Modelação da anisotropia do comportamento à tração do UHPFRC

Model for describing the anisotropic tensile behaviour of UHPFRC

Mário Pimentel Aurélio Sine Amin Abrishambaf Sandra Nunes

Resumo

O comportamento à tração dos compósitos cimentícios de ultraelevado desempenho reforçados com fibras de aço (UHPFRC -Ultra-High Performance Fibre-Reinforced cement Composites) é determinante em muitas aplicações e depende em grande medida da orientação das fibras, evidenciando um comportamento anisotrópico que importa caracterizar. Por outro lado, a orientação das fibras pode variar ao longo da estrutura, sendo influenciada pelos procedimentos de colocação e pela forma do elemento, pelo que o comportamento à tração do UHPFRC na estrutura pode diferir acentuadamente daquele caracterizado em provetes laboratoriais.

Neste trabalho é apresentado um modelo meso-mecânico do UHPFRC para a determinação da curva tensão-deformação em tração uniaxial com base num número mínimo de parâmetros com significado físico claro. Apresenta-se ainda a formulação matemática que permite descrever a orientação das fibras no UHPFRC e a variação direcional dos fatores de orientação das fibras dos quais depende o desempenho mecânico. O modelo é validado com resultados experimentais.

Abstract

The tensile behaviour of ultra-high performance fibre reinforced cementitious composites (UHPFRC) is decisive for many applications of this type of materials and strongly depends on the fibre orientation. This leads to an anisotropic tensile behaviour that needs to be characterized. Moreover, the fibre orientation varies throughout the structural element, being influenced by the casting procedure, by the rheology of the material and by the shape of the element to be cast. Therefore, the "in-structure" tensile response of the UHPFRC can differ significantly from that characterized in laboratory test specimens.

A meso-mechanical model is presented for determining the uniaxial tensile stress-deformation curve of UHPFRC based on a minimal number of parameters with clear physical meaning. The mathematical formulation describing the fibre orientation and the directional variation of the fibre orientation factor are presented. The model is validated with experimental results.

Palavras-chave: Compósitos cimentícios de ultraelevado desempenho com fibras de aço (UHPFRC) / Comportamento à tração / Orientação das fibras

Keywords: Ultra-high performance fibre reinforced cementitious composites (UHPFRC) / Tensile behaviour / Fibre orientation

Mário Pimentel

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, CONSTRUCT Porto, Portugal mjsp@fe.up.pt

Aurélio Sine

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, CONSTRUCT Porto, Portugal aurelio.sine@fe.up.pt

Amin Abrishambaf

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, CONSTRUCT Porto, Portugal aminab@fe.up.pt

Sandra Nunes

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, CONSTRUCT Porto, Portugal snunes@fe.up.pt

1 Introdução

A sigla UHPFRC designa uma família de materiais constituídos por uma matriz extremamente compacta, contendo elevadas dosagens de finos (cimento, sílica de fumo, entre outros), areia fina, uma relação água/ligante em geral inferior a 0,2, e uma grande dosagem de fibras. O comportamento à tração do UHPFRC é decisivo em muitas aplicações estruturais destes materiais. Dependendo da dosagem e da orientação das fibras, o UHPFRC pode exibir um comportamento à tração uniaxial com endurecimento caracterizado pela formação de um conjunto estável de microfissuras. Na Figura 1 apresentam-se resultados típicos de ensaios de tração direta de UHPFRCs com diferentes dosagens e perfis de orientação das fibras, assim como as representações simplificadas (multilineares) das curvas tensão-extensão usadas na análise estrutural. Neste trabalho apresenta-se um modelo que permite a determinação da resposta à tração do UHPFRC e a obtenção dos parâmetros mais relevantes para a definição das leis constitutivas simplificadas, nomeadamente a tensão limite de elasticidade convencional, $f_{\rm \tiny Ute}$, a resistência à tração pós-fendilhação proporcionada pelas fibras, $f_{_{Utu}}$ e a extensão de pico ε_{IItu}



Figura 1 Comportamento à tração uniaxial do UHPFRC: (a) curvas tensão-extensão experimentais [1]; (b) representações simplificadas para análise estrutural

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

PIMENTEL, M. [*et al.*] – Modelação da anisotropia do comportamento à tração do UHPFRC. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 9. ISSN 2183-8488. (março 2019) 27-36.

2 Descrição da anisometria da distribuição das fibras

2.1 Função densidade de probabilidade da orientação

A posição de uma fibra no espaço é definida pelas 3 coordenadas do seu ponto médio e pelos ângulos $\theta \in \varphi$, conforme indicado na Figura 2. A posição e a orientação de uma fibra em relação ao plano de referência são definidas por uma lei de probabilidade conjunta, $h(x,\theta,\varphi) = p(x).\psi(\theta,\varphi)$, decomposta na lei de probabilidade de posição da fibra em relação ao plano, p(x), e na função de densidade de probabilidade da orientação da fibra no espaço, $\psi(\theta,\varphi)$ [2]. Conforme ilustrado pela Figura 2, o conjunto de todas as orientações possíveis descreve uma esfera.



Figura 2 Definição da orientação de uma fibra no espaço (3D)

Dado que uma fibra orientada de quaisquer ângulos, $\theta \in \varphi$, é indistinguível de outra orientada de π - $\theta \in \varphi$ + π , constata-se que ψ tem período π [2]. Neste trabalho é considerada a lei de distribuição da orientação das fibras no espaço com base na Equação(1), proposta por Guenet [3]:

$$\psi(\theta, \varphi) = \cos h(k_q, \cos \theta) \tag{1}$$

onde k_g é um coeficiente que define a amplitude e a forma da distribuição. Quando k_g é nulo a distribuição é uniforme, quando tende para infinito a distribuição tende para uma função delta de Dirac. Considerando que o sistema de eixos poderá rodar θ_g em torno do eixo z, e que o integral sobre o domínio tem de ser unitário, a forma geral da distribuição vem dada por

$$\psi(\theta, \varphi) = \frac{k_g}{2\pi . \operatorname{sen} h(k_g)} \cdot \cos h \left[k_g \cdot (\cos \theta \cdot \cos \theta_0 + \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta_0) \right]$$
(2)

2.2 Fator de orientação das fibras

O fator de orientação das fibras, α_{o} , pode ser definido como a probabilidade de uma fibra intersetar uma superfície plana, perpendicular a um dado eixo *i*. Considerando a projeção p_i ao longo do eixo *i* de um vetor unitário colinear com uma fibra, o fator de orientação respetivo pode ser determinado por integração, tendo em conta os ângulos de fronteira θ_a , θ_a , ϕ_a e ϕ_b , através da equação

$$\alpha_{0,i} = \int_{\phi_a}^{\phi_b} \int_{\theta_a}^{\theta_b} \psi(\theta, \phi) . \operatorname{sen} \theta. \rho_i(\theta, \phi) . d\theta. d\phi$$
(3)

O fator de orientação toma valor unitário quando todas fibras são perpendiculares ao plano que contém a secção transversal considerada e é nulo quando todas as fibras são paralelas a esse plano. No caso perfeitamente tridimensional assume-se que todas as fibras se encontram aleatoriamente e uniformemente distribuídas no volume, correspondendo a uma função $\psi(\theta, \phi)$ com um $k_a \approx 0$. Por conseguinte, se se considerar que na Equação (3) os ângulos θ_{1} e $\theta_{\rm b}$ são respetivamente iguais a 0 e $\pi/2$ e por sua vez os ângulos $\phi_{2} \in \phi_{1}$ iguais a 0 e $\pi/2$, o coeficiente de orientação é igual a 0,5 em todas as direções (x, y e z). Nestas condições o material é considerado isotrópico. Para o caso perfeitamente bidimensional, o coeficiente de orientação é igual a 2/ π (\approx 0,64) nas direções x e y, sendo considerado um material transversalmente isotrópico. Finalmente, para o caso perfeitamente unidimensional, o coeficiente de orientação é igual a 1 na direção x e nulo nas restantes. Tal como se ilustra na Figura 3(a), os coeficientes de orientação em duas direções ortogonais são inversamente proporcionais, isto é, quando um cresce, o outro decresce, explicando a anisometria do material.





O fator de orientação pode ser determinado experimentalmente, por via da análise de imagens de uma seção transversal, através da equação seguinte:

$$\alpha_{0,j} = n_{f,j} \frac{A_f}{V_f} \Longrightarrow 0 \le \alpha_{0,j} \le 1$$
(4)

onde $n_{j,i}$ é o número de fibras atravessando uma área unitária normal ao eixo *i* e A_j é a secção transversal de uma fibra. Os resultados da quantificação experimental dos fatores de orientação em duas direções ortogonais são comparados com os valores teóricos previstos através da Equação (3) na Figura 3(b).

2.3 Função densidade de probabilidade da orientação das fibras intersetadas por uma fenda

A função de densidade de probabilidade do ângulo de orientação das fibras atravessando a superfície de fissuração, normal à direção $x, f_{v}(\theta, \phi)$ é determinada pela Equação (5):

$$f_{x}(\theta,\phi) = \frac{1}{\alpha_{0,x}} \int_{0}^{2\pi} \psi(\theta,\phi) \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos\theta \cdot d\phi$$
(5)

A Figura 4 apresenta a comparação entre curvas de funções de densidade de probabilidade da orientação das fibras intersetadas por uma fenda obtidas experimentalmente (análise de imagens) e analiticamente pela Equação (5).



Figura 4 Funções de densidade de probabilidade da orientação das fibras intersetadas por uma fenda

2.4 Fator de eficiência das fibras

O fator de eficiência das fibras, α_{τ_i} é definido como sendo o valor esperado da função de eficiência das fibras, $g(\theta)$ na direção *i*:

$$\alpha_{1i} = \int_{0}^{\frac{1}{2}} g(\theta) f_{i}(\theta) d\theta \tag{6}$$

onde $g(\theta)$ é definida como a relação entre a força de arrancamento de uma fibra orientada por um ângulo θ e a força de arrancamento de uma fibra alinhada ($\theta \approx 15^{\circ}$ a 20°) [1]. Com base no trabalho descrito em [1] e [4] e tendo em conta propostas similares feitas anteriormente por outros autores [5][6], assume-se para $g(\theta)$ um valor unitário quando $\theta \le 60^{\circ}$ e nulo para orientações superiores a 60°. Deste modo, a Equação (6) pode ser reescrita como $\alpha_{j,i} = F_i(60^{\circ})$, sendo $F_i(\theta)$ a função de distribuição cumulativa do ângulo de orientação numa secção normal à direção *i*. O fator de eficiência pode ser determinado experimentalmente através da análise de imagem de superfícies polidas contabilizando as fibras com ângulos inferiores a 60°. A Figura 5 apresenta a relação entre os fatores de eficiência e de orientação, tendo em conta resultados obtidos experimentalmente e analiticamente pela Equação (6) para diversos valores de k_a .



Figura 5 Relação entre fatores de eficiência e de orientação

3 Modelo meso-mecânico

3.1 Geral

O modelo aqui apresentado foi desenvolvido com base nos trabalhos de Pfyl [7], Wuest [8] e Oesterlee [9], e é aplicável a compósitos constituídos por fibras curtas de aço embebidas numa matriz quási-frágil. O volume elementar representativo (*representative volume element*, RVE) sobre o qual o modelo é aplicável é constituído por múltiplas fissuras potenciais, das quais apenas um subconjunto será ativado durante o processo de carga dependendo da variabilidade espacial da resistência à tração da matriz, da distância entre a fenda potencial e uma fenda previamente ativada, e da resistência pós-fendilhação do compósito proporcionada pelas fibras, f_{Utu} , que dita o início da localização das deformações. A fração volumétrica de fibras, V_p e a distribuição da orientação das fibras são assumidas invariantes dentro do RVE.

A resposta à tração do compósito é obtida realizando uma análise em controlo de força até se atingir a tensão de pico, mudando para controlo de deslocamento durante a fase de amolecimento. Nesta fase as deformações localizam-se numa fenda crítica enquanto as restantes descarregam de forma plástica. É assumido um comportamento linear elástico até à ativação da primeira fenda. O módulo de elasticidade do compósito é determinado de acordo com a proposta semiempírica de Cox [10]:

$$E_{\nu} = E_m (1 + \gamma) \qquad \gamma = \left(\alpha \frac{E_f}{E_m} - 1\right) V_f \qquad (7)$$

em que $E_m e E_f$ são os módulos de elasticidade da matriz e das fibras, respetivamente, e α é um coeficiente que tem em conta os efeitos da orientação e comprimento das fibras. O limite superior para γ pode ser facilmente determinado pela regra das misturas e considerando que todas as fibras estão alinhadas com a direção da carga. Pode concluir-se que para UHPFRCs com conteúdos correntes de fibras (V_f entre 0,02 e 0,04) e para a gama usual de módulos de elasticidade da matriz ($E_m \approx 40$ a 55 GPa) e das fibras ($E_f \approx 200$ a 210 GPa), o limite superior de γ anda entre 0,05 e 0,17. Desta forma se conclui que a influência deste parâmetro é modesta e, no intuito de simplificar o modelo, α é aqui considerado igual ao fator de orientação das fibras α_σ A tensão que leva à ativação de cada uma das fendas potenciais vem então dada por:

$$f_{Ut,i} = f_{mt,i} \left(1 + \gamma \right) \tag{8}$$

em que $f_{mt,i}$ é a resistência à tração da matriz na coordenada da fenda *i*.

3.2 Comportamento de uma fissura

De acordo com a proposta de Li *et al.* [11], a relação da tensão de tração *versus* a abertura de cada uma das fendas ativas, $\sigma_{U}(w)$, é obtida através da soma das contribuições da matriz, $\sigma_{Dn^{2}}$ das tensões elásticas instaladas nas fibras previamente à fendilhação, $\sigma_{pre'}$ e das tensões necessárias ao arrancamento das fibras, σ_{p} tal como se ilustra na Figura 6.

$$\sigma_{U}(W) = \sigma_{bri} + \sigma_{pre} + \sigma_{f} \tag{9}$$

3.2.1 Arrancamento das fibras

A força transferida por cada fibra que interseta uma fenda é denotada por $F(l_e, \theta, w)$ e depende do comprimento de embebimento da fibra, l_e , da orientação da fibra em relação ao plano de fratura, θ e da abertura da fenda, w. Notando que a orientação de uma fibra no espaço é definida pelo ângulo da fibra com a normal ao plano de referência, θ , e pelo azimute φ , a probabilidade conjunta de uma fibra estar orientada a (θ, φ) e intersetar o plano de fratura vem dada por:

$$P(\theta, \phi) = \psi(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \tag{10}$$

onde $\psi(\theta, \phi)$ é a função de densidade de probabilidade conjunta dos dois ângulos que definem a orientação do eixo das fibras, o cos θ reflete a probabilidade de uma fibra orientada a θ intersetar o plano de fratura e o sen θ advém do uso de coordenadas esféricas. Integrando a contribuição de todas as fibras é possível chegar à equação geral de $\sigma_r(w)$:

$$\sigma_{f}(w) = \frac{V_{f}}{A_{f}} \int_{0}^{lf/2} \int_{0}^{2\pi} F(l_{e}, \theta, w) \rho(l_{e}) \psi(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\phi d\theta dl_{e}$$
(11)

onde A_f é a área da secção transversal de uma fibra e $p(l_e)$ é a função densidade de probabilidade do comprimento de embebimento das fibras. Usualmente considera-se uma distribuição uniforme no domínio $[0; l_f/2]$, o que faz com que $p(l_e) = 2/l_p$ e o valor médio de l_e seja $l_f/4$.



Abertura de fenda

Figura 6 Resposta em tração de uma fenda



Figura 7 Determinação de τ_{f} através do ajuste de uma reta aos resultados experimentais (Equação 17)

A relação força de arrancamento *versus* abertura de fenda de uma fibra inclinada embebida numa matriz quási-frágil é complexa. No modelo aqui proposto adotou-se uma formulação multiplicativa do tipo:

$$F(l_e, \theta, w) = F(l_e, w)g(\theta)$$
(12)

onde $F(l_{e'}w)$ é a força transferida por uma fibra alinhada e $g(\theta)$ é a função de eficiência das fibras introduzida atrás. Tendo em atenção a definição do fator de orientação das fibras, α_o , da função densidade de probabilidade da orientação das fibras intersetadas pelo plano de fraturas, $f(\theta)$, e do fator de eficiência das fibras α_1 , é possível reescrever a Equação (11) da seguinte forma:

$$\sigma_f(w) = \alpha_0 \alpha_1 \frac{V_f}{A_f} \int_0^{l_f/2} \frac{2}{l_f} F(l_e, w) dl_e$$
(13)

Pfyl [7] demonstrou que o integral na equação acima tem solução analítica se forem assumidas as seguintes simplificações: (1) a aderência das fibras à matriz pode ser descrita por uma lei tensãoescorregamento rígido-plástica; (2) todas as fibras passam em simultâneo por um processo de plastificação da tensão de aderência (*debonding*) e posterior arrancamento (*pullout*); (3) são desprezáveis a deformabilidade da matriz e a deformação elástica das fibras entre as faces da fenda. Nestas circunstâncias, a contribuição das fibras pode ser obtida de forma explícita em função da abertura da fenda:

$$\sigma_{f} / f_{Ut,u} = \left[1 - 2 \cdot \frac{w}{l_{f}} \right]^{n} \qquad \qquad w > w_{deb}$$
(15)

Nas equações acima, w_{deb} é a abertura de fenda que marca o início da fase de arrancamento:

$$w_{deb} = \left(\tau_f \cdot l_f^2\right) / \left(E_f \cdot d_f\right) \tag{16}$$

A tensão de aderência rígido-plástica τ_j representa um valor médio da tensão de aderência ao longo de uma gama de escorregamentos representativa e d_j é o diâmetro das fibras, aqui assumidas de secção circular. A resistência à tração pós-fendilhação do compósito ditada pelas fibras vem dada por:

$$f_{Ut,\mu} = \alpha_0 \alpha_1 \frac{l_f}{d_f} V_f \tau_f = \lambda \tau_f$$
(17)

em que $\lambda = \alpha_0 \alpha_1 V_{lr} / d_f$ pode ser encarado com um descritor escalar da estrutura das fibras abarcando os efeitos da orientação (α_0), eficiência (α_1), dosagem (V_j) e geometria (l_r / d_j). Uma equação semelhante foi proposta por Naaman [12]. Apesar de a Equação (17) expressar uma relação linear entre $f_{Ut,u}$ e λ , é expectável que acima de uma determinada dosagem de fibras, os efeitos de grupo comecem a ser preponderantes levando a que $f_{Ut,u}$ aumente mais lentamente com λ . Este efeito não é explicitamente tido em consideração no presente modelo.

Na Equação (15) o valor teórico do expoente *n* tal como deduzido por Pfyl [7] é de 2. No entanto, a adoção de valores mais elevados é em geral necessária para se obter um melhor ajuste aos resultados experimentais. Isto deve-se ao facto de a adoção de um valor constante para τ_f para a gama de escorregamentos que ocorrem desde a fase de plastificação progressiva da aderência até ao arrancamento constituir uma aproximação demasiado grosseira. Neste estudo foi adotado um valor de *n* = 4, o que permitiu um ajuste razoável a uma larga gama de resultados experimentais.

3.2.2 Contribuição da matriz e das tensões elásticas nas fibras previamente à fissuração

A contribuição da matriz para a transmissão de tensões de tração após a fissuração (amolecimento) é modelada através de uma relação exponencial:

$$\sigma_{bnj} / f_{mt,j} = \exp(-f_{mt,j} \cdot w / G_{Fm})$$
(18)

em que $G_{_{Fm}}$ é a energia da fratura da matriz. No que diz respeito às tensões instaladas nas fibras previamente à fissuração assume-se que são linearmente relaxadas até se anularem para uma abertura de fenda correspondente ao início do arrancamento:

$$\sigma_{prej} / f_{mt,j} = \gamma (w_{deb} - w) / w_{deb} \ge 0$$
(19)

Nas equações acima, o índice $(\cdot)_i$ refere-se a cada uma das fendas ativas.

3.3 Simulação da fendilhação múltipla

Seguindo a proposta de Wuest [8], a resistência à tração da matriz é aleatoriamente distribuída ao longo do RVE segundo uma lei Normal, sendo definida pelo valor médio, f_{mt} e pelo seu coeficiente de variação, *CoV*. A ativação de uma nova fissura pressupõe a satisfação simultânea das duas seguintes condições: (1) as tensões atuantes na fissura potencial *i* excedem a tensão f_{Uti} dada pela Equação (8); (2) o espaçamento mínimo entre fendas deve ser superior ao comprimento de transferência:

$$S_{r,min} = \frac{0.25}{\alpha_0.\alpha_2} \frac{f_{mt}}{\tau_f} \frac{d_f}{V_f}$$
(20)

Na equação acima o parâmetro $\alpha_2 \leq 1,0$ permite tomar em consideração o facto de as fibras serem filamentos descontínuos e, portanto, não permitem uma transferência de tensões de tração tão eficiente a partir da secção da fenda quanto a que seria expectável se o compósito fosse reforçado com filamentos contínuos, caso a que corresponde $\alpha_2 = 1,0$.

3.4 Determinação dos parâmetros do modelo

Tal como se resume no Quadro 1, os dados de entrada podem ser divididos em propriedades dos materiais, descritores da estrutura fibrosa do compósito (orientação, eficiência, conteúdo e geometria das fibras) e parâmetros do modelo. As propriedades dos materiais estão bem definidas e podem ser avaliadas com recurso a técnicas experimentais bem estabelecidas. A exceção será a tensão de aderência rígido-plástica. Tal como se discute detalhadamente em [13], τ_{e} pode ser estimado a partir de ensaios de arrancamento de fibras individuais como sendo o valor da tensão média ao longo do comprimento de embebimento correspondente à forca máxima obtida no ensaio. Para o valor ser representativo, o comprimento de embebimento deve ser $l_a = l_a/4$ e as fibras devem estar ligeiramente inclinadas, entre 15º e 30º. Uma determinação mais robusta pode ser efetuada tal como se descreve em [1][4], ver Figura 7, sendo τ_{e} obtido a partir da inclinação da reta de acordo com a Equação (17). Isto pressupõe a realização de ensaios sobre provetes com várias dosagens e/ou perfis de orientação de fibras para determinar $f_{\mu\nu}$ (ensaios de tração direta ou ensaios indiretos como o de flexão em 4 pontos, por exemplo), e a realização de análises de imagem sobre superfícies polidas perpendiculares às tensões de tração para determinar os parâmetros α_0 e α_1 necessários à quantificação de λ .

O modelo requer a definição de 3 parâmetros, $f_{mt'}$ CoV e α_2 . Em [13] apresenta-se um estudo paramétrico em que se demonstra a influência de cada um destes parâmetros na resposta obtida.

Quadro 1 Dados de entrada do modelo

Тіро		Nome	Gama de valores
Propriedades dos materiais	E _f	Módulo de elasticidade das fibras	210 (GPa)
	E _m	Módulo de elasticidade da matriz	40-65 (GPa)
	G _{fm}	Energia de fratura da matriz	0,01-0,035 (N/mm)
	τ_{f}	Tensão de aderência (rígido- -plástica)	6-15 (MPa) – Fibras lisas
Parâmetros do modelo	f_{mt}	Valor médio da resistência à tração da matriz ao longo do RVE	f_{mt}/τ_f entre 0,8 e 1,2
	CoV	Coeficiente de variação da resistência à tração da matriz ao longo do RVE	0,08-0,15
	$\alpha_{_2}$	Parâmetro que regula o espaçamento mínimo das fissuras	0,35-0,45
Propriedades da estrutura fibrosa	α ₀	Fator de orientação das fibras	0,3-0,8(*)
	α_1	Fator de eficiência das fibras	0,50-1,0(*)
	V_{f}	Fração volumétrica das fibras	1,5-4,0 (%)
	l_f	Comprimentos das fibras	6-30 (mm)
	d_{f}	Diâmetro das fibras	0,15-0,3 (mm)

(*) A gama teórica de valores situa-se entre 0 e 1.

3.5 Validação

O modelo foi validado com resultados experimentais obtidos através de ensaios de tração direta [13]. Na Figura 8 ilustra-se a precisão que é possível obter com o modelo. Os dados de entrada foram mantidos constantes em todas as simulações em virtude de os resultados experimentais dizerem respeito ao mesmo compósito, mas com dosagens e perfis de orientação de fibras distintos. Com base no ajuste da reta da Figura 7, $\tau_f = 11,1$ MPa. As restantes propriedades dos materiais são: $G_{Fm} = 0,02$ N/mm, $E_m = 45$ GPa, $E_f = 210$ GPa. Os parâmetros adotados são: $\tau_f f_{tm} = 1,0$, CoV = 0,14 e $\alpha_2 = 0,35$. As fibras utilizadas são uma mistura de fibras com $l_f = 12$ e 9 mm (50% de cada), $d_f = 0,175$ mm. O fator de orientação e de eficiência foram determinados com base em análise de imagem de superfícies polidas dos provetes.

É interessante constatar a forma em "S" da curva que relaciona extensão de pico com o parâmetro descritor da estrutura fibrosa do compósito (Figura 8 (b)). Para valores de $\lambda \le 0,45$ o compósito apresenta apenas uma fissura e não exibe endurecimento em tração. Para valores 0,45 < $\lambda \le 0,82$ a localização das deformações inicia-se durante a fase de formação de fendas. Neste regime, uma pequena alteração do perfil de orientação ou da dosagem das fibras traduz-se numa grande variação no valor da extensão de pico. Para valores de

 $\lambda > 0,82$ o compósito atinge a fase de fendilhação estabilizada e a extensão de pico atinge um valor de saturação. Este comportamento é razoavelmente descrito pelo modelo.





4 Anisotropia do comportamento à tração do UHPFRC

Com base na descrição da anisometria na distribuição das fibras e no modelo meso-mecânico descrito na secção anterior é possível descrever a anisotropia do comportamento à tração do UHPFRC. Na Figura 9(a) apresenta-se a previsão da variação do coeficiente de orientação das fibras para 3 distribuições de orientação distintas correspondentes a valores de $k_g = 0$ (distribuição isométrica), 2 e 5. As duas últimas distribuições apresentam orientação preferencial das fibras, sendo que para $k_g = 5$ a orientação é muito forte numa direção. A título de exemplo, perfis de orientação equivalentes a $k_g = 2$ podem ser obtidos através do fluxo do material no estado fresco,



Figura 9 Anisotropia (no plano) do comportamento à tração para várias distribuições espaciais da orientação das fibras: (a) fator de orientação; (b) resistência à tração pós-fendilhação; (c) extensão de pico (média de seis simulações por direção)

enquanto para $k_g = 5$ só foram obtidos sujeitando o compósito no estado fresco a um forte campo magnético capaz de orientar as fibras de aço [4]. Na Figura 9(b) apresenta-se a variação direcional da resistência à tração do compósito proporcionada pelas fibras, tal como obtida a partir da Equação (17). Na Figura 9(c) ilustra-se a variação da extensão de pico imediatamente antes da localização das deformações obtida pelo modelo meso-mecânico. Os parâmetros utlizados são os mesmos descritos atrás. Verifica-se que a anisotropia é muito mais marcada no valor da extensão de pico do que no da resistência à tração.

5 Conclusões

Neste trabalho apresentou-se uma formulação matemática que permite descrever a orientação das fibras no UHPFRC e a variação direcional dos fatores de orientação das fibras dos quais depende o desempenho mecânico. Esta informação foi posteriormente incluída num modelo meso-mecânico do UHPFRC que permite a determinação da curva tensão-deformação em tração uniaxial. O modelo foi validado com uma série de resultados experimentais e demonstrou ser capaz de reproduzir os principais aspetos do comportamento observado. A formulação desenvolvida permite descrever o comportamento anisotrópico do UHPFRC em tração e quantificar as diversas leis constitutivas que é expectável obter em função da inerente variabilidade na distribuição das fibras ao longo de uma estrutura.

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado por: Unidade de Investigação UID/ ECI/04708/2019- CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC); projeto POCI-01-0145-FEDER-031777 – "UHPGRADE - Next generation of ultra-high performance fibre-reinforced cement based composites for rehabilitation and strengthening of the existing infrastructure", financiado pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do COMPETE2020 – Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI) e com o apoio financeiro da FCT/MCTES através de fundos nacionais (PIDDAC).

São igualmente reconhecidos o apoio da Fundação Calouste Gulbenkian por meio da bolsa de doutoramento nº 144945 atribuída ao segundo autor e do Laboratório de Engenharia de Moçambique (LEM).

Referências

- Abrishambaf, A.; Pimentel, M.; Nunes, S. (2017) "Influence of fibre orientation on the tensile behaviour of ultra-high performance fibre reinforced cementitious composites". *Cement and Concrete Research*. Vol. 97, pp. 28-40.
- [2] Advani, S. G.; Tucker, C. L. (1987) "The Use of Tensors to Describe and Predict Fiber Orientation in Short Fiber Composites". J. Rheol. Vol. 31, N. 8, pp. 751–784.
- [3] Guenet, T. (2016) Modélisation du comportement des bétons fibrés à ultra-hautes performances par la micromécanique : effet de l'orientation des fibres à l'échelle de la structure. Tese de Doutoramento, Université Paris-Est.
- [4] Nunes, S.; Pimentel, M.; Ribeiro, F.; Milheiro-Oliveira, P.; Carvalho A. (2017) – "Estimation of the tensile strength of UHPFRC layers based on non-destructive assessment of the fibre content and orientation". *Cement and Concrete Composites*, Nol. 83, pp. 222–238.
- [5] Jungwirth, J. (2006) Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs-Faserbeton. Tese de Doutoramento, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [6] Foster, S. J. (2001) "On Behavior of High-Strength Concrete Columns : Cover Spallling, Steel Fibers, and Ductility". ACI Structural Journal. Vol. 98, pp. 583-589.
- [7] Pfyl, T. (2003) Tragverhalten von Stahlfaserbeton. Tese de Doutoramento, ETH Zurich.

- [8] Wuest, J. (2007) Comportement structural des bétons de fibres ultra perfomants en traction dans les éléments composés. Tese de Doutoramento, École Polytechnique Fédérale de Lausanne..
- [9] Oesterlee, C. (2010) Structural Response of Reinforced UHPFRC and RC Composite Members. Tese de Doutoramento, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [10] Cox, H. L. (1952) "The elasticity and strength of paper and other fibrous materials". *British Journal of Applied Physics*, Vol. 3, pp. 72-79.
- [11] Li, V. C.; Stang, H.; Krenchel, H. (1993) "Micromechanics of crack bridging in fibre-reinforced concrete". *Materials and Structures*, Vol. 26, pp. 486-494.
- [12] Naaman, A. E. (2008) High performance fiber reinforced cement composites. High-performance construction materials: science and applications.
- [13] Abrishambaf, A.; Pimentel, M.; Nunes, S. (2019) "A meso-mechanical model to simulate the tensile behaviour of Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Cementitious Composites". Aceite para publicação em Composite Structures.

Modelação da anisotropia do comportamento à tração do UHPFRC Mário Pimentel, Aurélio Sine, Amin Abrishambaf, Sandra Nunes