

Calibração dos coeficientes parciais de segurança para vigas curtas de concreto armado por meio da análise de confiabilidade

Calibration of partial safety factors for short reinforced concrete beams by reliability analysis

Esdras Pereira de Oliveira
Emil de Souza Sánchez Filho
Oswaldo Luiz de Carvalho Souza

Resumo

O objetivo deste trabalho é calibrar os coeficientes parciais de segurança para o dimensionamento ao cisalhamento em vigas curtas de concreto armado. Realizou-se o dimensionamento semiprobabilístico das armaduras longitudinais de seis vigas submetidas à uma força cortante solicitante constituída por duas parcelas definidas por meio de percentuais de carga permanente k_g e variável k_q . O dimensionamento semiprobabilístico foi conduzido a partir de coeficientes parciais de segurança γ_g e γ_q . Realizou-se a análise de confiabilidade do sistema em série por meio do método analítico FORM. Posteriormente aplicou-se a interpolação polinomial de Lagrange para gerar superfícies de respostas em termos dos índices de confiabilidade obtidos. Os coeficientes parciais de segurança foram calibrados para minimizar a diferença entre os valores dos índices de confiabilidade do sistema em série, função de γ_g e γ_q , e o índice de confiabilidade de referência $\beta_r = 3,8$. Os coeficientes parciais de segurança obtidos foram $\gamma_g = 1,51$ e $\gamma_q = 1,77$.

Abstract

This work aims to calibrate the partial safety factors by applying the reliability analysis to the short reinforced concrete beams requested by the shear force. The design was carried out according to a semi-probabilistic approach of the longitudinal reinforcement of six beams requested by shear force consisting of two plots defined by means of percentages of dead load k_g and variable k_q . The semi-probabilistic design is carried out from partial safety factors γ_g and γ_q . The reliability analysis of the serial system was carried out by means of the analytical method FORM. Afterwards, the Lagrange polynomial interpolation was applied to generate response surfaces in terms of the reliability indexes obtained. The partial safety factors were calibrated in order to minimize the difference between the values of the serial system reliability indices, function of γ_g and γ_q , and the reference reliability index $\beta_r = 3,8$. The partial safety factors obtained were $\gamma_g = 1,51$ and $\gamma_q = 1,77$.

Palavras-chave: Coeficientes parciais de segurança / Análise de confiabilidade / Força cortante / Vigas curtas

Keywords: Partial safety factors / Reliability analysis / Shear force / Short beams

Esdras Pereira de Oliveira

Doutor em Estruturas, Engenheiro Civil e Professor Assistente
UFF – Universidade Federal Fluminense
Niterói – Brasil
esdraspo@yahoo.com.br

Emil de Souza Sánchez Filho

Doutor em Estruturas, Engenheiro Civil e Professor Titular
UFF – Universidade Federal Fluminense
Niterói – Brasil
emilsanchez@uol.com.br

Osvaldo Luiz de Carvalho Souza

Doutor em Estruturas, Engenheiro Civil e Professor Adjunto
UFF – Universidade Federal Fluminense
Niterói – Brasil
osvaldoluz246@gmail.com

Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

OLIVEIRA, E. [et al.] – Calibração dos Coeficientes Parciais de Segurança Para Vigas Curtas de Concreto Armado por meio da Análise de Confiabilidade. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 10. ISSN 2183-8488. (julho 2019) 75-84.

1 Introdução

O objetivo principal do projeto estrutural é buscar que, sob as diversas formas de carregamento, os elementos estruturais apresentem um bom desempenho quanto à sua funcionalidade, segurança e durabilidade. O tratamento dado às incertezas existentes nesse contexto, intensidade e distribuição das ações, propriedades mecânicas dos materiais e outras, traduz-se num maior ou menor atendimento aos objetivos citados.

O método dos estados limites contempla indiretamente as incertezas das variáveis envolvidas no dimensionamento com a adoção de coeficientes parciais de segurança que majoram as ações e minoram a resistência dos materiais. Os valores obtidos com a aplicação dos coeficientes parciais de segurança, valores de cálculo, são tratados como determinísticos no dimensionamento, caracterizando-o como um método semiprobabilístico, Oliveira [1].

A NBR 6118 (2014) [2] adota como filosofia de dimensionamento o método dos estados limites e utiliza, respectivamente, com o propósito de contemplar a aleatoriedade existente na definição dos valores característicos das ações F_k , resistência característica à compressão do concreto f_{ck} e tensão de escoamento do aço f_{yk} , os coeficientes parciais de segurança γ_p , γ_c e γ_s .

O dimensionamento semiprobabilístico das estruturas confere às mesmas uma margem de segurança quantificada por meio de um índice de confiabilidade β . As estruturas devem ter uma margem de segurança caracterizada pelo índice de confiabilidade de referência β_r , com valor intrínseco à mesma e definido por fatores que por vezes extrapolam o âmbito da engenharia civil, Souza [3].

Este artigo avalia os valores dos coeficientes parciais de segurança γ_g e γ_q a serem utilizados no dimensionamento semiprobabilístico de viga curta de concreto armado, tendo como objetivo principal um índice de confiabilidade de referência $\beta_r = 3,8$. Para tanto são avaliadas vigas curtas de vãos 50 cm a 100 cm, variando a cada 10 cm, submetidas a uma carga composta por duas parcelas definidas por meio de percentuais de carga permanente k_g e variável k_q , que assumem os valores 10% à 90%, com incrementos de 10%.

2 Descrição do modelo teórico adotado

Utilizou-se um modelo de bielas e tirantes, com bielas prismáticas representando o fluxo de tensões de compressão, nós tipo CCT (compressão – compressão – tração) no apoio e, nó tipo CCC (compressão – compressão – compressão) abaixo da placa de aplicação da força concentrada. A geometria do modelo de bielas e tirantes está mostrada nas Figuras [1] e [2], FIB 61 [4].

A profundidade da linha neutra x , o braço de alavanca z , o ângulo de inclinação da biela comprimida θ , a altura do nó CCC a_3 , a largura da biela do nó CCC a_4 , a altura do nó CCT u e a largura da biela do nó CCT a_5 , são definidos, respectivamente, por:

$$x = \frac{A_{sl} f_y}{0,8 f_c b} \quad (1)$$

$$z = h - d_{cg} - 0,4x \quad (2)$$

$$\theta = tg^{-1} \left(\frac{z}{a} \right) \quad (3)$$

$$a_5 = 2(h - d_{cg} - z) \quad (4)$$

$$a_4 = 0,5 a_2 \sin \theta + a_5 \cos \theta \quad (5)$$

$$u = 2d_{cg} + a_v(n_c - 1) \quad (6)$$

$$a_3 = a_1 \sin \theta + u \cos \theta \quad (7)$$

onde

A_{st} área de aço da armadura longitudinal;

b largura da viga;

f_c resistência à compressão média do concreto;

f_y resistência à tração média do aço da armadura longitudinal;

ϕ diâmetro das barras da armadura longitudinal;

c cobrimento;

d_{cg} posição do centro de gravidade das armaduras a partir do bordo inferior;

a_v espaçamento vertical entre as camadas de armadura;

n_c número de camadas de armadura.

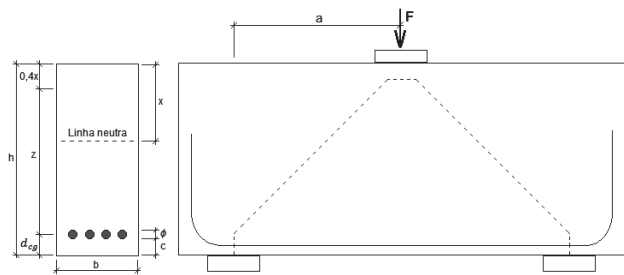


Figura 1 Modelo teórico adotado para vigas curtas

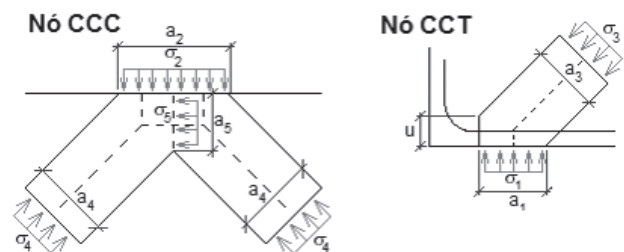


Figura 2 Geometria dos nós e bielas

O braço de alavanca z em geral é definido segundo a experiência do projetista. Neste trabalho z foi definido por meio de equilíbrio do momento em relação à armadura. Na Equação [2] a posição do centro de gravidade das armaduras d_{cg} , é definida respeitando-se critérios da NBR 6118 (2014) [2] quanto aos espaçamentos horizontal e vertical, ou seja, o maior valor entre 2 cm e o diâmetro da armadura longitudinal.

A força na armadura longitudinal T , a força de compressão na biela de concreto F_b atuando ao longo das dimensões a_3 e a_4 , e a força de compressão no banzo superior F_{bh} atuando ao longo da dimensão a_5 , são dadas, respectivamente, por:

$$T = 0,5F \cot \theta \quad (8)$$

$$F_b = \frac{0,5F}{\sin \theta} \quad (9)$$

$$F_{bh} = 0,5F \cot \theta \quad (10)$$

3 Análise de confiabilidade

A análise de confiabilidade estrutural visa a avaliação qualitativa da segurança fundamentada na análise quantitativa da falha da estrutura, segundo o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha P_f . O acréscimo de β implica no decréscimo de P_f , esse fato possibilita definir a confiabilidade estrutural como o complemento da probabilidade de falha.

$$C = 1 - P_f \quad (11)$$

A probabilidade de falha é definida a partir de um valor mínimo do índice de confiabilidade de referência β_r , que está vinculado a fatores que ultrapassam o âmbito de atuação do engenheiro, tais como: fatores sociais, econômicos, políticos e outros.

O problema básico de confiabilidade estrutural é definido por duas variáveis independentes que representam uma resistência R e uma solicitação S . Esse problema é resolvido com a definição da margem de segurança representada por uma variável g , assim:

$$g = R - S \quad (12)$$

A violação do estado limite último é representada por valores negativos de g , caracterizada pela resistência R inferior a uma solicitação S , sendo, portanto, a probabilidade de falha P_f obtida por:

$$P_f = p(g \leq 0) \quad (13)$$

Para uma situação particular em que R e S são variáveis aleatórias normais estatisticamente independentes, com médias μ_R e μ_S , e variâncias σ_R^2 e σ_S^2 , a margem de segurança é representada por uma variável aleatória normal g , com média μ_g e variância σ_g^2 obtidas, respectivamente, por:

$$\mu_g = \mu_R - \mu_S \quad (14)$$

$$\sigma_g^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (15)$$

A Figura [3] apresenta a função densidade de probabilidade da margem de segurança, onde se encontram representados a probabilidade de falha P_f e o índice de confiabilidade β para esse problema. A partir da Figura [3] verifica-se que:

$$g = \mu_g - \beta \sigma_g = 0 \quad (16)$$

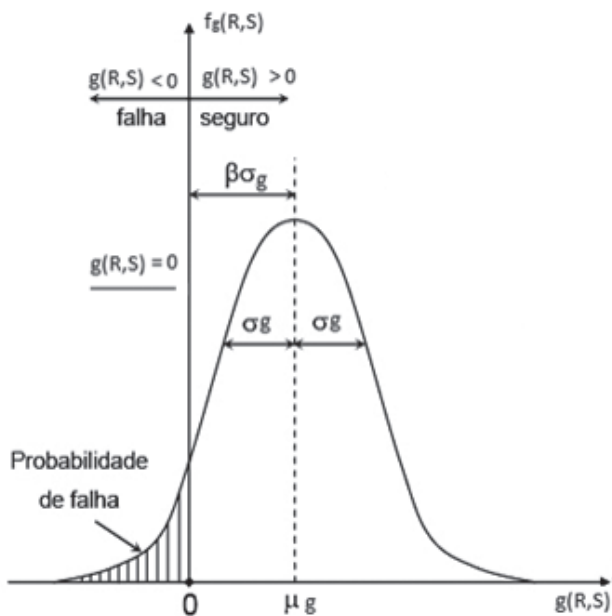


Figura 3 Função densidade de probabilidade da margem de segurança

Considerando-se que a falha se dá a partir de $g = 0$, o índice de confiabilidade β do problema básico é obtido.

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (17)$$

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (18)$$

Ressalta-se que a probabilidade de falha pode ser também obtida a partir da integral da função densidade de probabilidade da margem de segurança, área hachurada na Figura [3].

A Figura [4] ilustra o problema básico de confiabilidade no espaço das variáveis normais reduzidas não-correlacionadas, representado a partir de uma função de falha linear. O ponto sobre a função de falha $g(r,s) = 0$ mais próximo à origem no espaço reduzido é definido como ponto de projeto y^* . A distância de y^* a essa origem é o valor do índice de confiabilidade β do modo de falha considerado.

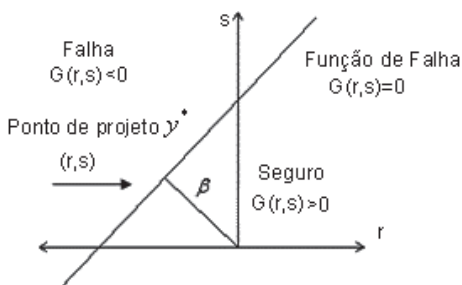


Figura 4 Problema básico de confiabilidade no espaço reduzido $g(r,s)$

A segurança estrutural a partir da definição do índice de confiabilidade β , que é associado à probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = P(h = R - S \leq 0) \Phi(-\beta) \quad (19)$$

O problema geral da análise de confiabilidade parte da definição de uma função de falha $G(X)$, onde X representa o vetor das variáveis aleatórias que podem ter diferentes funções densidade de probabilidade, serem correlacionadas ou não e apresenta funções de falha não lineares, o que torna a obtenção do índice de confiabilidade complexa.

A falha se dá quando se tem a função de falha $G(X) \leq 0$, sendo a probabilidade de falha associada à $G(X) \leq 0$ dada por:

$$P_f = P(G(X) \leq 0) = \int_{X_{inicial}}^{X_{final}} f(X) dx \quad (20)$$

onde $f(X)$ é a função densidade de probabilidade multivariável, e o intervalo $[x_{inicial}, x_{final}]$ corresponde ao domínio multivariável.

O cálculo do índice de confiabilidade do problema geral pode ser obtido com a solução do problema de otimização que fornece o ponto de projeto y^* e o valor de β , então:

$$\begin{aligned} \text{Min } \beta &= \|y^*\| \\ \text{s.t. } G(y^*) &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

O algoritmo mais utilizado para resolver esse problema de otimização é o HLRF, desenvolvido por Hasofer e Lind [5] e Rackwitz e Fiessler [6]. Esse algoritmo possibilita o cálculo do índice de confiabilidade β a partir da transformação das variáveis aleatórias X (espaço original), podendo essas ter distribuições quaisquer e serem dependentes entre si ou não, em variáveis normais equivalentes reduzidas não correlacionadas y (espaço reduzido), e vice-versa, em cada iteração. Uma vez obtidos β , y^* e seu valor correspondente no espaço original x^* , a probabilidade de falha P_f é calculada com o uso da Equação [19], o que representa uma aproximação, uma vez que esse valor corresponde à probabilidade de uma função de falha linear que passa por y^* e é tangente à função de falha original nesse ponto (Haldar e Mahadevan [7]). A Figura [5] ilustra o índice de confiabilidade com a linearização da função de falha no ponto de projeto y^* .



Figura 5 Índice de confiabilidade com a linearização da função de falha

Este trabalho utiliza o método analítico FORM (*first order reliability method*), cuja ideia original baseia-se no significado geométrico no espaço reduzido do índice de confiabilidade β do problema básico, com variáveis normais independentes, Figura [5].

O interesse da engenharia estrutural recai sobre o estudo de sistemas em série, onde devem ser respeitadas as diversas funções de falha para o estado limite último e de serviço. A probabilidade de falha P_i e o índice de confiabilidade β_i são comumente calculados pelo método FORM ou SORM para cada modo de falha. Depois se calcula a probabilidade do sistema falhar como um todo considerando-se a contribuição de todos os modos de falha. A Figura [6] apresenta dois sistemas em série considerando-se duas funções de falha linearizadas no ponto de projeto. A área hachurada corresponde ao domínio de falha.

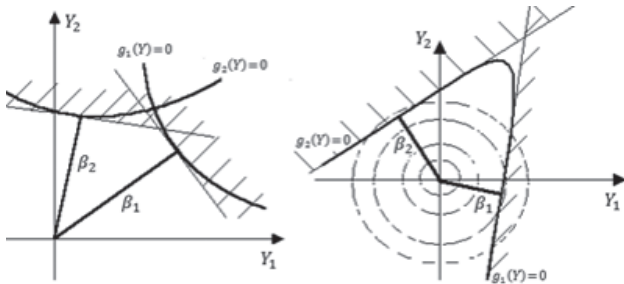


Figura 6 Exemplos de sistema em série composto por duas funções de falha

A probabilidade de falha de um sistema em série é expressa por:

$$P_f = P[(G_1(Y) \leq 0) \cup (G^2(Y) \leq 0) \cup \dots \cup (G_i(Y) \leq 0)] \quad (22)$$

Expandindo-se a Equação [22] tem-se:

$$P_f = \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n P_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=j+1}^n P_{ijk} + \dots \quad (23)$$

Os significados de P_i , P_{ij} e P_{ijk} são definidos, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} P_i &= P[G_i(Y) \leq 0] \\ P_{ij} &= P\{P[G_i(Y) \leq 0] \cap P[G_j(Y) \leq 0]\} \\ P_{ijk} &= P\{P[G_i(Y) \leq 0] \cap P[G_j(Y) \leq 0] \cap P[G_k(Y) \leq 0]\} \end{aligned} \quad (24)$$

Como as probabilidades de falha dos eventos individuais são baixas, as probabilidades de falha das interseções dos eventos três a três são tão pequenas que podem ser desprezadas. Na prática a probabilidade de falha é calculada tomando-se somente as interseções dos eventos dois a dois, resultando em:

$$P_f = \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n P_{ij} \quad (25)$$

Segundo o método FORM, todas as variáveis aleatórias são transformadas em normais padrão estatisticamente independentes. A probabilidade de falha P_i de cada modo de falha é dada pela função cumulativa normal padrão $\Phi(-\beta_i)$. A probabilidade de falha dois a dois P_{ij} dos modos de falha é dada pela função cumulativa bidimensional normal padrão:

$$P_{ij} = \Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) \quad (26)$$

A função cumulativa bidimensional normal padrão é dada por:

$$\Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) = \Phi(-\beta_i)\Phi(-\beta_j) + \int_0^{\rho_{ij}} \phi(-\beta_i, -\beta_j, z) dz \quad (27)$$

A função de densidade de probabilidade bidimensional normal padrão $\phi(x,y,z)$ é dada por:

$$\phi(x,y,z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-z^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2+y^2-2zxy}{1-z^2}} \quad (28)$$

Na Equação [26] o parâmetro ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre duas funções de falha i e j , sendo calculado em função da componente do vetor unitário normal α à superfície de falha de cada função de falha, calculado em cada ponto de projeto. ρ_{ij} e α ficam definidos, respectivamente, pelas equações:

$$\rho_{ij} = \cos\theta_{ij} = \alpha_i \alpha_j^T \quad (29)$$

$$\alpha_i = \frac{\nabla_y G(y)_i}{|\nabla_y G(y)_i|} \quad (30)$$

onde θ_{ij} é o ângulo entre os vetores unitários normais aos planos tangentes às funções de falha i e j , respectivamente.

4 Descrição da análise

4.1 Dimensionamento semiprobabilístico

Neste trabalho é realizado o dimensionamento, segundo um enfoque semiprobabilístico, das armaduras longitudinais de seis vigas curtas, tomando-se, nas Figuras [1] e [2], a dimensão a igual a 25 cm, 30 cm, 35 cm, 40 cm, 45 cm e 50 cm, a largura da viga $b = 20$ cm, a altura $h = 50$ cm, o cobrimento $c = 2$ cm, a largura do apoio $a_1 = 10$ cm e a largura da placa de aplicação da carga $a_2 = 10$ cm. Utilizou-se o modelo teórico descrito no item 2.

Considerou-se no dimensionamento um valor médio da força característica solicitante $F_k = 100$ kN, constante e constituída por uma parcela permanente F_g e uma parcela variável F_q . Os valores de F_g e F_q utilizados na análise foram obtidos segundo uma razão de carga variável k_q , cujos valores adotados foram 10% à 90%, com incrementos de 10%.

Para o dimensionamento semiprobabilístico os valores característicos das parcelas F_g e F_q , constituintes da força F_k , foram majorados pelos coeficientes parciais de segurança γ_g e γ_q , aos quais foram atribuídos os valores 1,1 à 1,9, variando a cada 0,1. Os valores da resistência característica do concreto e da tensão característica de escoamento do aço foram minoradas, respectivamente, pelos coeficientes parciais de segurança $\gamma_c = 1,40$ e $\gamma_s = 1,15$.

Com essas considerações foram realizados 4374 dimensionamentos semiprobabilístico, (seis dimensões a para nove razões de carga k_q para nove valores de γ_g para nove valores de γ_q) permutados dois a dois.

4.2 Análise de confiabilidade

Após o dimensionamento semiprobabilístico para a obtenção das armaduras longitudinais utilizou-se o método analítico FORM para

Tabela 1 Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias

Variáveis aleatórias	Valor característico	Valor médio	Desvio padrão	Coefficiente de variação	Função densidade de probabilidade
Resistência à compressão do concreto (MPa)	30	36,6	4,0	0,11	Lognormal NBR 6118 [2]
Tensão de escoamento – armadura longitudinal (MPa)	500	560	30	0,0536	Lognormal JCSS [8]
Solicitação permanente	var	var	–	0,1	Normal JCSS [8]
Solicitação Variável	var	var	–	0,25	Gumbel JCSS [8]
Fator de modelagem – solicitação	1,0	1,0	0,1	0,1	Lognormal JCSS [8]
Fator de modelagem – resistência	1,4	1,4	0,35	0,25	Lognormal JCSS [8]
Desvio da largura da viga em relação ao seu valor nominal (cm)	–	0,003 b	0,4 + 0,006b	–	Normal JCSS [8]
Desvio da altura da viga em relação ao seu valor nominal (cm)	–	0,003 h	0,4 + 0,006h	–	Normal JCSS [8]
Desvio do cobrimento em relação ao seu valor nominal (cm)	–	– 0,5	0,75	–	Normal JCSS [8]
Área de aço da armadura	–	1	0,02	–	Normal JCSS [8]

a realização da análise de confiabilidade; o sistema foi considerado em série, sete funções de falha, onde a falha de uma resulta na falha do sistema. A análise possibilitou a obtenção da confiabilidade do sistema em série β_{sist} para cada um dos 4374 dimensionamentos semiprobabilísticos.

Nas análises realizadas foram consideradas como variáveis aleatórias a resistência à compressão do concreto f_c , a tensão de escoamento das armaduras longitudinais f_y , as solicitações permanente e variável por meio dos fatores k_g e k_q , respectivamente, o fator de modelagem aplicado à solicitação ϕ_s , o fator de modelagem aplicado à resistência ϕ_R , a largura da viga b , a altura da viga h , o cobrimento c e a área de aço da armadura longitudinal A_{st} . A Tabela [1] resume as propriedades estatísticas das variáveis aleatórias consideradas nas análises.

Os valores da média e do desvio padrão das variáveis b , h e c , Tabela [1], correspondem ao desvio da dimensão em relação ao seu valor nominal; logo tais variáveis quando consideradas nas equações são compostas de uma parcela fixa somada à parcela variável, cujas propriedades estatísticas foram apresentadas na Tabela [1]. De acordo com o JCSS [8] as variáveis b e h têm coeficiente de correlação de 0,12, a tensão de escoamento do aço da armadura f_y e a área de aço da armadura A_{st} têm coeficiente de correlação de 0,5. Todas as propriedades estatísticas das variáveis aleatórias foram consideradas de acordo com as recomendações do JCSS [8], com exceção da

resistência à compressão do concreto que foi considerada de acordo com a NBR 6118 (2014) [2].

Após o cálculo das armaduras de aço, segundo o método de dimensionamento semiprobabilístico, selecionou-se os pares de bitola – quantidade de barra que retornassem a área mais próxima à área necessária. As bitolas comerciais 5 mm, 6,3 mm, 8 mm, 10 mm, 12,5 mm, 16 mm, 20 mm, 22 mm 25 mm, 32 mm e 40 mm foram as utilizadas.

No modelo teórico adotado foram definidas as funções de falha que determinam o limite de violação de um estado limite quando a solicitação S se iguala a R , sendo dadas por:

- relativa ao escoamento da armadura longitudinal

$$G_1 = \phi_R A_{st} f_y - \phi_s 0,5 F (k_g + k_q) \cot \theta \quad (31)$$

- relativa a perda de aderência da ancoragem (escorregamento das armaduras longitudinais)

$$G_2 = \phi_R \eta_1 \eta_2 \eta_3 0,3 f_c^{2/3} n \pi \phi \frac{lb}{\alpha b} - \phi_s 0,5 F (k_g + k_q) \cot \theta \quad (32)$$

- relativa à ruptura da biela de concreto no nó CCC

$$G_3 = \phi_R 1,2 f_c 0,85 b a_4 - \phi_s 0,5 F (k_g + k_q) \frac{1}{\sin \theta} \quad (33)$$

- relativa à ruptura do banço comprimido de concreto no nó CCC

$$G_4 = \phi_R 1,2f_c 0,85ba_5 - \phi_S 0,5F(k_g + k_q) \cot \theta \quad (34)$$

- relativa à ruptura do concreto abaixo da placa de aplicação de carga no nó CCC:

$$G_5 = \phi_R 1,2f_c 0,85ba_2 - \phi_S F(k_g + k_q) \quad (35)$$

- relativa à ruptura da biela de concreto no nó CCT

$$G_6 = \phi_R 0,85^2 f_c ba_3 - \phi_S 0,5F(k_g + k_q) \frac{1}{\sin \theta} \quad (36)$$

- relativa à ruptura do concreto acima do apoio no nó CCT

$$G_7 = \phi_R 0,85^2 f_c ba_1 - \phi_S 0,5F(k_g + k_q) \quad (37)$$

onde

$\eta_1 = 1$ (coeficiente relacionado à ancoragem função do tipo de barra);

$\eta_3 = 1$ (coeficiente relacionado à ancoragem função do diâmetro da barra);

$\eta_2 = 2,25$ (coeficiente relacionado à ancoragem função da posição da barra);

$\alpha_b = 0,7$ (coeficiente que considera o efeito favorável do gancho à 90°);

$l_b = 22$ cm (comprimento de ancoragem reta).

No que diz respeito à resistência do concreto para as regiões nodais utilizou-se a recomendação do FIB 61 [4], no nó CCC e CCT, respectivamente, iguais a $1,2f_c$, $0,85$ e $0,85^2 f_c$.

Ressalta-se que as variáveis a_3 , a_4 , a_5 e θ , apresentadas nas Equações [1] à [7], também são variáveis aleatórias, pois são funções das variáveis aleatórias apresentadas na Tabela [1].

4.3 Superfícies de resposta

Aos resultados do índice de confiabilidade do sistema aplicou-se o método de Newton-Cotes utilizando-se a interpolação polinomial de Lagrange para gerar superfícies de resposta em termos de índice de confiabilidade do sistema em série. As funções aproximadoras utilizando-se a interpolação polinomial de Lagrange para o caso bidimensional são dadas por:

$$\phi \beta_{sist_{k_q}}(\gamma_g, \gamma_q) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m L_i(\gamma_g) L_j(\gamma_q) \beta_{sist_{k_q}}(\gamma_{g_i}, \gamma_{q_j}) \quad (38)$$

$$L_i(\gamma_g) = \frac{(\gamma_g - \gamma_{g_1})(\gamma_g - \gamma_{g_2}) \cdots (\gamma_g - \gamma_{g_{i-1}}) \cdots (\gamma_g - \gamma_{g_{i+1}}) \cdots (\gamma_g - \gamma_{g_n})}{(\gamma_{g_i} - \gamma_{g_1})(\gamma_{g_i} - \gamma_{g_2}) \cdots (\gamma_{g_i} - \gamma_{g_{i-1}}) \cdots (\gamma_{g_i} - \gamma_{g_{i+1}}) \cdots (\gamma_{g_i} - \gamma_{g_n})} \quad (39)$$

$$L_j(\gamma_q) = \frac{(\gamma_q - \gamma_{q_1})(\gamma_q - \gamma_{q_2}) \cdots (\gamma_q - \gamma_{q_{j-1}}) \cdots (\gamma_q - \gamma_{q_{j+1}}) \cdots (\gamma_q - \gamma_{q_n})}{(\gamma_{q_j} - \gamma_{q_1})(\gamma_{q_j} - \gamma_{q_2}) \cdots (\gamma_{q_j} - \gamma_{q_{j-1}}) \cdots (\gamma_{q_j} - \gamma_{q_{j+1}}) \cdots (\gamma_{q_j} - \gamma_{q_n})} \quad (40)$$

onde

$\phi \beta_{sist_{k_q}}(\gamma_g, \gamma_q)$ superfície de resposta em termo de índice de confiabilidade do sistema relacionada aos coeficientes

parciais de segurança γ_g e γ_q , referente a uma determinada razão de carga variável k_q ;

$L_i(\gamma_g)$ polinômio de Lagrange definido em função dos coeficientes parciais de segurança aplicados às ações permanentes γ_g , sendo nesse exemplo $i = 1 \dots 9$;

$L_j(\gamma_q)$ polinômio de Lagrange definido a partir dos coeficientes parciais de segurança aplicados às ações variáveis γ_q , sendo nesse exemplo $j = 1 \dots 9$;

$\beta_{sist_{k_q}}(\gamma_g, \gamma_q)$ índice de confiabilidade do sistema obtido a partir dos coeficientes parciais de segurança γ_g e γ_q , referente a uma determinada razão de carga variável k_q .

Nas Equações [39] e [40] γ_{g_1} à γ_{g_n} e γ_{q_1} à γ_{q_n} assumem os valores definidos no item 4.1. As superfícies de resposta possibilitam a obtenção dos índices de confiabilidade para valores de γ_g e γ_q diferentes dos definidos no item 4.1.

4.4 Calibração dos coeficientes parciais de segurança

Para a calibração dos coeficientes parciais de segurança aplicados às solicitações fez-se necessária a definição das frequências relativas de carregamento w_{k_q} , referente à todos os percentuais de carga variável k_q . Segundo Souza [3] e Pantoja [9] os percentuais de carga variável mais frequentes são 40%, 50% e 60%. Assim no estudo realizado as frequências relativas de carregamento w_{k_q} , referentes a todos os percentuais de carga variável, foram representadas por uma função de densidade de probabilidade normal com média $\mu = 0,5$ e desvio padrão $\sigma = 0,12$, conforme adotado por Souza [3] e Pantoja [9]. A Figura [7] apresenta a função de densidade de probabilidade da frequência do carregamento variável, e a Tabela [2] apresenta a frequência relativa do carregamento variável.

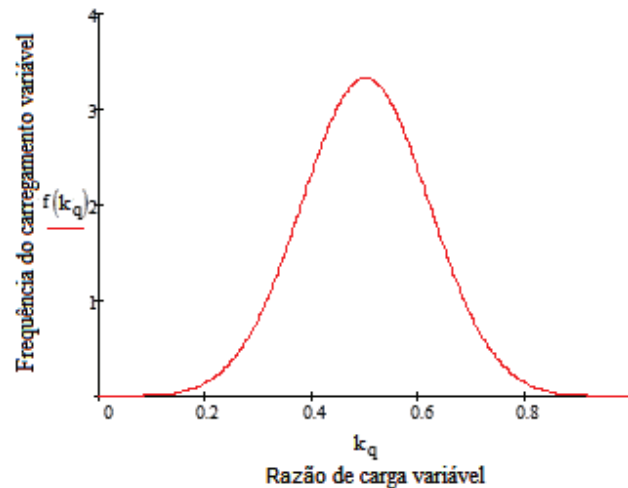


Figura 7 Função de densidade de probabilidade da frequência de carregamento variável

Tabela 2 Frequência relativa do carregamento variável

k_q	w_{k_q}	k_q	w_{k_q}	k_q	w_{k_q}
0,1	0,001285	0,4	0,235	0,7	0,083
0,2	0,015	0,5	0,332	0,8	0,015
0,3	0,083	0,6	0,235	0,9	0,001285

A calibração dos coeficientes parciais de segurança aplicados às solicitações é definida a partir de um problema de otimização. Esses coeficientes são calibrados de tal forma que os índices de confiabilidade do sistema em série se apresentem o mais próximo possível do índice de confiabilidade de referência $\beta_r = 3,8$. O problema de otimização é expresso por:

$$\min W(\gamma_g, \gamma_q) = \sum_{i=1}^9 W_{k_{q_i}} \left(\phi \beta_{\text{sis}_{k_{q_i}}} (\gamma_{g_j}, \gamma_{q_k}) - \beta_r \right)^2 \quad (41)$$

onde

$W(\gamma_g, \gamma_q)$ superfície de erro obtida em função dos fatores parciais de segurança;

$w_{k_{q_i}}$ fator de frequência do carregamento variável, conforme a Tabela [2].

O valor mínimo da Equação [41] foi obtido testando-se valores para os coeficientes parciais de segurança aplicados às solicitações. Os valores testados foram considerados pertencentes aos intervalos $1,1 \leq \gamma_g \leq 1,9$ e $1,1 \leq \gamma_q \leq 1,9$, variando-se cada valor de 0,01.

A aplicação da Equação [41] possibilita encontrar o par (γ_g, γ_q) que minimiza o erro para cada uma das dimensões a . Com o objetivo de se encontrar o par (γ_g, γ_q) que minimizasse o erro para qualquer das dimensões a estudadas, criou-se a Equação [42], considerando que todas as dimensões a possuem a mesma probabilidade de ocorrência (1/6). Cada p diz respeito a uma das dimensões a estudadas.

$$\min W(\gamma_g, \gamma_q) = \sum_{p=1}^6 \left[\frac{1}{6} \sum_{i=1}^9 W_{k_{q_i}} \left(\phi \beta_{\text{sis}_{k_{q_i}}} (\gamma_{g_j}, \gamma_{q_k}) - \beta_r \right)^2 \right]_p \quad (42)$$

4.5 Análise de sensibilidade

Após os cálculos dos coeficientes parciais de segurança γ_g e γ_q que minimizaram o erro, dado pela Equação [42], realizou-se a análise de sensibilidade, objetivando avaliar o fator de importância I_k das variáveis aleatórias k envolvidas. Para tanto foi realizado o dimensionamento semiprobabilístico, considerando-se os coeficientes parciais de segurança γ_g e γ_q encontrados para todos os percentuais de carga variável e vãos considerados.

Para tal, fez-se necessário, por meio da Equação [30], obter-se o vetor unitário normal α_k perpendicular à cada superfície de falha. Uma nova análise de confiabilidade para todos os casos até então abordados foi conduzida. O fator de importância I_k de cada variável aleatória k envolvida na análise de confiabilidade indica a importância relativa de cada variável no valor final da probabilidade de falha, sendo dado por

$$I_k = \alpha_k^2 \quad (43)$$

Para se obter o grau de importância $I_{k,r}$ que expressasse de forma geral a importância de cada variável aleatória considerando-se o sistema de falha e ainda todos os seis vãos e nove percentuais de carga variável k_{q_i} , tem-se

$$I_{k,r} = \left[\frac{1}{6} \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^9 W_{k_{q_i}, j} * I_{i,j,k} \right] / \left[\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{6} \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^9 W_{k_{q_i}, j} * I_{i,j,k} \right] \quad (44)$$

5 Resultados

Em todos os casos estudados o sistema de falha foi governado pela função de falha G_1 , associada ao escoamento da armadura longitudinal.

Foram obtidas 54 superfícies de resposta, considerando-se as seis dimensões a para nove razões de carga variável k_q . Em todos os casos estudados as superfícies de resposta apresentam variações moderadas no índice de confiabilidade. Essa constatação deve-se ao fato da transformação da área de aço calculada em bitolas comerciais. Tal transformação muitas vezes ocasionou em uma mudança no número de camadas de armaduras e na posição do centro de gravidade das mesmas, alterando a geometria do modelo teórico. As superfícies de resposta mostraram que quanto maiores são os valores dos coeficientes parciais de segurança maiores são os índices de confiabilidade do sistema obtido.

Os resultados para o mínimo da Equação [41], assim como os valores dos coeficientes parciais de segurança aplicados às solicitações que conduziram a esse valor mínimo, para cada dimensão a , estão apresentados na Tabela [3]. Também na Tabela [3] são apresentadas a variação percentual dos valores encontrados em relação aos valores normativos: NBR 6118 (2014) [2] ($\gamma_g = 1,4$ e $\gamma_q = 1,4$) ACI 318 (2014) [10] ($\gamma_g = 1,2$ e $\gamma_q = 1,6$) e EUROCODE 2 (1992) [11] ($\gamma_g = 1,35$ e $\gamma_q = 1,5$).

Tabela 3 Coeficientes parciais de segurança calibrados, erro mínimo e variação percentual em relação aos valores normativos

a (cm)	min $W(\gamma_g, \gamma_q)$	γ_g	γ_q	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)		EUROCODE 2 (1992)	
				$\Delta\gamma_g$ (%)	$\Delta\gamma_q$ (%)	$\Delta\gamma_g$ (%)	$\Delta\gamma_q$ (%)	$\Delta\gamma_g$ (%)	$\Delta\gamma_q$ (%)
25	0,005972	1,54	1,71	10,0%	22,1%	28,3%	6,9%	14,1%	14,0%
30	0,001335	1,53	1,78	9,3%	27,1%	27,5%	11,3%	13,3%	18,7%
35	0,003853	1,55	1,71	10,7%	22,1%	29,2%	6,9%	14,8%	14,0%
40	0,004969	1,75	1,64	25,0%	17,1%	45,8%	2,5%	29,6%	9,3%
45	0,002213	1,46	1,9	4,3%	35,7%	21,7%	18,8%	8,1%	26,7%
50	0,003237	1,46	1,9	4,3%	35,7%	21,7%	18,8%	8,1%	26,7%

Ressalta-se que a existência de não conformidade nos valores obtidos para os referidos coeficientes parciais de segurança inerentes a $a = 40$ cm é justificada pelo fato da transformação da área de aço calculada em bitolas comerciais.

Aplicando-se a Equação [42] obteve-se o par de coeficientes parciais de segurança ($\gamma_g = 1,51$, $\gamma_q = 1,77$) que minimizou o erro para qualquer

das dimensões a estudadas. A Figura [8] apresenta a superfície de erro obtida aplicando-se a Equação [42].

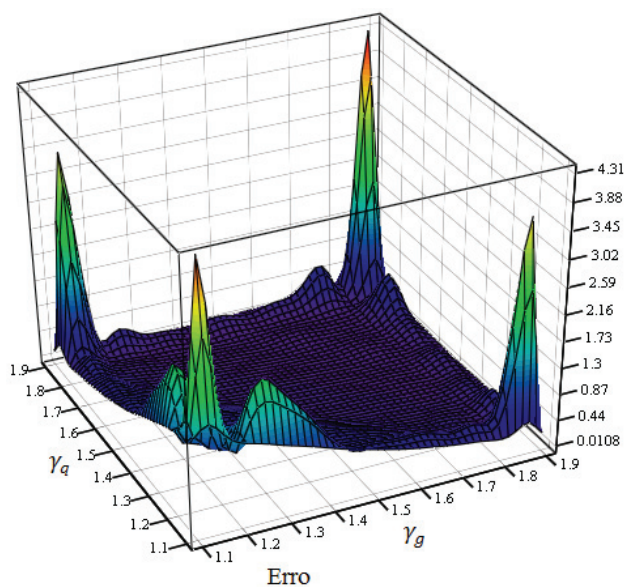


Figura 8 Superfície de erro

Após a obtenção dos coeficientes parciais de segurança calibrados ($\gamma_g = 1,51$, $\gamma_q = 1,77$), realizou-se a análise de sensibilidade mediante o procedimento descrito no item 4.5. Aplicando-se a Equação [44] obteve-se os fatores de importância para cada uma das variáveis aleatórias envolvidas, Figura [9].

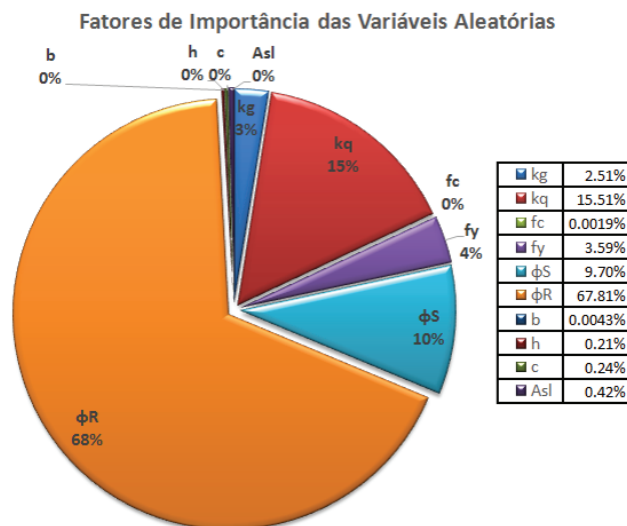


Figura 9 Fatores de importância das variáveis aleatórias

Verifica-se que o fator de modelagem aplicado às resistências apresentou maior fator de importância 68%, seguido da solicitação variável 15% e do fator de modelagem aplicado às solicitações 10%, respectivamente. Os demais fatores não se mostraram relevantes para o condicionamento da falha.

Salienta-se que neste trabalho o método FORM foi utilizado ao invés de métodos mais adequados às funções de falha que apresentam grande não linearidade, como o método SORM ou Monte Carlo. Essa decisão foi tomada devido ao alto custo computacional necessário à execução de tais métodos. Os autores estudaram a possibilidade da não consideração de algumas funções de falha, que apresentaram β muito maiores que o β que governou o sistema de falha, de modo a reduzir o custo computacional e assim ser possível aplicar o método SORM. Entretanto, as funções de falha que apresentaram β elevados não se comportaram assim em todos os 4374 casos considerados, sendo necessária a análise dos β envolvidos em cada um dos casos. Assim a aplicação do método SORM foi descartada.

6 Conclusões

O estudo de sensibilidade mostra expressiva importância do fator de modelagem de resistência ϕ_R e da carga variável k_q , dado ao fato do valor adotado para os seus coeficientes de variação. Destaca-se que, em consequência da relevância atribuída à carga variável k_q , a introdução de maiores coeficientes parciais de segurança k_q asseguram ao sistema maiores valores do índice de confiabilidade, assim como, o acréscimo da mesma conduz a uma diminuição generalizada da segurança do sistema.

A Tabela [3] ilustra os coeficientes parciais de segurança a serem aplicados às solicitações permanentes e variáveis, calibrados segundo as dimensões de a e razões de carga variável k_q , com o propósito de atender a uma maior convergência em relação ao índice de confiabilidade de referência $\beta_r = 3,8$. Os valores obtidos para os coeficientes parciais de segurança k_g e k_q demonstram, respectivamente, tendência de decréscimo e acréscimo em relação a dimensão a e a razão de carga variável k_q .

Destaca-se que, os valores utilizados para o dimensionamento semiprobabilístico adotados pelas referências bibliográficas NBR 6118 (2014) [2]; ACI 318 (2014) [10] e EUROCODE 2 (1992) [11], k_g e k_q , assim como os valores obtidos neste estudo não diferem significativamente, ressaltando, no entanto, a necessidade e a relevância desta pesquisa com o propósito de aprimorar o estado da arte da mesma.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal Fluminense (UFF) por meio de seu programa de pós-graduação em engenharia civil, ao Professor Luiz Eloy Vaz (in memoriam) e ao CNPq e CAPES.

Referências

- [1] OLIVEIRA, E.P. – “Análise de Confiabilidade de Modelo de Bielas e Tirantes: Vigas Curtas de Concreto Armado” – Tese de Doutorado (Universidade Federal Fluminense). Niterói, 2016.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos: NBR 6118. Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

- [3] SOUZA, O.L.C. – “Aplicação da Teoria da Confiabilidade às Vigas de Concreto Armado Reforçadas à Torção com Compósito de Fibras de Carbono”. Tese de Doutorado (Universidade Federal Fluminense). Niterói, 2011.
- [4] International Federation for Structural Concrete – “fib Bulletin No. 61: Design examples for strut-and-tie models”. 2011.
- [5] HASOFER, A.M.; LIND, N.C. – Exact and Invariant Second Moment Code Format, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 100, No EM1, pp. 111-121, 1974.
- [6] RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. – Structural Reliability under Random Load Sequences, Computers and Structures, vol. 9, No 5, pp. 484-494, 1978.
- [7] HALDAR, A; MAHADEVAN, S. – Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis. John Wiley & Sons, 2000.
- [8] Joint Committee On Structural Safety – “JCSS: Probabilistic Model Code”, 2001.
- [9] PANTOJA, J.C. – “Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes” – Tese de Doutorado (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro). Rio de Janeiro, 2012.
- [10] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – “ACI 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete”, 2014.
- [11] EUROCODE 2 – “Design of Concrete Structures”, 1992.
- [12] ROBERT, E. MELCHERS; ANDRE, T. BECK – “Structural Reliability Analysis and Prediction”, 3rd Edition”. New York, Wiley, 2018.