

# Análise paramétrica da rigidez de impacto em colisões entre sistemas estruturais com 1GDL com comportamento não-linear

Parametric analysis of the impact stiffness in collisions between SDOF structural systems with non-linear behavior

Pedro Folhento  
Rui Barros  
Manuel Braz-César

## Resumo

A ocorrência de impactos estruturais entre edifícios durante sismos de grande intensidade é muito comum em cidades, onde a construção de edifícios é realizada deixando espaço insuficiente entre as estruturas devido aos custos elevados dos terrenos de construção. Estas colisões são uma problemática relevante, que possui importância na investigação dos seus efeitos e consequências no comportamento dinâmico das estruturas e mitigação dos mesmos. Este estudo paramétrico considera a variação da rigidez de impacto, um parâmetro relevante nos elementos de simulação de contactos, para uma gama de valores adequados ao estudo de impactos entre edifícios. Os edifícios serão modelados como modelos de um grau de liberdade admitindo comportamento linear elástico e não-linear inelástico, através do uso de um modelo histerético. A escolha de um valor adequado para a rigidez de impacto é importante, tendo uma maior influência nas acelerações e forças de impacto e menor influência nas forças laterais.

## Abstract

The occurrence of structural impacts amid buildings during high intensity earthquakes is very common in metropolises where the buildings' construction is carried out leaving insufficient space between structures due to the high costs of land. These collisions are a relevant issue that is important in the investigation of their effects and consequences on the dynamic behavior of structures and their mitigation. This parametric study considers the variation of the impact stiffness, a relevant parameter in models simulating contacts, for a suitable range of values in the study of impacts between buildings. The buildings will be modeled using single degree of freedom models, admitting linear elastic and non-linear inelastic behavior, through the use of a hysteretic model. The choice of a suitable value for the impact stiffness is important, having a greater influence on accelerations and impact forces and less influence on lateral forces.

**Palavras-chave:** Dinâmica de estruturas / Impactos em edifícios / Modelos de contacto lineares e não lineares viscoelásticos / Comportamento histerético / Rigidez de impacto

**Keywords:** Dynamics of structures / Building pounding / Linear and non-linear viscoelastic contact models / Hysteretic behavior / Impact stiffness

## Pedro Folhento

Aluno de doutoramento  
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Porto, Portugal  
up201811645@edu.fe.up.pt

## Rui Barros

Professor Associado com Agregação  
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Porto, Portugal  
rcb@edu.fe.up.pt

## Manuel Braz-César

Professor Adjunto  
ESTIG, Instituto Politécnico de Bragança  
Bragança, Portugal  
brazcesar@ipb.pt

## Aviso legal

As opiniões manifestadas na Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

## Legal notice

*The views expressed in the Portuguese Journal of Structural Engineering are the sole responsibility of the authors.*

FOLHENTO, P., [et al.] – Análise paramétrica da rigidez de impacto em colisões entre sistemas estruturais com 1GDL com comportamento não-linear. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**. Ed. LNEC. Série III. n.º 19. ISSN 2183-8488. (julho 2022) 5-16.

## 1 Introdução

A ocorrência de impactos estruturais entre edifícios durante sismos de grande intensidade é frequente em cidades onde a construção de edifícios é realizada deixando espaço insuficiente entre as estruturas devido, nomeadamente, aos custos elevados dos terrenos de construção. A vibração fora de fase das estruturas, que no geral possuem propriedades dinâmicas diferentes, aumenta a probabilidade de colisões estruturais que poderão ter repercussões graves em termos de danos estruturais, eventualmente levando ao colapso das estruturas intervenientes.

Estas colisões são, portanto, uma problemática relevante, que possui importância não só na investigação dos seus efeitos e consequências no comportamento dinâmico global das estruturas, mas também na mitigação das mesmas.

No estudo de impactos estruturais entre edifícios, o uso de modelos de impacto (ou elementos de contacto), elementos unidimensionais compostos genericamente por uma mola e um amortecedor, é comum para o conhecimento das magnitudes das forças correspondentes ao impacto. Estes modelos são o resultado de pressupostos e simplificações do fenómeno complexo que é o de impactos, tendo como base teorias da mecânica de contacto [1].

Assim, este estudo considera uma variação paramétrica da rigidez de impacto, sendo um dos parâmetros relevantes nestes elementos de simulação de contactos referidos. A gama de valores da rigidez de impacto foi selecionada de forma a ter em conta os valores adotados em diferentes trabalhos na literatura.

Para o efeito, as estruturas dos edifícios serão modeladas usando sistemas de um grau de liberdade (1GDL) admitindo comportamento linear elástico e não-linear inelástico.

O comportamento não-linear representativo das estruturas dos edifícios será simulado usando um modelo histerético com a possibilidade de modelar fenómenos histeréticos como a degradação de rigidez e resistência e a contabilização do efeito de *pinching*.

A escolha de um valor adequado para a rigidez de impacto é importante para uma modelação mais eficaz da magnitude das forças correspondentes aos impactos estruturais entre edifícios adjacentes, solicitados por ações sísmicas, o que por sua vez conduzirá a resultados e conclusões mais realistas acerca do comportamento dinâmico das estruturas intervenientes.

Um estudo paramétrico deste parâmetro será capaz de reduzir incertezas associadas e verificar a influência deste parâmetro nas respostas dinâmicas e estruturais dos edifícios.

## 2 Modelação numérica

A Figura 1 apresenta uma representação da estrutura dos edifícios sujeitos a uma excitação sísmica, assumindo por simplificação que a massa é concentrada ao nível dos pisos e que estes são rígidos. Esta massa concentrada é sustentada por uma coluna de massa desprezável que representa as propriedades elásticas e dissipativas das estruturas tendo, portanto, uma rigidez e um amortecimento associado e equivalente aos pilares das estruturas.

Os edifícios encontram-se separados por uma distância (*Gap*), considerada igual a 3 cm e constante para as várias simulações apresentadas.

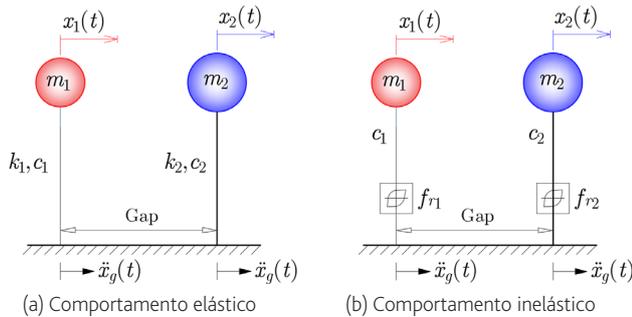


Figura 1 Sistemas de massa agrupada adjacentes com 1GDL

Foram utilizadas as propriedades dinâmicas dos edifícios, que constam nos estudos de Jankowski e Mahmoud [2], encontrando-se as mesmas apresentadas no Quadro 1. Pretende-se assim, simular as colisões entre duas estruturas com comportamentos dinâmicos muito diferentes (por exemplo, uma estrutura flexível e uma rígida).

Quadro 1 Características dinâmicas dos sistemas estruturais adotados

Propriedades estruturais e dinâmicas	Sistema flexível (Edifício 1)	Sistema rígido (Edifício 2)
Massa (kg)	$m_1 = 75000$	$m_2 = 3000 \times 10^3$
Rigidez (kN/m)	$k_1 = 2056$	$k_2 = 1,316 \times 10^6$
Período natural (s)	$T_1 = 1,2$	$T_2 = 0,3$
Constante de amortecimento (kg/s)	$c_1 = 39270$	$c_2 = 6,283 \times 10^6$
Coefficiente de amortecimento (%)	$\xi_1 = 5$	$\xi_2 = 5$

Para determinar a resposta individual de cada sistema estrutural apresentado nas referidas condições, as seguintes equações de movimento para 1GDL são utilizadas, respetivamente, considerando o comportamento elástico linear e não-linear inelástico

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -f_p(t) - m\ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + f_r[\dot{x}(t), x(t)] = -f_p(t) - m\ddot{x}_g(t) \quad (2)$$

onde  $m$ ,  $c$ , e  $k$ , são a massa, constante de amortecimento e rigidez do sistema, respetivamente;  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$ , e  $x$  são a aceleração, velocidade e deslocamento da estrutura, respetivamente; e  $\ddot{x}_g$  é a aceleração do solo devido à ação sísmica,  $f_p$  a força de impacto desenvolvida na colisão com o edifício adjacente,  $f_r$  é a força de restituição total (Equação 13).

A excitação sísmica considerada no presente estudo é a correspondente às acelerações da componente NS do sismo El Centro, CA (Sta9, Imperial Valley-02) [3], e encontra-se representada na Figura 2.

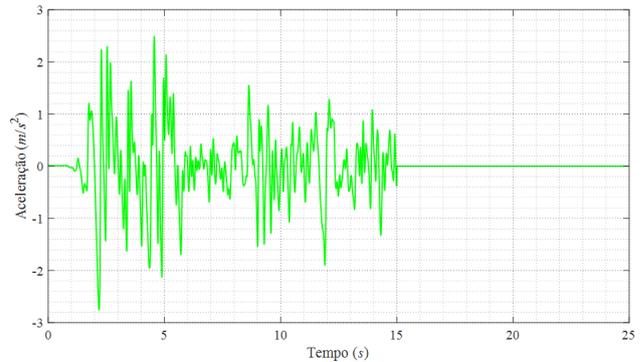


Figura 2 Aceleração sísmica considerada no presente estudo

## 2.1 Modelos de impacto adotados

Os modelos de impacto são elementos de contacto que permitem a simulação simplificada do fenómeno complexo que é o de impactos estruturais entre edifícios adjacentes sujeitos a ações sísmicas. A complexidade deste fenómeno envolve diferentes tipos de comportamentos e está associado a diversas não-linearidades, nomeadamente, relação não-linear entre a área de contacto, pressão e deformações; deformações inelásticas locais; propagação de ondas de tensão nas estruturas durante o impacto; forças tangenciais e de fricção; vibrações que resultam em efeitos térmicos e acústicos; etc.

De acordo com a teoria clássica da mecânica de contacto [1], em problemas de colisões estruturais, a propagação da onda de tensão terá uma influência significativa na distribuição de forças dentro da estrutura. No entanto, pode supor-se que as ondas de tensão irão propagar-se através das estruturas e refletidas inúmeras vezes antes de qualquer uma das estruturas entrar em repouso. Assim, o estado de tensão nas estruturas em qualquer instante pode ser considerado aproximadamente uniforme. Assim, as mudanças repentinas de tensão associadas à passagem das ondas elásticas dentro da estrutura serão pequenas em comparação com o nível de tensão global. Isto justifica o uso dos conhecidos elementos mola-amortecedor com precisão aceitável, ignorando os efeitos dinâmicos nas estruturas devido à propagação da onda e assumindo que o impacto estrutural entre os edifícios pode ser aproximadamente quasi-estático. Revelando-se aceitável caso a duração do impacto seja longa o suficiente para permitir que as ondas de tensão percorram a estrutura várias vezes. Ainda, e associado a esta simplificação, assume-se geralmente que a área de contacto é elíptica e considerada pequena em comparação com as dimensões principais dos corpos; as deformações são restritas à vizinhança do contacto; as superfícies de contacto são não conformes, lisas, contínuas e sem atrito; e as regiões de contacto devem permanecer elásticas e inalteradas após os eventos de impacto. Estas simplificações tornam a modelação das forças de impacto dependentes dos parâmetros definidores da rigidez e amortecimento de impacto.

O valor destas forças é importante para a análise e dimensionamento de estruturas solicitadas por ações dinâmicas, objetivando assim, conhecer as máximas respostas dinâmicas e esforços nos elementos estruturais dos edifícios intervinientes.

Os modelos mais básicos são o modelo linear e não-linear (ou de Hertz), compostos apenas por uma mola linear e não-linear, respetivamente. Estes modelos não possuem a capacidade de contabilizar a dissipação de energia de vibração inerente dos impactos estruturais.

Contrariamente a estes modelos existem elementos capazes de ter em conta a energia de vibração do impacto. É o exemplo do modelo de impacto linear viscoelástico, designado de Kelvin-Voigt ([4]-[6]), e o modelo não linear viscoelástico ([7], [8]). Diferentes modificações aos modelos mencionados foram propostas por investigadores, objetivando colmatar as suas limitações ou melhorar a eficácia na modelação da magnitude das forças de impacto, destacam-se, o modelo Hertzdamp [9], o modelo não-linear viscoelástico de Jankowski ([7], [8]), o modelo linear viscoelástico de Mahmoud e Jankowski ([10], [11]), a modificação ao modelo linear viscoelástico de Komodromos et al. [12], as modificações propostas por Ye et al. ([13], [14]), as modificações propostas por Naderpour et al. ([15], [16]), a modificação proposta por Khatami et al. [17], modificações propostas por Bamer et al. ([18]-[20]), etc..

Os modelos de impacto mais utilizados e que apresentam menores erros quando comparados com resultados experimentais ([2], [17]) são o modelo linear viscoelástico ou Kelvin-Voigt [6] e o modelo não-linear viscoelástico de Jankowski ([7], [8]). Assim, a variação paramétrica da rigidez de impacto será realizada considerando estes dois modelos de impacto, cujas formulações fornecem expressões analíticas desenvolvidas para determinar o valor das forças de impacto,  $f_p$ , a serem introduzidas nas equações do movimento 1 ou 2, dependendo do tipo de comportamento estrutural considerado.

Considerando o modelo de Kelvin-Voigt, a força de impacto pode ser calculada da seguinte forma

$$f_p(t) = \begin{cases} k_{imp} \delta(t) + c_{imp} \dot{\delta}(t), & \text{para } \delta(t) > 0 \\ 0 & \text{para } \delta(t) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

em que  $k_{imp}$  é a rigidez de impacto,  $\delta (= x_1 - x_2 - Gap)$  é a distância de interpenetração entre os edifícios, ditando a condição de impacto, e  $c_{imp}$  é a constante de amortecimento dada por [6].

$$c_{imp} = 2 \xi_{imp} \sqrt{k_{imp} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \quad \text{onde } \xi_{imp} = \frac{-\ln(CR)}{\sqrt{\pi^2 + [\ln(CR)]^2}} \quad (4)$$

em que  $CR$  é o coeficiente de restituição e  $\xi_{imp}$  é o coeficiente de amortecimento de impacto. Todavia, este modelo possui a desvantagem de imediatamente antes da separação dos corpos em contacto, desenvolver uma força de impacto negativa que tende a juntar os corpos em vez de naturalmente os afastar, consequência da dissipação uniforme de energia nos dois períodos de contacto (aproximação e restituição) [2]. Assim, a seguinte modificação aplica-se ao modelo referido [12].

$$f_p(t) = \begin{cases} k_{imp} \delta(t) + c_{imp} \dot{\delta}(t), & \text{para } f_p(t) > 0 \\ 0 & \text{para } f_p(t) \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

Por sua vez, o modelo não linear viscoelástico de Jankowski permite determinar a força de impacto da seguinte forma [7]

$$f_p(t) = \begin{cases} \beta_{imp} [\delta(t)]^{1.5} + c_H(t) \dot{\delta}(t), & \text{para } \delta(t) > 0, \dot{\delta}(t) > 0 \\ \beta_{imp} [\delta(t)]^{1.5}, & \text{para } \delta(t) > 0, \dot{\delta}(t) \leq 0 \\ 0, & \text{para } \delta(t) \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

onde  $\beta_{imp}$  é a rigidez de impacto não-linear e a constante de amortecimento não linear,  $c_H$ , é dada por

$$c_H(t) = 2 \xi_{imp} \sqrt{k_{imp} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \quad \text{onde } k_{imp} = \beta_{imp} \sqrt{\delta(t)} \quad (7)$$

e de entre as duas expressões analíticas do coeficiente de amortecimento de impacto calculadas em [8], a que forneceu resultados mais próximos das simulações numéricas foi a seguinte

$$\xi_{imp} = \frac{9\sqrt{5}}{2} \frac{1 - CR^2}{CR[CR(9\pi - 16) + 16]} \quad (8)$$

O coeficiente de amortecimento e a constante de amortecimento de impacto carecem da definição do valor do coeficiente de restituição que depende, nomeadamente, do material do local de impacto entre os edifícios.

Uma representação destes modelos de impacto é sugerida na Figura 3.

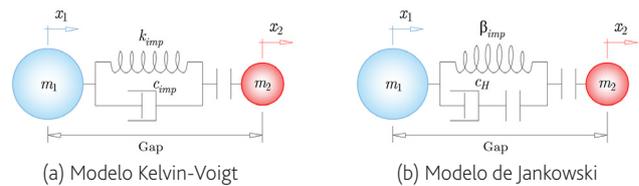


Figura 3 Modelos de impacto

Uma vez que se irá admitir um comportamento histerético representativo de uma estrutura metálica, assume-se um impacto entre estruturas de aço e, portanto, o  $CR$  pode ser sujeito a restrições (no presente caso tomar o valor entre 0,45 e 0,70) e obtido pela expressão proposta por Jankowski [2] com base em resultados experimentais,

$$CR = -0,0039 \dot{x}_{imp}^3 + 0,0440 \dot{x}_{imp}^2 - 0,18670 \dot{x}_{imp} + 0,7299 \quad (9)$$

dependendo do valor da velocidade relativa imediatamente antes do impacto,  $\dot{x}_{imp}$ .

Alguns estudos já realizados [5] referem que a rigidez de impacto deverá ser da mesma ordem de grandeza que a rigidez axial do piso mais rígido e que esta afeta principalmente as respostas das estruturas em termos de velocidades e acelerações. Os deslocamentos não são significativamente alterados face às variações deste parâmetro [5]. Referiu-se que no geral impactos entre sistemas de aço possuem valores da rigidez de impacto superiores aos de betão armado [21], e que segundo resultados experimentais envolvendo colisões

entre sistemas de betão armado a rigidez de impacto varia entre  $1,2 \times 10^9 \text{ N/m}^{3/2}$  e  $2,6 \times 10^9 \text{ N/m}^{3/2}$  (lei de Hertz) [22].

Jankowski [7] considerou, baseado em resultados experimentais do impacto entre duas torres metálicas de escala reduzida, para a rigidez de impacto no modelo linear viscoelástico o valor de  $1,40 \times 10^9 \text{ N/m}$  e para o modelo não-linear viscoelástico o valor  $9,9 \times 10^{10} \text{ N/m}^{3/2}$ , e baseado em resultados experimentais de uma esfera de aço em queda livre contra uma superfície de aço rígida, os valores de  $2,07 \times 10^7 \text{ N/m}$  e  $1,03 \times 10^{10} \text{ N/m}^{3/2}$ , respetivamente, para os modelos linear e não linear viscoelástico.

No presente estudo, a rigidez de impacto será variada entre o valor de  $1,00 \times 10^6 \text{ N/m}$  e  $1,00 \times 10^{11} \text{ N/m}$  quando se usar o modelo linear viscoelástico, e variada entre  $1,00 \times 10^6 \text{ N/m}^{3/2}$  e  $1,00 \times 10^{11} \text{ N/m}^{3/2}$  no caso do modelo não-linear viscoelástico. Serão realizadas mais de mil simulações numéricas para cada caso (uso dos dois modelos de impacto considerando os sistemas estruturais com comportamento linear elástico ou não-linear inelástico), por forma a verificar a influência deste parâmetro nas respostas de deslocamentos, velocidades, acelerações, forças de impacto, distâncias de interpenetração e forças laterais dos sistemas de 1GDL considerados.

## 2.2 Comportamento histerético

Para modelar o comportamento não-linear inelástico dos dois sistemas estruturais considera-se o uso de um modelo histerético desenvolvido por Sivaselvan e Reinhorn [23] (*smooth hysteretic model*) modificação do modelo Bouc-Wen. Este modelo possui significado físico traduzido pelo funcionamento conjunto de três molas com rigidez associadas, a rigidez linear pós-cedência,  $k_{\text{pós-cedência}}$ , a rigidez histerética,  $k_{\text{hyst}}$  e a rigidez *slip-lock*,  $k_{\text{slip-lock}}$  para simular os efeitos do pinching, perfazendo uma rigidez total,  $k_{\text{total}}$  dada pela seguinte expressão

$$k_{\text{total}} = k_L + k_{NL} = k_{\text{pós-cedência}} + \frac{k_{\text{hyst}} k_{\text{slip-lock}}}{k_{\text{hyst}} + k_{\text{slip-lock}}} \quad (10)$$

onde

$$k_{\text{hyst}} = (R_k - a) k \left\{ 1 - \left| \frac{f_r^*}{f_{r,v}^*} \right| \left[ \eta \operatorname{sgn}(f_r^* dx) + 1 - \eta \right] \right\} \quad (11)$$

$$k_{\text{slip-lock}} = \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{s}{f_{r,\sigma}^*} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{f_r^* - f_{r,m}^*}{f_{r,\sigma}^*} \right)^2 \right] \right\}^{-1} \quad (12)$$

em que  $R_k$  é um parâmetro positivo que controla a degradação de rigidez e depende de um parâmetro regulador desta degradação,  $\alpha$ ;  $f_r^*$  é a parte histerética da força de restituição;  $f_{r,v}^*$  é a parte histerética da força de cedência de restituição, que dependerá de parâmetros controladores da degradação de resistência,  $\beta_1$  e  $\beta_2$ ;  $a$  é o rácio entre a rigidez pós- e pré-cedência;  $N$  controla a suavidade da transição entre pré- e pós-cedência; a forma da descarga é controlada por  $\eta$ ;  $s$  é o comprimento do escorregamento, que depende do seu

parâmetro controlador  $R_s$ ;  $f_{r,\sigma}^*$  é a força lateral de cedência onde o escorregamento ocorre, sendo controlada pelo parâmetro  $\sigma_s$ ; e a força lateral de cedência média para cada lado a partir de onde o escorregamento ocorre,  $f_{r,m}^*$  é controlado pelo parâmetro  $\lambda_s$ . Assim, tendo em conta a equação do movimento não-linear (equação 2) e as equações 10-12 que regem o comportamento não-linear, constata-se que a força de restituição total tem a seguinte forma

$$f_r[\dot{x}(t), x(t)] = akx(t) + f_r^*(t) \quad (13)$$

O Quadro 2 apresenta os valores dos parâmetros histeréticos adotados para estruturas representativas de estruturas metálicas, tendo em conta os valores apresentados em [23].

**Quadro 2** Parâmetros definidores do comportamento histerético em estudo ( $\eta = 0,5$ ;  $N = 5$ ;  $a = 0,05$ ; força de cedência do sistema 1:  $f_{y,1} = 70 \text{ kN}$ ; força de cedência do sistema 2:  $f_{y,2} = 7000 \text{ kN}$ ; fator de ductilidade:  $\mu = 8$ )

Comportamento histerético	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\sigma_s$	$R_s$	$\lambda_s$
Degradação de rigidez e resistência e efeito de <i>pinching</i>	5	0,4	0,2	0,4	0,01	0

## 2.3 Solução numérica

Foi desenvolvido um algoritmo com recurso ao software *MATLAB* [24], considerando a fenomenologia apresentada nos pontos anteriores e traduzida pelas respetivas expressões analíticas.

Tendo em conta o sinal apresentado na Figura 2 os sistemas em estudo estão submetidos a 15 segundos do sinal sísmico, e para a resolução das equações diferenciais do movimento dinâmico recorreu-se à formulação de espaço-estado e ao método Runge Kutta de quarta ordem considerando um passo fixo de  $5 \times 10^{-4} \text{ s}$ . É importante a consideração de um passo de integração pequeno o suficiente para capturar a duração dos impactos que poderão durar cerca de 10 milissegundos. O aumento da rigidez de impacto poderá levar à necessidade de passos de integração mais pequenos, de modo a evitar erros na determinação das forças de impacto.

A formulação de espaço-estado para o caso não-linear é realizada considerando uma variável de estado local,  $z_3$ , que poderá representar a força de restituição total (parte linear elástica e não-linear inelástica) ou apenas a parte histerética [25]. Assim, tendo em conta a equação 13, a equação 2 pode ser convenientemente modificada

$$\ddot{x}(t) = -\frac{c}{m} \dot{x}(t) - \frac{ak}{m} x(t) - \frac{f_r^*(t)}{m} - \ddot{x}_g(t) = -\frac{c}{m} \dot{x}(t) - \frac{f_r(t)}{m} - \ddot{x}_g(t) \quad (14)$$

conduzindo à formulação espaço-estado

$$\begin{aligned} \dot{\underline{z}}(t) &= \begin{Bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{ak}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} f_r^*(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} f_r(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) = \underline{A} \underline{Z}(t) + \underline{E} \ddot{x}_g(t) \end{aligned} \quad (15)$$

ou

$$\dot{\underline{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{f}_r^*(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{ak}{m} & -\frac{c}{m} & -\frac{1}{m} \\ 0 & k_{NL} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ f_r^*(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (16)$$

$$\text{ou } \dot{\underline{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{f}_r^*(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{c}{m} & -\frac{1}{m} \\ 0 & ak+k_{NL} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ f_r^*(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) = \underline{A}\underline{z}(t) + \underline{E}\ddot{x}_g(t)$$

Por sua vez, e como exemplo a equação de saída das respostas para a opção apresentada na primeira expressão da equação 16 é dada por

$$\underline{y}(t) = \underline{C}\underline{z}(t) + \underline{D}U(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \\ f_r^*(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{ak}{m} & -\frac{c}{m} & -\frac{1}{m} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ f_r^*(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (17)$$

### 3 Apresentação e discussão de resultados

A Figura 4 apresenta o gráfico dos deslocamentos máximos absolutos das duas estruturas consideradas em função dos vários valores da rigidez de impacto mencionados. Os gráficos são apresentados para o comportamento elástico linear e inelástico não-linear dos sistemas estruturais e usando o modelo de impacto linear viscoelástico (Kelvin-Voigt) ou o modelo de impacto não-linear viscoelástico de Jankowski. Da mesma forma as Figuras 5 a 7 apresentam as respostas relativas às velocidades, acelerações e forças laterais, respetivamente, para os mesmos cenários em estudo.

As Figuras 8 e 9 referem-se às forças de impacto e distâncias de interpenetração máximas absolutas para cada valor da rigidez de impacto considerado e para os casos de comportamento estrutural e modelos de impacto em estudo.

Ainda, nas Figura 10 e 11 apresenta-se um exemplo das respostas no domínio do tempo, considerando o comportamento elástico e inelástico, respetivamente. Os valores da rigidez de impacto são os utilizados por Jankowski [7] no impacto entre estruturas metálicas de escala reduzida, referidos anteriormente na secção 2.1.

Verifica-se, no geral, que as respostas da estrutura flexível são mais sensíveis a variações da rigidez de impacto considerada nos dois modelos de contacto adotados, comparadas com as respostas da estrutura rígida, que se verificam constantes com a variação da rigidez de impacto.

Esta variação tem especial influência nas respostas de deslocamentos e acelerações que tendem a aumentar para valores da rigidez de impacto maiores.

Quando comparadas as respostas elásticas com as inelásticas, observa-se que as últimas possuem padrões bem definidos, sendo possível identificar imediatamente tendências claras de aumentos ou diminuições em função dos valores da rigidez de impacto.

Pelo contrário, as respostas elásticas demonstram variações que de um modo geral não definem um padrão claro, nomeadamente, nas respostas de deslocamentos e velocidades (Figuras 4 e 5, respetivamente). Isto pode ser justificado pelo facto de o comportamento elástico das estruturas sobrestimar a magnitude e o número de impactos que os edifícios experienciam durante o evento sísmico, conduzindo a uma maior variabilidade das respostas de deslocamento e velocidades, facto claramente identificável no caso da estrutura mais flexível. Enquanto que, as respostas inelásticas costumam possuir um menor número de impactos e menor magnitude. Estas respostas estão, portanto, condicionadas pelo edifício que bloqueia o movimento do edifício vizinho e vice-versa, pelo comportamento estrutural e dinâmico dos sistemas e pelo sinal sísmico considerado (apesar de não se ter considerado diferentes tipos de sinais sísmicos no presente estudo).

Pela observação dos gráficos da Figura 7, conclui-se que a rigidez de impacto tem pouca ou nenhuma influência na magnitude máxima das forças laterais, quer considerando o comportamento elástico quer o inelástico. A discrepância entre estas respostas deve-se ao comportamento dinâmico e estrutural substancialmente diferente das duas estruturas consideradas.

As forças de impacto máximas absolutas apresentadas na Figura 8 seguem a mesma tendência que as respostas em termos de acelerações, aumentam com o aumento da rigidez de impacto. Por outro lado, a distância de interpenetração diminui com o aumento da rigidez de impacto, verificando valores relativamente altos e pouco realistas para valores inferiores da rigidez de impacto.

Verifica-se que o comportamento elástico comparado com o inelástico sobrestima todas as respostas com exceção dos deslocamentos.

Dependendo do valor da rigidez de impacto escolhido, o modelo de contacto de Kelvin-Voigt tende a devolver valores da aceleração e forças de impacto máximas substancialmente superiores aos obtidos pelo modelo não-linear viscoelástico de Jankowski. Adicionalmente, para valores maiores da rigidez de impacto o modelo de Jankowski fornece valores da distância de interpenetração maiores que no caso do modelo de contacto linear viscoelástico.

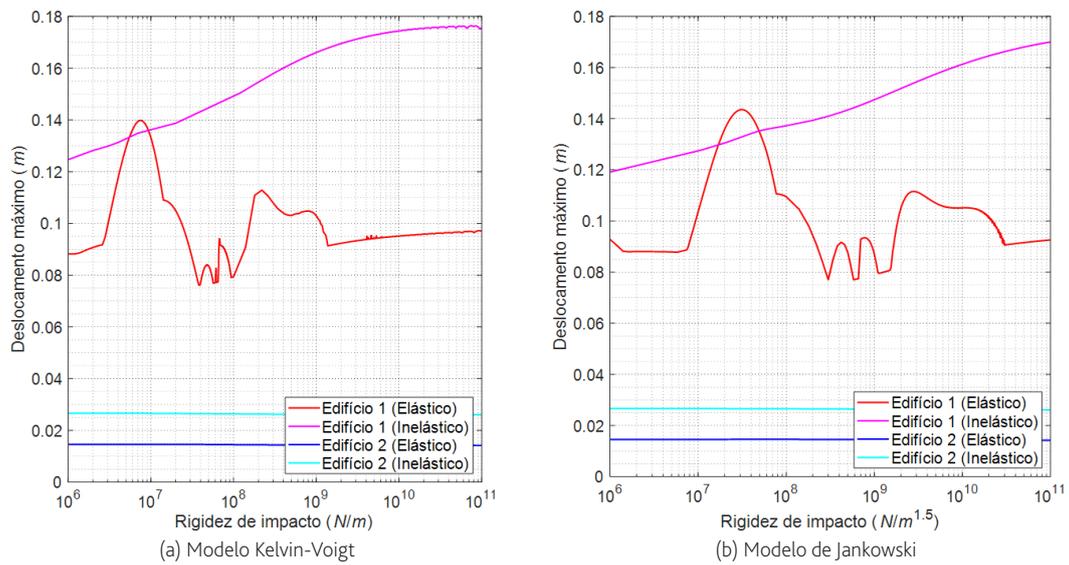


Figura 4 Deslocamentos máximos absolutos em função da rigidez de impacto

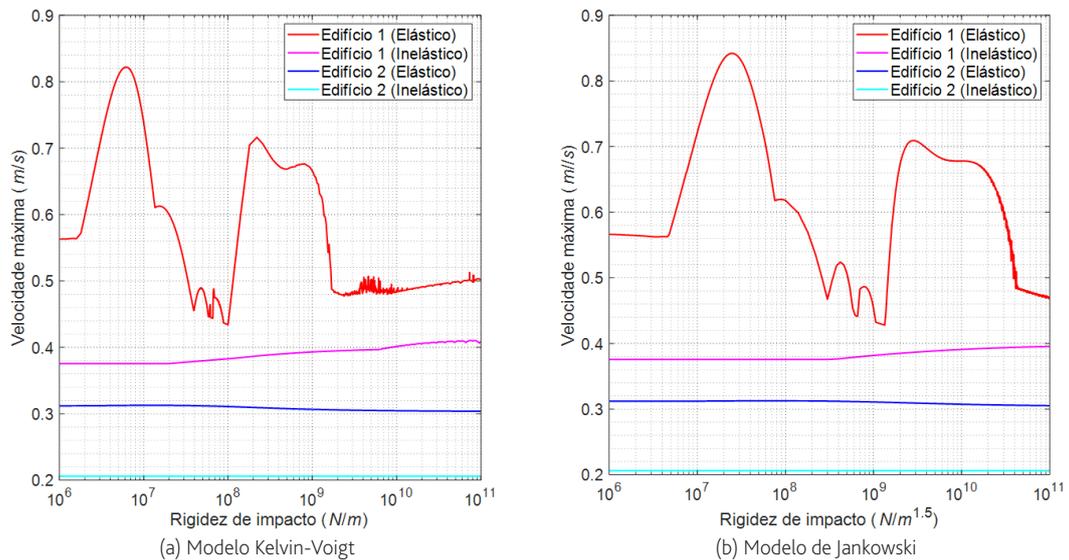


Figura 5 Velocidades máximas absolutas em função da rigidez de impacto

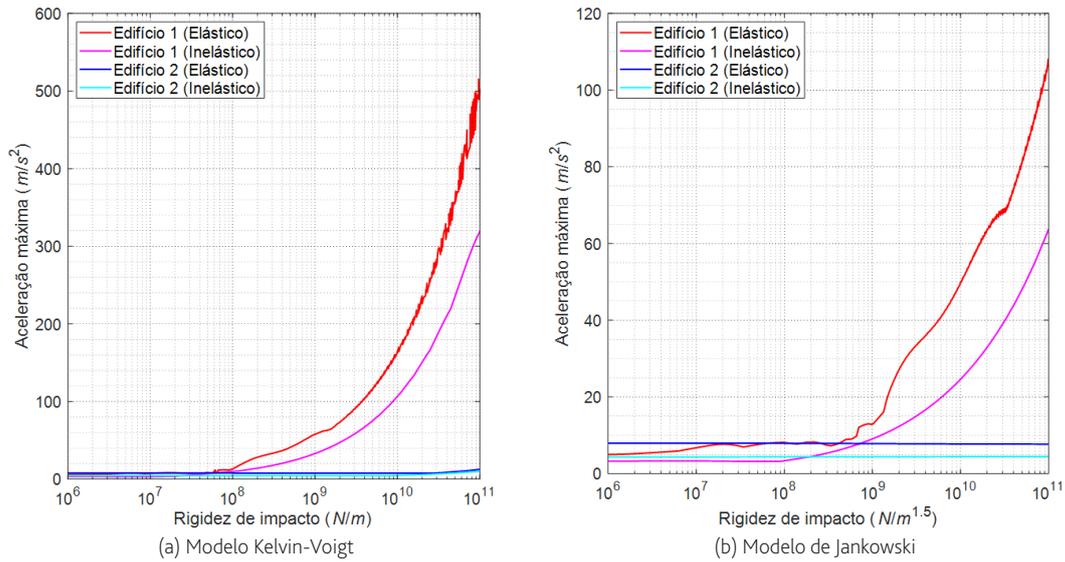


Figura 6 Acelerações máximas absolutas em função da rigidez de impacto

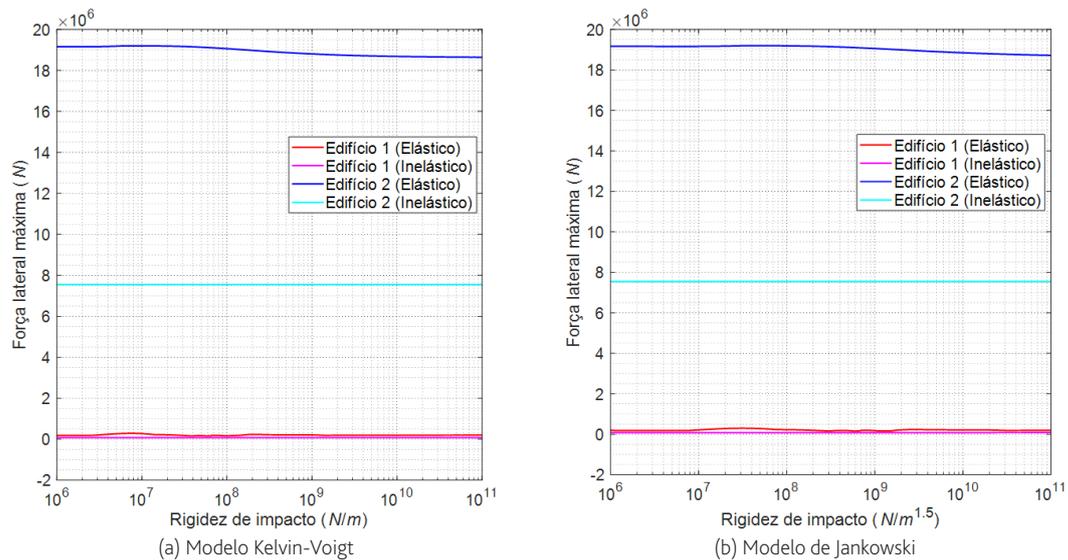


Figura 7 Forças laterais máximas absolutas em função da rigidez de impacto

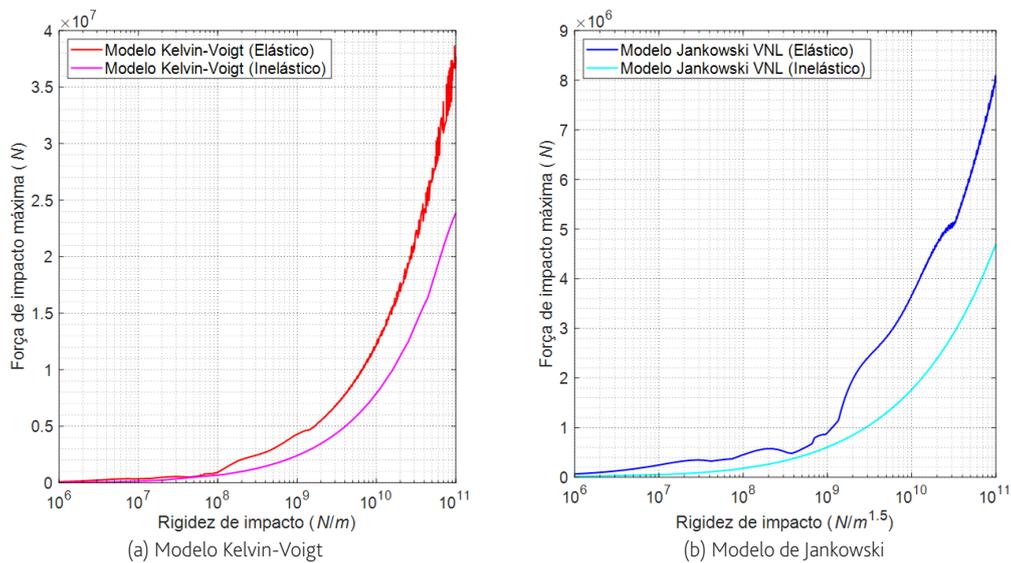


Figura 8 Forças de impacto máximas absolutas em função da rigidez de impacto

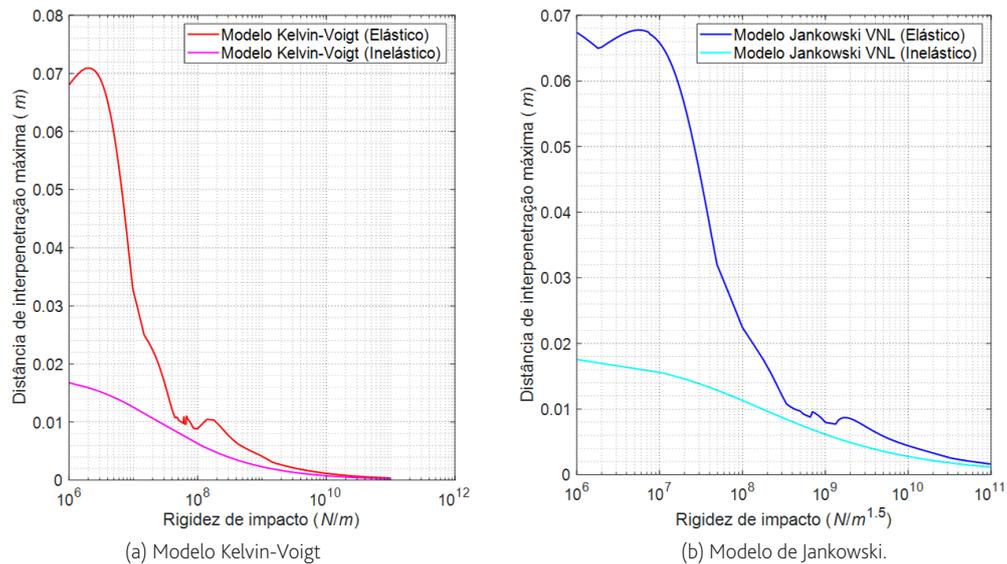


Figura 9 Distâncias de interpenetração máximas absolutas em função da rigidez de impacto

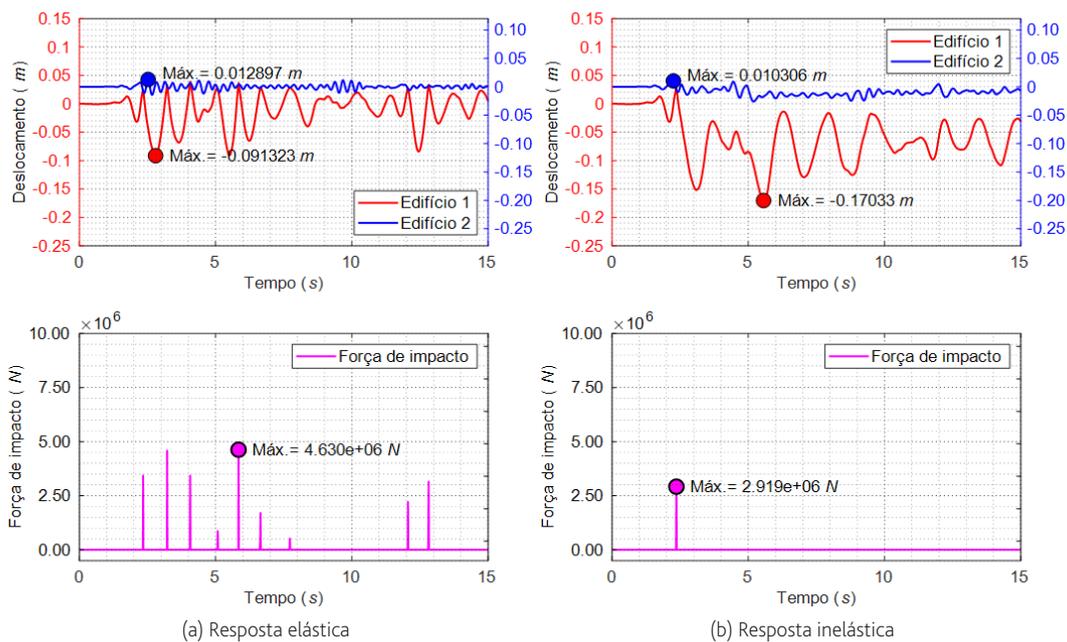


Figura 10 Respostas no domínio do tempo em termos de deslocamentos e forças de impacto usando o modelo de Kelvin-Voigt

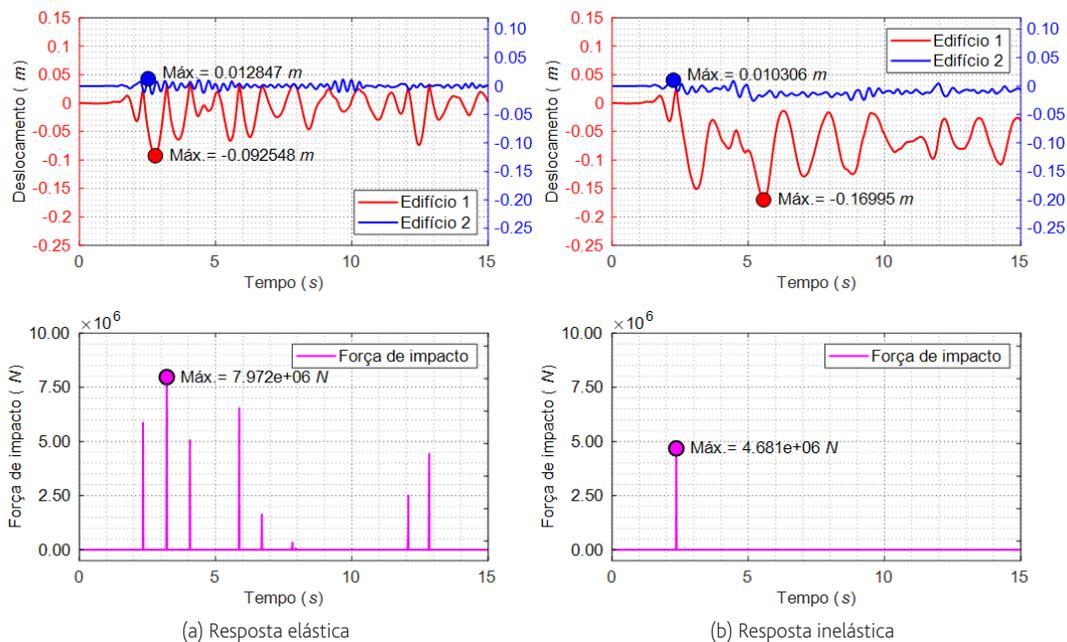


Figura 11 Respostas no domínio do tempo em termos de deslocamentos e forças de impacto usando o modelo de Jankowski

## 4 Conclusões

O presente estudo realizou uma quantidade significativa de simulações por forma a avaliar a influência de um dos parâmetros principais e definidores de dois dos modelos de contacto mais utilizados na literatura para simular a magnitude das forças resultantes da colisão entre edifícios adjacentes excitados por ações sísmicas. Apesar do uso de modelos simplificados e da consideração de 1GDL genérico, é possível retirar conclusões relevantes e satisfatórias que poderão caracterizar aproximadamente o comportamento global dinâmico de estruturas mais complexas, possuindo a vantagem de realizar quantidades significativas de simulações com pouco esforço computacional.

Assim, verificou-se do impacto entre dois sistemas de 1GDL que a rigidez de impacto tem uma grande influência nas respostas estruturais e dinâmicas das estruturas, principalmente ao nível dos deslocamentos, acelerações e forças de impacto.

A consideração do comportamento elástico leva a uma maior variabilidade dos resultados dificultando a identificação de um padrão claro, facto verificado nomeadamente ao nível das respostas de deslocamentos e velocidades. O comportamento inelástico tem um efeito negativo no aumento dos deslocamentos e positivo em termos de reduções das restantes respostas.

A distância de interpenetração resulta em valores pouco realistas para valores menores da rigidez de impacto.

Dependendo do valor da rigidez de impacto, o modelo Kelvin-Voigt tende a fornecer valores mais elevados da aceleração e forças de impacto, e mais reduzidos para a distância de interpenetração, quando comparados com os valores devolvidos pelo modelo de Jankowski.

O presente estudo é ainda limitado, sendo, por exemplo, necessário estender a análise a sistemas com mais graus de liberdade e com a consideração adicional do movimento de torção, diferentes cenários e tipos de impacto entre edifícios, a consideração de mais sinais sísmicos e diferentes características estruturais e dinâmicas dos edifícios intervenientes.

## Agradecimentos

Este artigo foi desenvolvido no âmbito do doutoramento, em curso, do primeiro autor, e financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através da bolsa de doutoramento SFRH/BD/139570/2018 no âmbito do programa POCH (N2020 – P2020), e financiado pelo Fundo Social Europeu (FSE) e fundos nacionais do MCTES. Este trabalho foi financiado por: Financiamento Base – UIDB/04708/2020 da Unidade de Investigação CONSTRUCT – Instituto de I&D em Estruturas e Construções – financiada por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC).

## Referências

- [1] Johnson, K. – Contact Mechanics, Cambridge university press, 1987.
- [2] Jankowski, R.; Mahmoud, S. – Earthquake-Induced Structural Pounding, Switzerland: Springer, 2015.
- [3] Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) strong ground motion data base – [Online]. Disponível: <https://peer.berkeley.edu/peer-strong-ground-motion-databases>.
- [4] Wolf, J.; Skrikerud, P. – “Mutual pounding of adjacent structures during earthquakes,” Nuclear Engineering and Design, vol. 57, pp. 253-275, 1980.
- [5] S. Anagnostopoulos, “Pounding of buildings in series during earthquakes,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 16, pp. 443-456, 1988.
- [6] Anagnostopoulos, S. – “Equivalent viscous damping for modeling inelastic impacts in earthquake pounding problems,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 33, pp. 897-902, 2004.
- [7] Jankowski, R. – “Non-linear viscoelastic modelling of earthquake-induced structural pounding,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 34, pp. 595-611, 2005.
- [8] Jankowski, R. – “Analytical expression between the impact damping ratio and the coefficient of restitution in the non-linear viscoelastic model of structural pounding,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 35, pp. 517-524, 2006.
- [9] Muthukumar, S.; DesRoches, R. – “A Hertz contact model with non-linear damping for pounding simulation,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 35, pp. 811-829, 2006.
- [10] Mahmoud, S. – “Modified linear viscoelastic model for elimination of the tension force in the linear viscoelastic,” in The Fourteenth World Conference on Earthquake Engineering, October 12-17, 2008, Beijing, China, 2008.
- [11] Mahmoud, S.; Jankowski, R. – “Modified linear viscoelastic model of earthquake-induced structural pounding,” Iranian Journal of Science and Technology, vol. 35, no. C1, pp. 51-62, 2011.
- [12] Komodromos, P.; Polycarpou, P.; Papaloizo, L.; Phocas, M. – “Response of seismically isolated buildings considering poundings,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 36, pp. 1605-1622, 2007.
- [13] Ye, K.; Li, L.; Zhu, H. – “A modified Kelvin impact model for pounding simulation of base-isolated building with adjacent structures,” Earthquake Engineering and Engineering Vibration, vol. 8, pp. 433-446, 2009.
- [14] Ye, K.; Li, L.; Zhu, H. – “A note on the Hertz contact model with nonlinear damping for pounding simulation,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 38, pp. 1135-1142, 2009.
- [15] Naderpour, H.; Barros, R.; Khatami, S. – “A new model for calculating impact force and energy dissipation based on the CR-factor and impact velocity,” Scientia Iranica A, vol. 22, pp. 59-68, 2015.
- [16] Naderpour, H.; Barros, R.; Khatami, R.; Jankowski, R. – “Numerical Study on Pounding between Two Adjacent Buildings under Earthquake Excitation,” Hindawi Publishing Corporation: Shock and Vibration, vol. 2016, 2016.

- [17] Khatami, S.; Naderpour, H.; Barros, R.C.; Jakubczyk-Galczyńska, A.; Jankowski, R. – “Effective Formula for Impact Damping Ratio for Simulation of Earthquake-induced Structural Pounding,” *Geosciences*, MDPI, vol. 9, no. 8: 347, 2019.
- [18] Bamer, F. – “A Hertz-pounding formulation with a nonlinear damping and a dry friction element,” *Acta Mechanica*, vol. 229, pp. 4485-4494, 2018.
- [19] Bamer, F.; Markert, B. – “A nonlinear visco-elastoplastic model for structural pounding,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 47(12), pp. 2490-2495, 2018.
- [20] Bamer, F.; Strubel, N.; Shi, J.; Markert, B. – “A visco-elastoplastic pounding damage formulation,” *Engineering Structures*, vol. 197, 2019.
- [21] Goldsmith, W. – *Impact: The Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids*. Edward Arnold (Publishers) LTD: London. 1960.
- [22] J. van Mier, A.F.; Puijssers, Reinhardt, H.; Monnier, T. – “Load-Time Response of Colliding Concrete Bodies,” *Journal of Structural Engineering*, Vols. 117, No. 2, no. 25544, pp. 354-374, 1991.
- [23] M. V. Sivaselvan, e A. M. Reinhorn, “Hysteretic models for deteriorating inelastic structures,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 126, no. 6, pp. 633-640, 2000.
- [24] MATLAB 2014a. – Natick, Massachusetts, USA: MathWorks, Inc., 2014.
- [25] Simeonov, V.K.; Sivaselvan, M.V.; Reinhorn, A.M. – “Nonlinear Analysis of Structural Frame Systems by the State-Space Approach,” *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, vol. 15, no. 2, pp. 76-89, 2000.