para além destas recomendações, não foram encontradas regras para a definição geométrica das ligações de dente simples com respiga e mecha. Na ausência de regras específicas, as recomendações apresentadas para as ligações de dente simples indicadas no Quadro 1 podem ser adotadas, considerando a profundidade equivalente do dente  $t_v = t_o + (t_{MR} - t_o) \cdot b_{MR} / b$ .

## 4.2 Revisão das equações de cálculo

### 4.2.1 Verificação da resistência ao corte

O valor de cálculo da resistência da perna  $N_{perna,Rd}$  deverá ser verificado aplicando (19) de forma a prevenir a rotura por corte na direção das fibras ao nível da profundidade dos entalhes do conjunto MR (Figura 9).

Nas ligações de dente simples com respiga e mecha [6], duas subcategorias de modos de rotura relacionadas com fendas de corte podem ser identificadas. Na verdade, a fenda de corte global à profundidade de MR,  $t_{MR}$ , na linha (Figura 10), pode resultar do corte por bloco ao nível do encosto ou por tensões de tração perpendicular às fibras que se desenvolvem no conjunto MR. Em consequência, a fenda global de corte e ambas as subcategorias de modos de rotura associadas devem ser prevenidas pela verificação das expressões (20), (21) e (22), respetivamente [22].

$$N_{perna} \leq N_{perna,Rd} = \max \left\{ \begin{array}{l} f_{v,ln} \\ \min \{ F_{v,o}; F_{t,o} \} \end{array} \right\} \quad (19)$$

$$F_{v,ln} = k_{v,red} \cdot f_{v,d} \cdot \frac{b \cdot k_{cr} \cdot l_{v,ef}}{\cos \beta} \quad (20)$$

$$F_{v,o} = k_{v,red} \cdot f_{v,d} \cdot \frac{(2 \cdot (t_{MR} - t_o) + b) \cdot k_{cr} \cdot l_{v,ef}}{\cos \beta} \quad (21)$$

$$F_{t,o} = f_{t,o,d} \cdot k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot \frac{2 \cdot b_o \cdot (t_{MR} - t_o)}{\cos \beta} \quad (22)$$

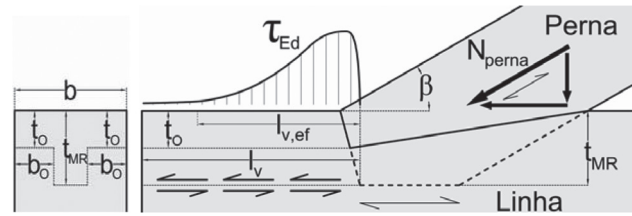


Figura 9 Esquema da distribuição não-uniforme das tensões de corte  $\tau_{Ed}$  na direção paralela às fibras da linha, a uma profundidade  $t_{MR}$  (modificada de [22])

A formação de um bloco de corte em forma de T e a rotura por tração no encosto é condicionada pela diferença entre as profundidades dos entalhes do conjunto MR,  $\Delta t$ . Quanto maior  $\Delta t$  maior é o risco de desenvolvimento do bloco em corte em T na linha, uma vez que a capacidade resistente à tração do encosto  $F_{t,o}$  torna-se superior à capacidade resistente do bloco ao corte  $F_{v,o}$ . Como resultado, o valor de cálculo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd}$  é condicionado pelo bloco em corte em T, o que aumenta significativamente a capacidade resistente ao corte da ligação ( $F_{v,o}$ ) em comparação com a capacidade resistente global ao corte da linha ( $F_{v,ln}$ ) à profundidade  $t_{MR}$ . Esta é a razão pela qual o desenvolvimento do bloco em corte em T, enquanto modo de rotura, deverá ser garantido através da adoção de valores elevados para  $\Delta t$ . Para este fim, vários estudos numéricos e experimentais estão a decorrer de forma a verificar qual deverá ser o valor mínimo de  $\Delta t$  a cumprir de forma a assegurar que a capacidade resistente de uma ligação de dente simples com respiga e mecha é superior a uma semelhante de dente simples.

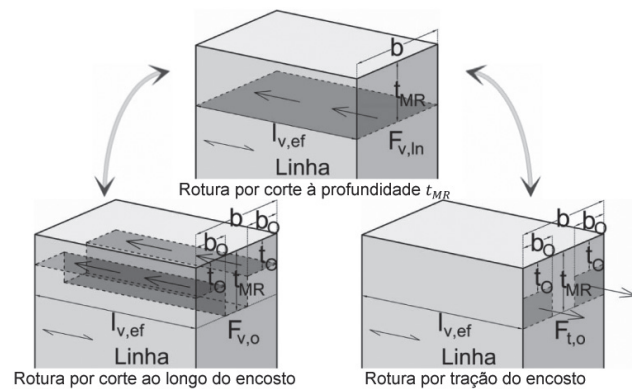


Figura 10 Subcategorias de modos de rotura relacionados com a fenda de corte paralelo às fibras de madeira da linha à profundidade  $t_{MR}$  (modificada de [22])

De notar que as propriedades mecânicas  $f_{t,o,d}$  e  $f_{v,d}$  são, respetivamente, o valor de cálculo da resistência à tração paralela às fibras e o valor de cálculo da resistência ao corte paralelo às fibras na linha. Considerando a redução da resistência ao corte em resultado de uma distribuição não-uniforme das tensões de corte  $\tau_{Ed}$  a uma profundidade na linha de  $t_v = t_{MR}$  (Figura 9), as recomendações para o valor efetivo do comprimento em corte  $l_{v,ef}$  (8) e o coeficiente redutor  $k_{v,red}$  definido para o caso das ligações de dente simples, podem ser adotadas no caso das ligações de dente simples com respiga e mecha. O mesmo acontece para o coeficiente  $k_{cr}$ .

Em resultado da presença de uma distribuição não-uniforme de tensões de tração paralelas às fibras no encosto, os coeficientes de distribuição e de volume sugeridos pelos Eurocódigo 5 [2],  $k_{dis}$  e  $k_{vol}$  respetivamente, devem ser considerados aquando da quantificação do valor de cálculo da resistência à tração do encosto  $F_{t,o}$ . Enquanto  $k_{vol} = 1$  é imposto para madeira maciça [2], sugere-se  $k_{dis} = 1$  uma vez que as ligações de carpintaria não estão ainda devidamente contempladas no Eurocódigo 5.

#### 4.2.2 Verificação do esmagamento localizado

O valor de cálculo da capacidade resistente da perna  $N_{perna,Rd}$  deverá ser verificado tanto na perna como na linha, pelas expressões (23)-(24)-(25) e (26)-(27)-(28), respetivamente [22], de modo a prevenir o esmagamento localizado das superfícies frontais do encosto e conjunto MR, que se encontram inclinadas de um ângulo  $\alpha$  entre  $0^\circ$  e o ângulo de abertura da perna  $\beta$  (Figura 11). A propriedade mecânica  $f_{c,\alpha,d}$  ( $f_{c,\beta-\alpha,d}$ ) representa o valor de cálculo da resistência à compressão da madeira na superfície frontal do dente inclinada segundo um ângulo  $\alpha$  ( $\beta - \alpha$ ) conforme a normal à direcção das fibras da linha (perna).

$$N_{perna} \leq N_{perna,Rd} = f_{c,\beta-\alpha,d} \cdot \frac{A_{c,ef,1} \cdot \sin(90+\alpha-\gamma)}{\sin(90-\beta+\gamma)} \quad (23)$$

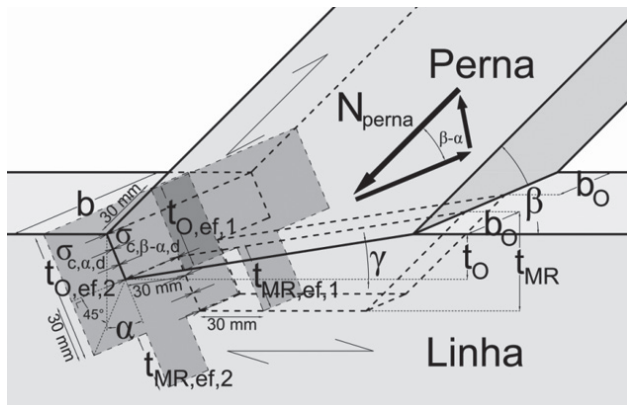
$$A_{c,ef,1} = b \cdot t_{o,ef,1} + (b-2b_o) \cdot t_{MR,ef,1} \quad (24)$$

$$t_{MR,ef,1} = \frac{t_{MR} - t_o}{\cos(\alpha)} + \frac{30 \sin(\gamma)}{\cos(\gamma - \alpha)} \quad (25)$$

$$N_{perna} \leq N_{perna,Rd} = f_{c,\alpha,d} \cdot \frac{A_{c,ef,2} \cdot \sin(90+\alpha-\gamma)}{\sin(90-\beta+\gamma)} \quad (26)$$

$$A_{c,ef,2} = b \cdot t_{o,ef,2} + (b-2b_o) \cdot t_{MR,ef,2} \quad (27)$$

$$t_{MR,ef,2} = \frac{t_{MR} - t_o}{\cos(\alpha)} \quad (28)$$



**Figura 11** Esquema dos valores efetivos para  $t_{O,ef,1}$ ,  $t_{MR,ef,1}$ ,  $t_{O,ef,2}$  e  $t_{MR,ef,2}$  medidos no encosto e MR, respetivamente, quer na perna quer na linha (modificada de [22])

Os quatro parâmetros geométricos  $t_{O,ef,1}$ ,  $t_{MR,ef,1}$ ,  $t_{O,ef,2}$ ,  $t_{MR,ef,2}$  são os valores efetivos dos comprimentos sob compressão nas superfícies

frontais do encosto e MR na linha e na perna, respetivamente (Figura 11). De notar que o comprimento efetivo no encosto, quer na linha quer na perna,  $t_{O,ef,1}$  e  $t_{O,ef,2}$  podem ser quantificados através de (10) e (12), respetivamente, tendo por base os modelos já apresentados para as ligações de dente simples, em particular, o esmagamento localizado na superfície frontal.

## 5 Conclusões

No presente trabalho, apresentaram-se as três tipologias de ligações de carpintaria mais frequentes nas estruturas de madeira, em particular nas coberturas: (i) ligações de dente simples; (ii) ligações de dente duplo; e (iii) ligações de dente simples com respiga e mecha. Tendo por base recomendações existentes ao nível europeu, nomeadamente normas ou trabalhos de vários autores, para a sua definição geométrica e modelos físicos, desenvolveram-se modelos de cálculo aplicáveis a estas três tipologias de ligações de carpintaria. Na definição destes modelos, e tendo por base a análise realizada, dois modos de rotura foram estudados em detalhe: (i) corte na linha; e (ii) esmagamento localizado por compressão na superfície frontal do dente/entalhe.

Até ao momento, a fiabilidade dos modelos de cálculo de ligações de dente simples tem sido comprovada [8] apesar de ainda existir margem para melhoramentos em resultado das análises numéricas a decorrer dedicadas à avaliação da distribuição não-uniforme das tensões de corte na linha. No caso das restantes tipologias, a análise não está na mesma fase de desenvolvimento por falta de estudos numéricos e experimentais. Na verdade, são necessárias várias campanhas experimentais e numéricas que visem o estudo das ligações de dente duplo e de dente simples com respiga e mecha, em particular, focando os modos de rotura associados ao corte em resultado da natureza frágil associada a estes modos de rotura. No entanto, importa referir que os modelos de cálculo aqui apresentados são válidos sempre que as seguintes considerações se verifiquem:

- Inexistência de excentricidade significativa entre a ligação e o apoio da ( $d_{sup} \leq h_{in}$ ) [7];
- A perna está apenas submetida à compressão monotónica (sem inversão de esforços);
- As forças de atrito nas superfícies em contacto são negligenciáveis;
- Valores reduzidos a moderados para o ângulo de inclinação da perna ( $\beta \leq 50^\circ$ ) [7];
- Verificação das recomendações para a definição geométrica das ligações de carpintaria [5];
- Madeira sã, sem qualquer sinal de degradação biológica.

Nas intervenções em coberturas de madeira, é normal encontrar-se elementos de madeira que apresentem degradação biológica. Em particular, no caso das asnas, nas extremidades da linha que estão em contacto com as paredes, é frequente a madeira estar degradada, em resultado das condições propícias (elevados valores de teor de água em permanência) que aí se geram para o desenvolvimento de fungos e ataques de insetos. Nestes casos, não é possível admitir-se a madeira como sã. Não sendo introduzidos coeficientes de redução



que atendam à perda da capacidade resistente destas ligações, não é possível aplicar os modelos acima apresentados. Espera-se que os modelos aqui apresentados possam ser melhorados num futuro próximo, em particular, de forma a alargar o seu campo de aplicação a ligações existentes que apresentem degradação.

## Agradecimentos

O apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através da bolsa de doutoramento SFRH/BD/128580/2017 é agradecido.

## Referências

- [1] Oslet, G. (1890) – *Traité de charpente en bois. Encyclopédie théorique & pratique des connaissances civiles et militaires. Partie Civile, Cours de construction, Quatrième partie* – Edited by Chairgrasse H. Fils, Paris, France. Digital reproduction.
- [2] NBN EN 1995-1-1 (2004) – Eurocode 5 – *Design of timber structures – Part 1.1: General – Common rules and rules for buildings*. CEN, European Standardisation Institute. December 15, Brussels, Belgium.
- [3] DIN 1052:2004-08 (2004) – Deutsche Norm – *Design of timber structures – general rules and rules for buildings*. DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Praxishandbouch Holzbau. August 2004, Germany.
- [4] SIA 265:2012, Swiss Norm SN505:265 (2012) – *Bâtiment génie civil - Construction en bois*. Société suisse des ingénieurs et des architectes (SIA), Swiss Standardisation Institute. January 2012, Zurich, Switzerland.
- [5] Siem, J.; Jorissen, A. (2015) – Can Traditional Carpentry Joints be assessed and designed using modern standards? *Structural Health Assessment of Timber Structures. Shatis'15: 3rd International Conference on Structural Health Assessment of Timber Structure*, Volume 1 – Edited by Jerzy Jansienko, Tomasz Nowak. Wroclaw – Poland, September 9-11, 2015.
- [6] Bocquet, J-F. (2015) – *Les assemblages de charpentes traditionnelles dans le futur contexte réglementaire. Eurocode 5 : Conception et calcul des structures en bois* – Sous-partie: Assemblage. Formation ENSTIB. Université de Lorraine, France.
- [7] Allais, M.; Kupferle, F.; Rossi, F. (2015) – *Dimensionnement à froid des assemblages traditionnels bois conformément aux Eurocodes*. Guide Pratique. Supported by CODIFAB and C4Cl. December 2015, Paris, France.
- [8] Verbist, M.; Branco, J.M.; Poletti, E.; Descamps, T.; Lourenço, P.B. (2017) – "Single step joint: Overview of European standardized approaches and experimentations". *Materials and Structures* – 50: 161. March 27, 2017. DOI 10.1617/s11527-017-1028-4.
- [9] DIN 1052-2 (1988) – *Deutsch Norm – Structural use of timber – Mechanically fastened joints – Part 2*. DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Praxishandbouch Holzbau. April 1998, Germany.
- [10] DIN EN 1995-1-1/NA (2010) – *German National Annex – Nationally determined parameters – Eurocode 5: Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings*. DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Praxishandbouch Holzbau. December 2010, Germany.
- [11] CNR-DT 206 (2007) – *Instructions for the Design, Execution and Control of Timber Structures*. National Research Council (CNR). November 28, 2007, Rome, Italy.
- [12] NEN EN 1995-1-1/NB (2011) – *Dutch National Annex – Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings*. April 1, 2011, The Netherlands.
- [13] NEN 3852 (1973) – *Dutch Norm – TGB 1972 – Timber structures – Technical principles for the design and calculation of building structures*. Dutch Standardization Institute. July 1, 1973, Delft, The Netherlands.
- [14] NEN 6760 (1991) – *Dutch Norm – TGB 1990 – Timber structures – General principles – Requirements and determination methods*. Dutch Standardization Institute. December 1, 1991, Delft, The Netherlands.
- [15] NEN 6760 (2005) – *Dutch Norm – TGB 1990 – Timber structures – Basic requirements and determination methods*. Dutch Standardization Institute. May 1, 2005, Delft, The Netherlands.
- [16] NS 446 (1957) – *Norwegian Standard – Rules for the calculation and execution of wooden constructions*. April 25, 1957, Oslo, Norway.
- [17] NBN EN 1995-1-1/A1 (2008) – *Eurocode 5 – Amendment 1 – Design of timber structures – Part 1.1: General – Common rules and rules for buildings* – CEN, European Standardisation Institute. November 26, 2008, Brussels, Belgium.
- [18] Verbist, M.; Branco, J.M.; Poletti, E.; Descamps, T.; Lourenço, P.B. (2017) – "Single and Double Step Joints Design: Overview of European standard approaches compared to experimentation". *Proceedings of the Third International Conference on Preservation, Maintenance and Rehabilitation of Historical Buildings and Structures REHAB 2017* – Green Lines Institute for Sustainable Development, Braga, Portugal, June 14-16, 2017. Pages 1185 – 1194.
- [19] Grezel, J. (1950) – *Les assemblages. Annales de l'Institut Techniques du Bâtiment et des Travaux Publics, Manuel de la charpente en bois, n.º9* – Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics – Novembre 1950, Paris, France.
- [20] Goss, W.F.M. (1890) – *Bench Work in Wood. A course of Study and Practice Designed for the use of schools and colleges*. – Published by Ginn & Company – Boston, USA (1890).
- [21] Descamps, T. (2015) – *Dimensionnement et Technologie des Structures en Bois. Introduction à l'Eurocode 5*. Volume 1 – Matériau, vérification ELU et ELS et assemblages. 4 juin 2015, Université de Mons, Faculté Polytechnique, Belgique.
- [22] Branco, J.M.; Verbist, M.; Descamps, T. (2018) – "Design of three typologies of step joints – Review of European standardized approaches". *A State-of-the-Art Report by COST Action FP1402 / WG3 - Design of Connections in Timber Structures*. Sandhaas, C., Munch-Andersen, J., Dietsch, P. (Eds.). Shaker Verlag (Publisher), Aachen, Germany. September 2018. Pages 297-317. ISBN 978-3-8440-6144-4

