

Análise de vigas de acoplamento de paredes de betão estrutural com modelos combinados de campos de tensões (1D/2D)

Analysis of reinforced concrete coupling beams with stress field models combined with finite element (1D/2D)

Miguel Ferreira
João Almeida
Miguel Lourenço

Resumo

As paredes de betão armado são por vezes ligadas com vigas de acoplamento para assegurar a transferência das forças horizontais para as fundações. A eficiência deste conjunto é determinante para o desempenho global da estrutura quando esta é submetida a ações cíclicas.

Nos edifícios que foram construídos com base em regulamentos mais antigos, as vigas de acoplamento foram executadas com uma disposição de armaduras convencional, constituída por armaduras longitudinais e estribos, que apresentam pouca ductilidade. Para a avaliação sísmica destas construções é importante ter modelos adequados para estas zonas de forte descontinuidade.

O método proposto, que combina campos de tensões com elementos finitos 2D, permite obter os campos de deformações e deslocamentos associados aos campos de tensões, com base nas leis de comportamento não linear dos materiais.

Com base no modelo proposto, analisam-se os resultados experimentais em vigas de acoplamento com diversos rácios comprimento vs. altura, assim como com várias quantidades e disposições de armaduras convencionais.

Abstract

The shear walls with coupling beams usually equilibrates relevant horizontal forces in a building. The performance of this system is critical for the overall behaviour of the structure, essentially for cyclic loading.

The buildings that were built accordingly to ancient codes, the coupling beams were built with a conventional detailing, based on longitudinal reinforcement and stirrups. Their seismic evaluation shall be done with adequate models applied to these discontinuity regions.

The proposed method, which combines 2D finite elements with stress fields models, allows the output of strain and displacement fields based on the nonlinear behavior of the materials.

The experimental results on coupling beams on different values for ratio length/height, reinforcement ratio with conventional reinforcement layout is analyzed.

Palavras-chave: Vigas de acoplamento / Modelos de campos de tensões / Análise não linear / Método STM3f / Escorregamento de armaduras

Keywords: Couple beams / Stress fields models / Nonlinear analysis / STM3f method / Reinforcement slip

Miguel Ferreira

Lena – Engenharia e Construções, SA, Grupo NOV
Leiria, Portugal
miguelpedrosaferreira@gmail.com

João Almeida

Universidade de Lisboa, IST
Lisboa, Portugal
jalmeida@civil.ist.utl.pt

Miguel Lourenço

JSJ Consulting
Lisboa, Portugal
mlourenco@jsj.pt

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

FERREIRA, M. [et al.] – Análise de vigas de acoplamento de paredes de betão estrutural com modelos combinados de campos de tensões (1D/2D). **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 9. ISSN 2183-8488. (março 2019) 59-66.

1 Introdução

As vigas de acoplamento fazem a ligação entre paredes resistentes contíguas num edifício de modo a que estas tenham uma resposta conjunta, por conseguinte, são elementos que estão sujeitos a esforços elevados e com uma geometria que prefigura uma descontinuidade geométrica na parede global. O desempenho sísmico destes elementos depende muito da sua capacidade de manter as suas características de resistência, ductilidade e rigidez. Para tal contribui em larga medida a forma de disposição das armaduras. Não obstante os regulamentos atuais impõem uma disposição de armaduras em diagonal cintada, no passado foram construídos edifícios com uma disposição convencional de armaduras, varões longitudinais e estribos. Assim, importa conhecer o seu desempenho para poder reforçá-los, em caso de necessidade, e entender os mecanismos que conduzem ao seu fraco desempenho para evitar erros semelhantes.

A análise numérica de elementos de betão armado, nomeadamente em regiões de forte descontinuidade, pode ser feita com vários métodos, sendo que o método de elementos finitos é uma ferramenta muito poderosa, mas a variação de esforços que ocorre nestas zonas conduz a soluções que não são simples de julgar. Por exemplo, como o equilíbrio do sistema apenas é garantido de forma global, não é simples verificar os resultados através do equilíbrio, *i.e.* os esforços resultantes numa secção, calculados por integração das tensões, não estão necessariamente em equilíbrio com as forças aplicadas. Por outro lado, os métodos baseados em campos de tensões permitem uma boa compreensão dos sistemas, mesmo os mais complexos, mas apresentam a desvantagem de não ser simples a consideração da deformação e por conseguinte do tratamento dos casos internamente hiperestáticos ou de múltiplos caminhos de força.

Nesta comunicação apresenta-se uma metodologia que, partindo dos modelos de campos de tensões, permite associar campos de deformação e campos de deslocamento para obter resultados mais fiáveis da análise destes modelos. A sua aplicação é feita a 2 casos de ensaios de vigas de acoplamento.

2 Análise de betão estrutural

2.1 Modelos de campos de tensão

As regiões de betão estrutural que têm zonas de descontinuidade fortes, quer geométricas quer de forças, podem ser verificadas pelo cálculo das tensões com base numa análise plástica limite cuja aplicação equilibra os esforços com as forças aplicadas, assegurando que as tensões são inferiores às capacidades resistentes dos vários elementos e garantindo-se que existe ductilidade suficiente. Para a verificação das tensões é necessária a definição completa das larguras das escoras, além da sua posição e orientação.

Segundo a metodologia apresentada por Muttoni [1], em que não existe cruzamento de campos de compressões (ver Figura 1 (b)), a verificação da segurança é muito simples, dado que o valor da compressão em cada ponto pode ser comparado com a resistência do betão. No entanto, podem existir casos onde é necessário considerar

a confluência de 4 ou mais campos e cuja inerente hiperestaticidade não seja simples de resolver, como é o caso de combinação de diferentes padrões de transmissão de forças no interior do modelo. A este facto pode-se ainda adicionar que, numa análise não linear, com a variação, ao longo do processo, da distribuição de rigidez o padrão de forças altera-se e, por conseguinte, é necessário recalculá-las as posições e as larguras dos campos através da resolução de um sistema não linear das equações de equilíbrio.

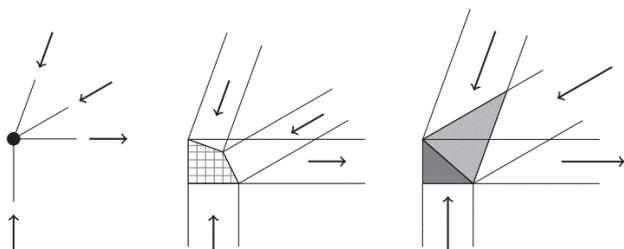


Figura 1 Exemplo de nó CCCT com 4 campos: (a) Equilíbrio global; (b) Definição sem sobreposição; (c) Definição com sobreposição

Outra metodologia para avaliação destes casos é permitir que haja sobreposição dos campos e criar as regiões de nós, ver Figura 1 (c). Nestes casos, o equilíbrio pode ser feito com base nas resultantes (Figura 1 (a)), e nas zonas onde existe o cruzamento fazer a composição das tensões pelo tensor das tensões, *i.e.* fazendo a decomposição das tensões principais nas direções ortogonais e nas tensões de corte, somar a contribuição dos diferentes campos e recalculá-las as tensões principais que se podem comparar com a resistência dos materiais. Este processo de cálculo é mais simples de sistematizar, no entanto, a sua aplicação para a análise não linear baseada em elementos finitos 1D pode conduzir a erros. Ao contrário da avaliação pelo princípio da energia complementar mínima que se baseia em campos de forças, a aplicação do princípio da energia de deformação mínima assume uma distribuição de deslocamentos e, por derivação, obtêm-se deformações e depois tensões. Por conseguinte, é necessário conhecer primeiro as deformações e só depois se obtêm as tensões, tornando-se assim conveniente adotar outro tipo de discretização mais refinada do que elementos barra, apenas com esforço axial, para a avaliação das estruturas.

2.2 Modelos de elementos finitos

Dado que o cálculo com o método dos elementos finitos, nomeadamente de elementos planos, é trivial em vários *softwares* o seu uso para avaliação destes casos é frequente e simples. O refinamento da malha permite ajustar-se bem às geometrias pretendidas e conduzir à estabilização dos resultados.

No entanto, a interpretação de resultados, por exemplo ao nível de tensões distribuídas no domínio de análise, não é simples. Por exemplo, se se integram as tensões ao longo de uma secção, em geral, os esforços resultantes não estão em equilíbrio com as cargas aplicadas porque as equações que definem este método numérico são estabelecidas com base num integral pesado da diferença entre as forças aplicadas e as tensões existentes que é nulo. Desta forma, o modelo está em equilíbrio globalmente mas este não é verificável

em toda e qualquer secção. Além disso a distribuição espacial é complexa e torna difícil a interpretação global dos caminhos de transmissão dos esforços, que é uma ferramenta necessária para que o engenheiro tenha confiança na análise efetuada.

O uso de elementos triangulares, de deformação constante CST, usados em conjunto com elementos lineares 1D para simulação das armaduras permite obter resultados muito satisfatórios [2].

2.3 Modelação STM3f

Face às vantagens e desvantagens dos métodos apresentados, mostra-se o uso combinado das 2 metodologias de modo a obter as principais vantagens de ambos métodos. Este método tem na sua base os modelos de campos de tensões definidos pelos seus eixos, sendo as equações de equilíbrio estabelecidas, de forma simples e direta, pela soma das componentes ortogonais em cada nó. Para ultrapassar a dificuldade de avaliação das deformações nas zonas nodais, usa-se uma malha de elementos finitos com a subdivisão do domínio em pequenos elementos. As forças resultantes de cada campo são aplicadas ao domínio contínuo para cálculo das deformações. Os deslocamentos são obtidos pelas relações de compatibilidade entre as deformações calculadas.

O método baseia-se no princípio Hu-Washizu em que os 3 campos, deslocamentos, deformações e tensões, usam variáveis independentes entre si e através da imposição de que as diferenças entre elas são nulas, calculadas por integrais.

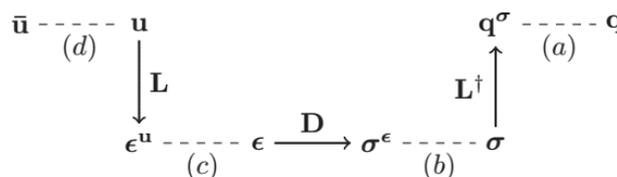


Figura 2 Diagrama de Tonti aplicado ao método apresentado

Com base no diagrama apresentado na Figura 2 podem definir-se os seguintes campos:

- Campo de deslocamentos, definido no modelo de campos de tensões, baseado em 2 deslocamentos ortogonais em cada nó, u_n .

$$u(x, y) = N_u(x, y)u_n \quad (1)$$

- Campo de deformações, definido num modelo de elementos finitos com elementos CST para o betão e elementos 1D, apenas com esforço axial, para as armaduras. As variáveis nodais são 2 deslocamentos ortogonais de cada nó do modelo de elementos finitos, e_n .

$$\epsilon(x, y) = N_e(x, y)e_n \quad (2)$$

- Campo de tensões, definido no modelo de campos de tensões, cujas variáveis são os esforços axiais de cada campo, s_n .

$$\sigma(x, y) = N_s(x, y)s_n \quad (3)$$

De acordo com o diagrama da Figura 2, as equações que estabelecem o sistema são as relações assinaladas por tracejados, a saber:

relações de equilíbrio equação (4); relações constitutivas equação (5); e relações de compatibilidade equação (6).

$$(a) \int \delta u^T (l^T \sigma - q) t dA = 0 \rightarrow \int B^T N_s t dA s_n + C r_n = f_{ext} \quad (4)$$

$$(b) \int \delta \varepsilon^T (D \varepsilon - \sigma) t dA = 0 \rightarrow \int N_e^T D N_e t dA e_n - \int N_s^T N_s t dA s_n = 0 \quad (5)$$

$$(c) \int \delta \sigma^T (L u - \varepsilon) t dA = 0 \rightarrow \int N_s^T N_s t dA u_n - \int N_s^T N_e t dA e_n = 0 \quad (6)$$

$$(d) \delta (l^T \sigma)^T (u - \bar{u}) = 0 \rightarrow C^T u_n = \bar{u} \quad (7)$$

A matriz global do sistema (8) agrega todas as equações indicadas e resolve o sistema como um todo. Para entender melhor este sistema, pode-se analisar o caso de modelos de campos de tensões isostáticos que pode ser decomposto em 3 subsistemas, que correspondem ao cálculo dos esforços e reações de apoio por equilíbrio, Equação (9). Com os esforços axiais dos campos de tensões pode-se calcular as deformações, Equação (10), e com estas estimam-se os deslocamentos globais, Equação (11).

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & K_{ux} & K_{ur} \\ \cdot & K_{ee} & -K_{ex} & \cdot \\ K_{ux}^T & -K_{ex} & \cdot & \cdot \\ K_{ur}^T & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n \\ e_n \\ s_n \\ r_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ext} \\ 0 \\ 0 \\ \Delta \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[K_{ux} \ K_{ur}] \cdot \begin{bmatrix} s_n \\ r_n \end{bmatrix} = f_{ext} \quad (9)$$

$$K_{ee} \cdot e_n = K_{ex} s_n \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} K_{ux}^T \\ K_{ur}^T \end{bmatrix} \cdot u_n = \begin{bmatrix} K_{ex}^T e_n \\ \Delta \end{bmatrix} \quad (11)$$

No caso mais geral, a matriz do sistema é calculada em conjunto, no entanto, matematicamente pode-se condensar o sistema e obter a rigidez do modelo de campos de tensões num sistema equivalente a uma treliça, Equação (12). Apesar do sinal negativo na Equação (13) verifica-se que o determinante da matriz que é invertida é negativa e por conseguinte a rigidez é positiva.

$$K_{uu} \cdot u_n = f_{ext} \quad (12)$$

$$K_{uu} = - \begin{bmatrix} \cdot & K_{ux} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{ee} & -K_{ex} \\ -K_{ex}^T & \cdot \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{ux}^T \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (13)$$

Como é expectável, o modelo de campo de tensões ao simular uma região de betão armado apresenta uma rigidez para essa região, apesar de não serem associados, de forma direta, os materiais ao campo de tensões. As leis constitutivas são descritas no campo de deformações.

A aplicação desta metodologia pode ser feita com o campo de deformações definido apenas no domínio representado pelas larguras dos campos de tensões. No entanto, a sua aplicação é mais interessante estendendo esse domínio para toda a região de betão armado em estudo, para que a distribuição de deformações não esteja limitada pela definição do modelo e, dessa forma,

apresentar-se como uma medida de erro para o próprio modelo de campos de tensões [7]. Por exemplo, no caso simples de 2 forças concentradas aplicadas numa placa, ver Figura 3, salienta-se que, embora as forças sejam aplicadas de forma concentrada no modelo, este, com a definição das larguras, distribui as tensões para o cálculo das deformações.

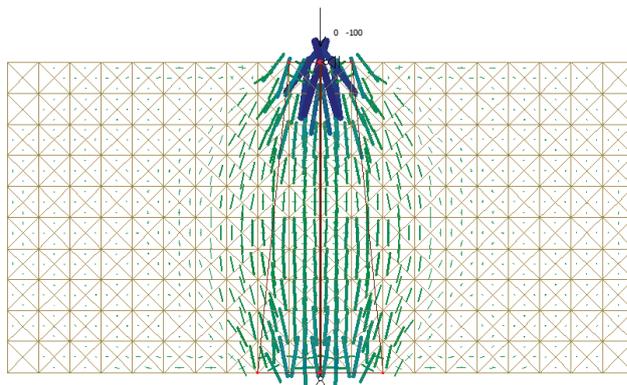


Figura 3 Análise, por STM3f, de 2 forças concentradas com larguras de aplicação diferentes

Salienta-se que, nos casos apresentados nesta comunicação, o número de iterações e o tempo de cálculo com a modelação STM3f, em comparação com o MEF usual com a mesma discretização, foi cerca de metade, dado que as “forças são distribuídas no modelo pelo campo de tensões” e não ficam tão concentradas.

3 Simulação de ensaios experimentais de vigas de acoplamento

3.1 Ensaios experimentais

Zhao [3] ensaiou vigas de acoplamento armadas de forma convencional, *i.e.*, com varões longitudinais e estribos. Os rácios comprimento/altura estão compreendidos entre MCB1 ($L/h = 1,17$) e MCB4 ($L/h = 2$). O esquema do ensaio e a geometria tipo estão representadas nas Figuras 4 e 5. As principais características geométricas e de resistência estão apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 Modelos testados. Rácio L/h, armaduras, tensão de compressão do betão [3]

Modelo	Altura da viga (mm)	Relação L/h	Armadura longitudinal			Resistência f_c (MPa)
			Principal	Adicional	ρ_s [%]	
MCB1	600	1,17	3T12	2 x 2R8	0,485	45,5
MCB2	500	1,40	2T12 + 1T8	2 x 2R8	0,486	45,7
MCB3	400	1,75	2 T12	2R8	0,496	35,0
MCB4	350	2,00	1T12 + 2T8	2R8	0,563	37,4

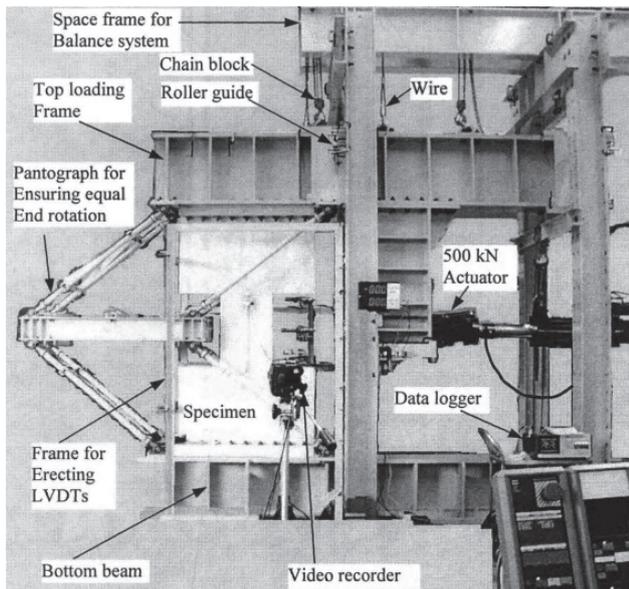


Figura 4 Imagem de um ensaio tipo feito por Z. Zhao (adaptado de [3])

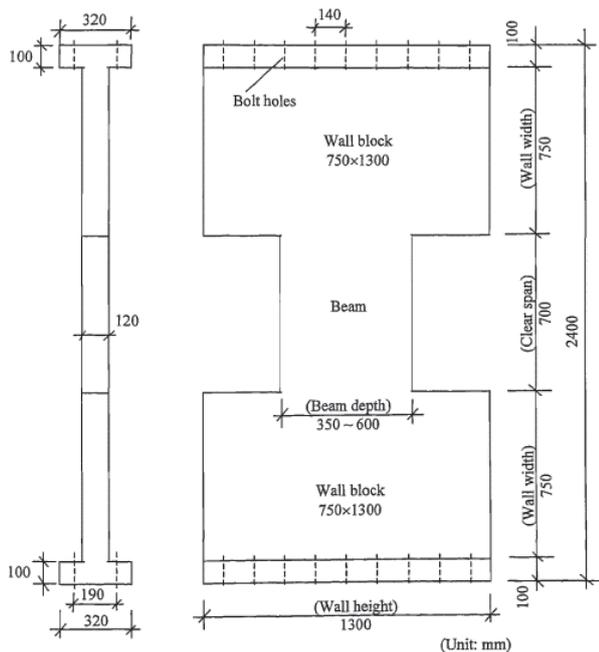


Figura 5 Desenho com os protótipos ensaiados (adaptado de Z. Zhao [3])

A armadura transversal é composta por estribos R8 com um espaçamento de 75 mm. A taxa de armadura é de $\rho_{sv} = 1,069\%$. As características principais das armaduras são apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 Características das armaduras usadas nos modelos

Tipo de armadura	Área do varão A_s (mm ²)	Tensão de cedência f_{sy} (MPa)	Tensão última f_{su} (MPa)
T12	111,6	525	637
T8	54,0	517	717
T8	48,1	346	480

3.2 Relações constitutivas

O material betão foi simulado com uma relação simples de parábola até ao valor máximo (14), sendo que este é influenciado pela presença de extensões transversais e pelo coeficiente que traduz a não linearidade da relação constitutiva pós-pico (15), ver MC2010 [4].

$$\sigma_{c2} = \begin{cases} 0 & 0 \leq \varepsilon_{c2} \\ f_c \left(2 \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_2} - \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_2} \right)^2 \right) & \varepsilon_2 < \varepsilon_{c2} < 0 \\ f_p & \varepsilon_3 \leq \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_3 \end{cases} \quad (14)$$

$$f_p = \min \left(1, \frac{1}{0,8 - 0,34 \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_c}} \right) \cdot \min \left(1, \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \right) \quad (15)$$

As armaduras foram modeladas com uma lei bilinear simples.

3.3 Ensaio MCB1

Os modelos de campos de tensões idealizados têm em consideração as várias formas de usar a tração que a armadura existente pode mobilizar.

No modelo 1, Figura 6, a força horizontal aplicada ao nível da viga é transferida pelos estribos existentes. A tração e a compressão nas extremidades do maciço estão o mais afastadas possível para aumentar o braço. As restantes trações são as necessárias para efetuar o desvio devido ao recorte maciço/viga.

No modelo 2, Figura 7, considerou-se um modelo global na forma de 2 diagonais em X, um braço para compressão, que se consegue desenvolver sem desvios, e uma diagonal tracionada que é materializada por um conjunto de trações nas 2 direções complementada com compressão perpendicular.

O modelo 3, Figura 8, permite a consideração da diagonal de compressão na viga, sem provocar tração nos estribos, cuja componente vertical é equilibrada com as armaduras adicionais no meio da viga.

Na Figura 9 apresentam-se as curvas da relação força-deslocamento obtidas no ensaio experimental, na modelação, por elementos finitos

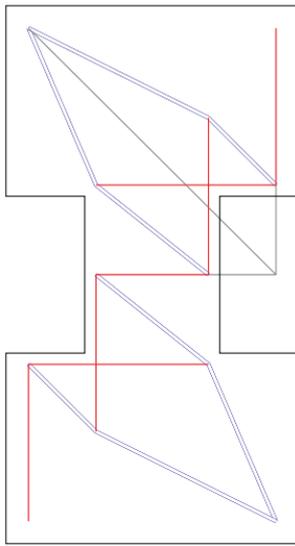


Figura 6 MCB1 – Modelo 1

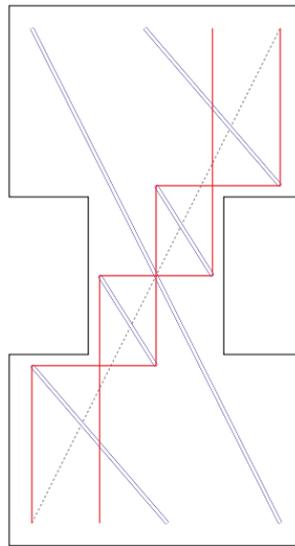


Figura 7 MCB1 – Modelo 2

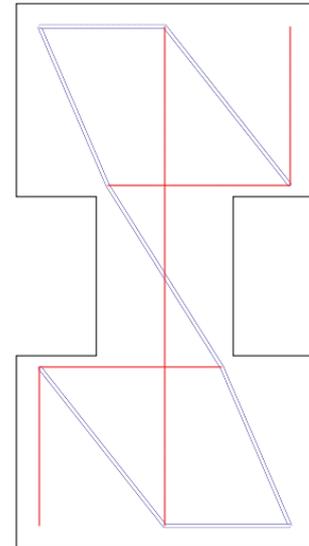


Figura 8 MCB1 – Modelo 3

2D que modelam betão armado, feita pelo autor dos ensaios [5], e pela modelação STM3f com base nos modelos 1 e 2 apresentados nas Figuras 6 e 7.

A análise das curvas mostra uma discrepância grande entre os resultados numéricos e o ensaio experimental. Os primeiros apresentam valores de pico mais elevados e com uma rigidez quase constante. Após o pico a resistência baixa para valores inferiores aos registados.

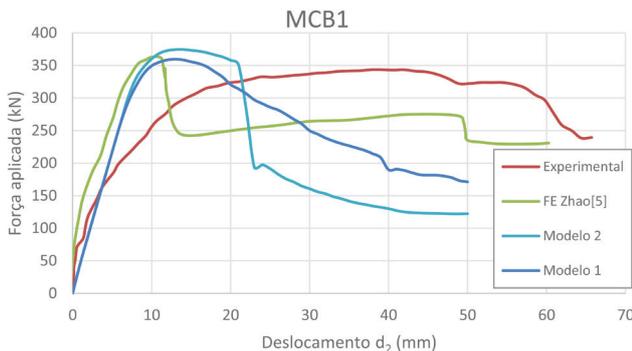


Figura 9 Análise do ensaio MCB1. Comparação entre resultados experimental, numérico FE e STM3f

Na descrição dos ensaios, existe a referência ao escorregamento dos varões, nomeadamente dos varões longitudinais da viga. Acresce ainda que existe uma grande concentração de armadura, o tirante era constituído por 3 T12 numa viga com uma largura de 120 mm, que se traduz num espaçamento livre entre varões de 9 mm, que é inferior ao diâmetro do varão.

Na Figura 10 apresentam-se os resultados com a inclusão dum modelo de aderência entre os varões e o betão, composto por 3 nós, 2 nós que ligam aos elementos CST, que representam o betão, e o terceiro que liga ao elemento 1D que representa a armadura,

ver Figura 11. Desta forma, consegue-se avaliar a compressão transversal existente e com esse valor majorar a tensão de aderência, conforme modelo proposto no Model Code 2010 [4]. A ligação entre as 2 partes de betão é rígida e permite conhecer a força que atua perpendicularmente. O troço que liga a armadura tem um comportamento não linear para permitir a simulação do escorregamento. Na modelação efetuada, o fator de obtenção da tensão de aderência foi reduzido para 30%, do seu valor usual, para aproximar melhor os resultados numéricos aos experimentais.

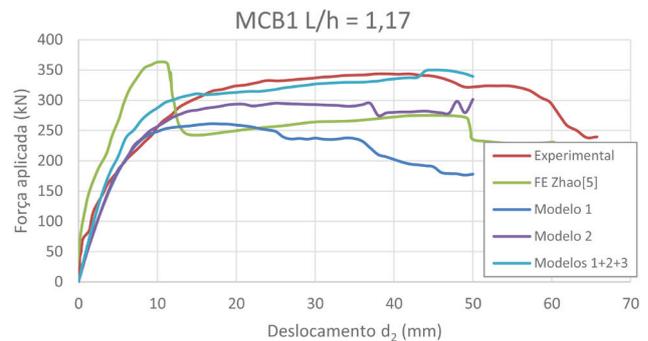


Figura 10 Análise do modelo MCB1 com a consideração de escorregamento nas armaduras

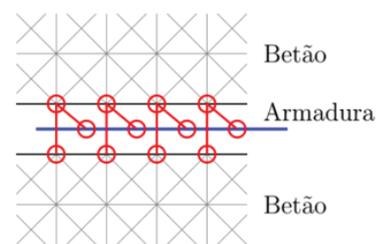


Figura 11 Esquema de aplicação do modelo de escorregamento

A análise efetuada com escorregamento nos varões T12 verticais e horizontais, nas extremidades dos maciços junto à viga, revela a importância que este fenómeno tem nos resultados. Consta-se ainda que ao usar um modelo que correspondeu à sobreposição dos vários modelos STM individuais obteve-se a melhor resposta por comparação com o ensaio experimental.

3.4 Ensaio MCB3

O ensaio MCB3, cuja viga tem um rácio $L/h = 1,75$, foi analisado com base no modelo apresentado na Figura 13. Este caso não permite o desenvolvimento da diagonal de compressão sem desvios, pelo que se considerou um modelo simples com o qual a avaliação da capacidade resistente deu bons resultados [6].

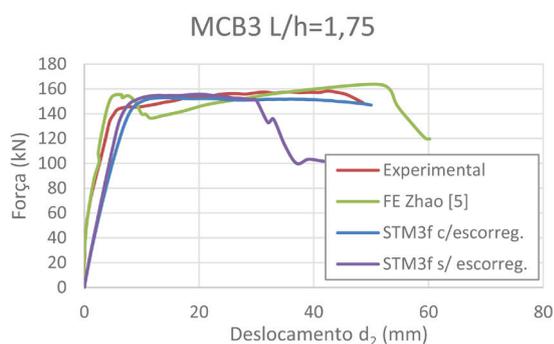


Figura 12 Análise do modelo MCB3. Curvas experimental, FE por Zhao [5]; STMf com escorregamento das armaduras principais

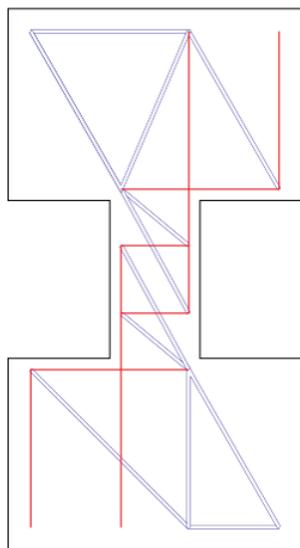


Figura 13 Modelo STM para o caso MCB3

A análise numérica, apresentada na Figura 12, mostra que a simulação do escorregamento, feita com os valores usuais (sem redução), é importante, nomeadamente na avaliação da ductilidade da estrutura. Neste caso, a distância entre os varões T12 é de 30 mm

e, por conseguinte, não foi necessário introduzir uma redução no modelo.

A zona inicial da curva pode ser mais aproximada à curva experimental com a consideração do betão à tração que envolve as armaduras.

4 Conclusões

Nesta comunicação apresenta-se a avaliação de vigas de acoplamento ensaiadas experimentalmente com rácios comprimento/altura de 1,17 e 1,75, com armadura convencional, sem armaduras diagonais cintadas. A avaliação numérica foi feita com um método STM3f que combina as vantagens dos modelos de campos de tensões com uma avaliação das deformações e deslocamentos inerentes, através da aplicação do método de 3 campos.

Os resultados numéricos apresentados mostram a importância da escolha do modelo de campos de tensões e das relações constitutivas que permitem modelar os fenómenos relevantes. Nestes casos, foi particularmente notória a contribuição do escorregamento dos varões na resposta global. A extensão da formulação proposta ao caso da consideração de cargas cíclicas encontra-se presentemente em desenvolvimento.

Referências

- [1] Muttoni, A.; Schwartz, J.; Thürlimann, B. (1996) – "Design of concrete structures with stress fields". *Springer Science & Business Media*.
- [2] Ruiz, M. F.; Muttoni, A. (2007) – "On development of suitable stress fields for structural concrete". *ACI, Structural Journal*, 104, 495-502.
- [3] Zhao, Z. (2001) – *Nonlinear behaviour of reinforced concrete coupling beams*. PhD Thesis. University of Hong-Kong.
- [4] *Model Code 2010 – First complete draft-Volume 2: Model Code*. Vol. 56. fib Fédération internationale du béton, 2010.
- [5] Zhao, Z.; Kwan, A. K. H.; He, X. G. (2004) – "Nonlinear finite element analysis of deep reinforced concrete coupling beams". *Engineering Structures*, 26(1), 13-25.
- [6] Ferreira, M.; Almeida, J.; Lourenço, M. (2017) – "Aplicação de modelos de campos de tensões para vigas de acoplamento de paredes de betão estrutural". *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*; Vol. 5 Série III.
- [7] Ferreira, M. P.; Almeida, J. F.; Lourenço, M. S. (2018) – "Modelling Structural Concrete with Strut-and-Tie Model Combined with 2D Finite Elements-A Model Factor for the Assessment of Strut-and-Tie Models". In *High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet* (pp. 1191-1199). Springer, Cham.

