## Avaliação do comportamento em serviço com modelos de campos de tensões contínuos

Evaluation of service behaviour with continuous stress field models

Miguel Ferreira João Almeida Miguel Lourenço

#### Resumo

Os modelos de campos de tensões contínuos incluem intrinsecamente as relações de compatibilidade, permitindo alargar o uso destes modelos para a avaliação da respetiva ductilidade. A introdução dos efeitos da resistência à tração do betão e da aderência entre o betão e o aço permite simular os efeitos da contribuição do betão entre fendas (*tension stiffening*) e assim estudar o comportamento em serviço das estruturas.

Apresenta-se uma formulação que modela o *Tension Chord Model* empregando explicitamente as três componentes, aço, betão e aderência combinados num elemento finito. Deste modo, pode-se obter quer as soluções de fissuração estabilizadas, quer de fissuração localizada.

Apresentam-se exemplos de aplicação em tirantes de betão armado sujeitos a força aplicada, deformação imposta e retração do betão, comprovando a adequabilidade da metodologia a casos conhecidos. Seguidamente, avalia-se o comportamento de vigas-paredes em comparação com os resultados obtidos em ensaios laboratoriais.

#### Abstract

Since a continuous stress field model includes the compatibility relationships, it predicts the structure ductility. Including the concrete's tensile strength and the bond between the concrete and the steel, it is possible to simulate the contribution of the concrete between cracks (tension stiffening) and thus evaluate the in-service behaviour.

We present a formulation that models the Tension Chord Model explicitly employing the three components, steel, concrete and bond combined in a finite element. With this model, both stabilized and localized cracking solutions can be obtained.

Examples of application in reinforced concrete ties subjected to applied force, imposed deformation and concrete shrinkage are presented, proving the suitability of the methodology for known cases. Then, the behaviour of the deep beams is evaluated in comparison with the results obtained in laboratory tests.

Palavras-chave: Betão Estrutural / Modelos de campos de tensões contínuos / / Comportamento em serviço Keywords: Structural Concrete / Continuous stress field models / In-service behaviour

#### Miguel Ferreira

Grupo NOV Leiria, Portugal miguelpedrosaferreira@gmail.com

#### João Almeida

CERIS, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa jalmeida@civil.ist.utl.pt

#### Miguel Lourenço

JSJ Consultoria e Projectos de Engenharia Lisboa mlourenco@jsj.pt

#### Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

#### Legal notice

The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.

FERREIRA, M. [*et al.*] – Avaliação do comportamento em serviço com modelos de campos de tensões contínuos. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 18. ISSN 2183-8488. (março 2022) 65-72.

## 1 Introdução

O betão armado é um material composto, em que se combinam as vantagens relacionadas com a elevada resistência à compressão e a moldabilidade do betão, com a resistência à tração dos varões de aço que são colocados no interior daquele. No entanto, como a resistência à tração do betão é reduzida e, quando excedida, origina fissuras no betão é necessário que os dois materiais possam desenvolver tensões entre si para que o conjunto possa responder como desejado.

Para a verificação da segurança aos estados limites últimos não se considera em geral a resistência à tração do betão, enquanto que na avaliação do comportamento em serviço esta não deve ser desprezada, porque influencia a retenção das tensões por parte do betão, alterando a rigidez relativa e, por conseguinte, a distribuição de tensões no elemento.

A fissuração, ao reduzir a rigidez, contribui para o aumento da deformação e pode acelerar o processo de degradação das estruturas. O controlo da abertura das fissuras é importante para garantir um bom desempenho da estrutura, tornando necessário uma forma eficaz de fazer essa estimativa, em particular, para regiões não correntes de betão estrutural.

Os princípios de funcionamento de um tirante de betão foram explicados através do desenvolvimento do *Tension Chord Model* por Marti *et. al.* [1], em que se simplifica a equação diferencial que rege o caso composto assumindo um valor constante para a aderência. O referido modelo permite analisar casos simples ou complexos, sendo particularmente indicado para entender a formação das fissuras e suas consequências ao nível das tensões na armadura.

Uma versão simplificada desse modelo, em que se fixa a distância média entre fissuras, com base no seu valor máximo, é apresentada no MC2010[2] e representada na Figura 1. Este modelo foi usado para comparar com os resultados obtidos pela formulação apresentada.





Os casos de fissuração única (não estabilizada), que podem ocorrer na presença de baixos rácios de armadura, mas em que a estrutura tem possibilidade de redistribuir internamente as tensões, devem ser igualmente tratados de forma simples, verificando-se que a metodologia proposta permite simular este efeito diretamente na formulação, sem recorrer a alterações das relações constitutivas dos materiais.

Apresenta-se um elemento finito que simula o *Tension Chord Model*, modelando explicitamente as três componentes: aço, betão e aderência. Desta forma, a relação esforço axial-extensão média é um *output*, e não um dado que é calculado previamente para ser introduzido no modelo. O elemento proposto permite obter estimativas de abertura de fissuras e uma distribuição de rigidez mais próxima da que ocorre num ensaio. Por outro lado, ao considerar individualizadas as componentes aço e betão, ajusta-se bem quer para avaliação dos ELU, em que se limita a resistência máxima pela cedência das armaduras, quer para avaliar o comportamento em serviço da estrutura.

O elemento desenvolvido é apresentado e aplicado a um tirante para ilustrar os resultados obtidos através do software EvalS[3], onde foi implementado o referido elemento. Apresenta-se ainda a comparação com resultados de ensaios em vigas parede.

#### 2 Elemento armadura

O elemento finito de *n* nós[4], para simulação da armadura sujeita unicamente a esforço axial, pode ser usado em diferentes formatos, conforme ilustrado na Figura 2, nomeadamente apenas elementos de aço (a); aço com aderência (b) ou aço com betão e aderência (c). Este último formato inclui os componentes necessários para simular o *Tension Chord Model*.



c) 
$$\frac{j-1}{n+j-1} + j + 1$$
 s  
 $\frac{j-1}{n+j-1} + j + 1$  c

Figura 2 Elemento de armadura com n nós aplicado em diferentes versões: a) apenas aço; b) aço e aderência; e c) aço (s) + aderência (b) + betão (c)

O comportamento não linear dos materiais pode ser resumido em:

Aço 
$$\sigma_{s,j} = \min(-f_y; \max(E_s \cdot \varepsilon_{s,j}; f_y)), \text{ em que } \varepsilon_{s,j} = = (d_{j+1} - d_j) / (x_{j+1} - x_j)$$

Aderência  $\tau_{b,j} = min \left(-f_b \alpha_y; max \left(K \cdot \Delta d_j; f_b \alpha_y\right)\right)$ , em que  $\Delta d_j = d_{n+j} - d_j$ 

Betão  $\sigma_{sj} = \text{se} \left(0 \le \varepsilon_{c,j} - \varepsilon_{c,0} \le f_j \cdot \varepsilon_{ct} e \alpha_c = 1; E_c \cdot \varepsilon_{c,j} \cdot \text{se não } 0\right),$ em que  $\varepsilon_{c,j} = \left(d_{n+j+1} - d_{n+j}\right) / (x_{j+1} - x_j);$  Caso o elemento atinja a fissuração  $\alpha_c = 0$ 

O deslocamento do nó k está representado por  $d_{\mu}$ . A extensão inicial do betão,  $\varepsilon_{co}$ , pode representar a retração. O comportamento do betão além de ser não linear, apenas tem resposta à tração, é plástico, dado que após a fissuração o valor de  $\alpha_{2}$  muda de 1 para 0. O comportamento da aderência é do tipo elasto-plástico com uma rigidez inicial muito elevada, K, e um valor limite  $f_{h}$ . O fator  $\alpha_{v}$  indica se o aço está em regime elástico ( $\alpha_v = 1$ ) ou em cedência ( $\alpha_v = 0.5$ ). Para que o elemento consiga obter uma fissuração discreta é importante introduzir uma variabilidade na resistência à tração do betão. Este efeito pode ser obtido multiplicando a resistência à tração associada a cada subelemento por um fator  $f_{\rm s}$  como o apresentado na Figura 3 ( $f_{cti} = f_i \times f_{ct}$ ). Deste modo, existe uma zona na qual se inicia a fissuração para os casos de esforço axial constante. Igualmente importante é usar uma discretização fina, pelo menos 4 elementos entre cada fissura para que o efeito de retenção de tensões seja bem captado. Acresce ainda que os patamares de incremento de carga sejam pequenos para fissurar apenas um elemento em vez de vários numa mesma zona.

Este elemento finito permite calcular a força de aderência de uma forma maisdireta porque toda a informação está no mesmo elemento finito. Esta modelação explícita da aderência permite simular zonas onde a insuficiência de amarração pode condicionar a capacidade resistente da estrutura e também, pelas suas caraterísticas, permite uma boa simulação de zonas de fissuras únicas.



Distância relativa desde início do elemento s=x/L



#### 3 Comportamento de um tirante

Para ilustrar a capacidade de simulação deste elemento finito apresenta-se as respostas de um tirante submetido às situações de força aplicada; deformação imposta e retração.

A resposta de um tirante de betão armado tem caraterísticas próprias que dependem do rácio de armadura,  $\rho = A_s/A_c$ , da quantidade de armadura mínima em tração,  $\rho_{min} = f_{ct}/f_y$ , e do tipo de ação imposta. Estudaram-se três rácios de armadura para melhor comparar o seu efeito. Os dados do tirante analisado, com um comprimento de 2 m e subelementos com 5 cm, são:

Tabela 1	Dados	geométricos	e materiais	do	tirante	estudado
Tabela T		geometricos	e materiais	uυ	liance	estudado

	Área	Módulo de elasticidade	Resistência
Betão	150 cm <sup>2</sup>	30 GPa	$f_{ct} = 3 \text{ MPa}$ $f_i \in [0,8; 1,2]$
Aço	ho = 0,25% ho = 0,75\% ho = 1,50\%	200 GPa	$f_y = 500 \text{ MPa}$
Aderência		200 GPa/mm	$f_b = 6 \text{ MPa}$

#### 3.1 Força aplicada

O caso com maior rácio de armadura evidencia melhor o comportamento típico esperado para o tirante. O primeiro troço com comportamento conjunto betão e aço até à fissuração; seguese a abertura de novas fissuras até à sua estabilização, guando a distância entre fissuras é menor que a distância mínima entre fissuras consecutivas; o troço seguinte tem essencialmente a mesma rigidez que o aço isolado (Estado II) até atingir a cedência do aço, ver Figura 4.

Neste caso, como se constata na figura referida, o parâmetro usado pelo MC2010 para definir o espaçamento médio entre fissuras é muito semelhante ao obtido pelo modelo com a distribuição de variação de resistência à tração utilizada.



Figura 4 Esforço axial-extensão média do tirante para  $\rho = 1,5\%$ e com sujeito a força aplicada

Com rácios de armadura inferiores os trocos não são tão definidos. No caso de rácio inferior à armadura mínima, a força apenas aumenta até ao nível de fissuração e o tirante entra em rotura porque essa força de fissuração é superior à capacidade resistente das armaduras.

O uso de um elemento finito com as caraterísticas apresentadas na secção anterior permite saber a distribuição do esforço axial através das suas componentes: betão e aço, tal como representado na Figura 6. A distribuição da extensão pelos elementos betão e aço (Figura 7) permite igualmente identificar a presença de fissuras, pelo elevado valor da extensão no betão, e a variação existente nos elementos de aço. A diminuição do comprimento de cada subelemento permite suavizar as curvas obtidas embora com um custo computacional elevado no caso da análise global de uma estrutura.







e (ii) aço (distribuição quase uniforme a verde)

#### 3.2 Deformação imposta extrínseca

No caso de deformação imposta global, considerada com a movimentação de um apoio fixo, as curvas são semelhantes às anteriores, mas com o decaimento próprio após a ocorrência da fissuração.

No gráfico da Figura 8, as curvas têm as mesmas envolventes que os da Figura 4. No caso do tirante com 0,25% a força necessária para aumentar a extensão do tirante corresponde a forca máxima suportada pela armadura na zona fissurada. Após a fissuração a rigidez cai bruscamente porque passa a existir um elemento de ligação muito flexível entre dois blocos com a rigidez semelhante à original. Ao continuar a impor a deformação e após atingir a forca de cedência, toda a deformação é concentrada na deformação do elemento de aço.

Na Figura 9 mostram-se as tensões na primeira fissura aberta no tirante e corresponde ao andamento do esforco axial apresentado anteriormente. O limite da tensão de cedência para o qual convergem as três curvas corresponde ao máximo que o material suporta.

Na parte final da curva do tirante com 1,5% aparece um novo

decaimento devido à redução da aderência entre o betão e o aço que faz diminuir a tensão no betão e, por conseguinte, reduzir o valor do esforço axial global. Esses decaimentos formam-se até que o aço fique a trabalhar praticamente sozinho.

O esforço axial é proporcional ao rácio de armadura, desse modo, é inferior em elementos com menor quantidade de armadura; no entanto, a tensão instalada nas armaduras na zona das fissuras é maior. O espaçamento entre fissuras é inversamente dependente do rácio de armaduras, por conseguinte, a retenção de tensões pelo betão aumenta para menores valores de  $\rho$ , fazendo aumentar o esforço axial global e, portanto, a tensão na armadura nas fissuras é mais elevada.

Com menor valor de  $\rho$  a extensão necessária para estabilizar a armadura aumenta e a abertura de fissura no caso de  $\rho = 0.75\%$  parece ser quase constante, enquanto no caso  $\rho = 1.5\%$ , após a estabilização de abertura de fissuras, o valor da abertura aumenta.

Como no caso de  $\rho$  = 0,25%, abre apenas uma fissura, esta acomoda praticamente toda a deformação imposta. O eixo vertical do gráfico da Figura 10 apresenta o valor máximo de 1mm para permitir a leitura dos valores dos dois tirantes com armadura superior à mínima.





Figura 8 Curvas esforço axial - extensão média de tirantes com diferentes rácios de armadura sujeitos a deformação imposta



Figura 9 Tensões na armadura num subelemento fissurado quando os tirantes são sujeitos a deformação imposta





# 3.3 Deformação imposta intrínseca – Retração restringida

Um tirante restringido sujeito à retração do betão aumenta a força axial instalada no betão sem introduzir tensões no aço até ser atingida a primeira fissura. Ao fissurar a rigidez baixa e existe a transferência de tensões para a armadura. Com a abertura de novas fissuras a rigidez e a força global continuam a baixar porque o comprimento dos troços onde está restringida a retração diminui. Este efeito pode ser observado no gráfico da Figura 11.

Apesar dos valores correntes da extensão de retração serem muito inferiores aos apresentados no gráfico e, como tal, na generalidade das situações as armaduras mínimas, devido aos efeitos da retração, deverão ser dimensionadas para o esforço axial de fendilhação para uma situação de tração pura, existem casos particulares onde poderão ocorrer extensões superiores e que poderá ser ponderado o dimensionamento das armaduras para forças inferiores.





À semelhança da deformação imposta, a tensão instalada nas armaduras em secções fissuradas aumenta com a diminuição do rácio de armadura, embora tenha uma tendência de diminuição com o aumento da retração. A evolução da abertura de fissura é similar ao descrito no caso de deformação imposta.

Salienta-se que nestes casos o esforço axial na componente de

#### Deformação imposta - Fissuração

betão é, em geral, superior à reação desenvolvida pela restrição existente. Na Figura 12, que representa a variação do esforço axial (total, no betão e no aço) para o caso de  $\rho = 0,25\%$ , este efeito é francamente visível. Neste exemplo, após a cedência do aço, a tensão de aderência baixa e alarga a zona fissurada. Quando o tirante tem vários elementos de armadura com tensão de cedência, o modelo capta a extensão pronunciada de um desses troços.



Figura 12 Esforço axial ao longo do tirante, com  $\rho$  = 0,5% sujeita retração imposta

#### 4 Comparação com ensaios experimentais

Os ensaios WT2 e WT3 em vigas parede realizados por Leonhart & Walter (citados por [5]) mostram dois casos com geometria semelhantes, mas com distribuição de armadura distinta. O vão é de 1,44 m, com uma altura de 1,6 m e armadura distribuída de 2 $\phi$ 5 // 250 mm, que é inferior à mínima para um caso de tirante à tração. No caso de WT2 a armadura inferior é de 2 ×2  $\phi$ 8, enquanto no caso WT3, o tirante é constituído por 4 ×2 $\phi$ 8, ver Figura 13.

No primeiro caso, WT2, com pouca armadura na base, a deformação na parte final do ensaio aumenta consideravelmente e existe a concentração numa fissura única central, ver Figura 17. No caso de WT3, a fissuração na base é bem distribuída, e com menor redistribuição de tensões internas, ver Figura 15.

A comparação entre os resultados numéricos e experimentais foi feita com base nos resultados de deformação a meio vão, extensão média do tirante inferior e abertura de fissura medida ao nível do tirante inferior.





Figura 14 Extensão média do tirante inferior da viga parede WT3

No caso do ensaio WT3, nota-se pela Figura 14, que a simulação apenas com aço sem a contribuição do betão conduz a valores da extensão média consideravelmente mais elevados, para o mesmo nível de força aplicada. Este tipo de simulação baixa a rigidez do tirante e faz aumentar a redistribuição interna das tensões. A consideração do efeito de retenção das tensões através da modificação da lei de comportamento do aço (referido no gráfico como *Tension Stiffening*) permite aproximar as respostas embora,



Figura 13 Geometria e armaduras dos ensaios WT2 e WT3[5]



com o elemento finito proposto haja uma melhor correspondência com os resultados do ensaio. A extensão média foi medida pela diferença de deslocamentos sobre o vão.



Figura 15 Padrão de fissuração ilustrado pelas extensões no betão na viga parede WT3

No caso da viga parede WT2, a estimativa da abertura de fissuras nos modelos em que a aderência não está explicitamente modelada, foi calculada indiretamente pelas expressões do MC2010[[2]]. Verifica--se pelo gráfico da Figura 16, que esse modelo não consegue estimar os valores após a cedência das armaduras. Por outro lado, com o elemento armadura, a abertura na primeira fissura os valores foram um pouco inferiores inicialmente e após a cedência obtém-se uma boa concordância.



Figura 16 Abertura de fissura da viga parede WT2 ao nível do tirante inferior



Figura 17 Padrão de fissuração ilustrado pela redução da capacidade resistente do betão na viga parede WT2

## 5 Conclusões

A avaliação estrutural por modelos de campos de tensões em meios contínuos, baseados em elementos finitos, pode ser expandida para avaliar o comportamento das estruturas na fase de serviço. Nesse sentido, apresentou-se um elemento finito que permite a análise do material composto betão armado. Como resultado, obtém-se uma melhor aproximação da rigidez efetiva, e das estimativas dos valores das tensões e aberturas de fissuras, mantendo-se os mesmos princípios simples da modelação com campos de tensões.

A aplicação aos casos tipificados de tirantes permite confirmar o conhecimento existente do comportamento de elementos submetidos a ações diretas e indiretas, sendo também ilustrada a aplicação numérica do modelo desenvolvido para a análise do comportamento em serviço de regiões de descontinuidade.

#### Referências

- Marti, P., Alvarez, M., Kaufmann, W., & Sigrist, V. (1998) Tension chord model for structural concrete. Structural Engineering International, 8(4), 287-298.
- [2] fib Bulletin 66 (2012) Model Code 2010 Final draft Vol. 2
- [3] EvalS (2020) Software de cálculo não linear; http://evalssoftware. blogspot.com
- [4] Ferreira, M.P. (2021) Avaliação numérica de vigas de acoplamento sujeitas a ações cíclicas através de modelos de campos de tensões; Tese de Doutoramento; Universidade de Lisboa.
- [5] Lourenço, M.S.; Almeida, J.F. (2013) Adaptive Stress Field Models: Assessment of Design Models. ACI Structural Journal, 110(1), 83.

Avaliação do comportamento em serviço com modelos de campos de tensões contínuos Miguel Ferreira, João Almeida, Miguel Lourenço